



بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه ۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز



ویژگی‌های اپتیک کوانتومی حالت‌های همدوس غیرخطی سطح کره در حضور یک ماده‌ی دی‌الکتریک

احسان عموقربان، علی مهدی‌فر و رقیه اسدی

دانشگاه شهرکرد، دانشکده علوم، گروه فیزیک

چکیده- در این مقاله اثرات محیطی ماده‌ی دی‌الکتریک پاشنده و جاذب در دمای صفر را بر خواص اپتیک کوانتومی حالت‌های فرودی، بررسی می‌کنیم. بدین منظور، با استفاده از رهیافت پدیده‌شناختی کوانتوم امواج الکترومغناطیسی و الگوسازی تیغه دی‌الکتریک توسط مدل لورنتس، چلانگی کوادراتوری، پارامتر مندل و همچنین همبستگی کوانتومی مرتبه‌ی دوم حالت‌های خروجی را برای وضعیتی که حالت فرودی از سمت راست و چپ تیغه دی‌الکتریک به ترتیب حالت همدوس غیرخطی روی سطح کره و خلاء کوانتومی هستند، محاسبه می‌کنیم.

کلید واژه- کوانتوم امواج الکترومغناطیس، حالت‌های همدوس غیرخطی روی سطح کره، چلانگی کوادراتوری، پارامتر مندل، درجه‌ی همدوسی مرتبه دوم.

The quantum optical properties of nonlinear coherent states on a sphere in the presence of a dielectric media

Ehsan Amooghorban, Ali Mahdifar and Roghayeh Asadi

Department of Physics, Faculty of Science, Shahrekord University

Abstract –In this paper, we investigate the medium effects of a dispersive and absorbing dielectric mater on the quantum optical properties of incident input states at zero temperature .For this purpose, we calculate the quadrature squeezing, the Mandel parameter and the second-order quantum correlation of output states, by using the phenomenological approach and modeling the dielectric slab by the Lorentz model, for a situation that incident states on the right and left side of the dielectric slab are nonlinear coherent states on a sphere and quantum vacuum state, respectively.

Keyword : Quantization of electromagnetic waves, Nonlinear coherent states on a sphere, quadrature squeezing, Mandel parameter, second-order correlation.

۱- مقدمه

در روش پدیده‌شناختی، ماده مستقیماً وارد طرح کوانتس نمی‌شود و حضور ماده توسط چگالی قطبش الکتریکی نوفه و نفوذپذیری الکتریکی، که روابط کرامرز-کرونینگ را ارضا می‌کند، توصیف می‌شود. در این روش بردار قطبش نوفه که ویژگی‌های اتلافی ماده را بیان می‌کند، به معادله‌ی کلاسیکی ساختمانندی ماده اضافه می‌شود. با استفاده از رابطه‌ی بین بردار قطبش الکتریکی با میدان‌های بوزونی نیز معادلات ماکسول با معادله‌ی ساختمانندی ماده ترکیب و عملگرهای میدان الکترومغناطیسی بر حسب این عملگرهای بوزونی و تانسور گرین به دست می‌آید. سپس، بر اساس قضیه‌ی افت و خیز-اتلاف، روابط جابجایی بین عملگرهای بوزونی همانند روابط جابجایی در عدم حضور ماده در نظر گرفته می‌شوند. براین اساس مؤلفه‌ی مثبت عملگر پتانسیل برداری بر حسب عملگرهای خلق و فنا به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\hat{A}^+(x,t) = \int_0^{+\infty} d\omega \sqrt{\frac{\hbar}{4\pi\epsilon_0 c \omega \sigma}} [\hat{a}_{R\Omega}(\omega) e^{i\omega x/c + H.C.}] e^{-i\omega t} \quad (1-2)$$

که در آن σ سطحی از تیغه است که نورهای فرودی بر آن فرود می‌آیند و $\Omega = 1, 3$ اشاره به نواحی دو طرف تیغه دی‌الکتریک دارد (شکل ۱). از آنجایی که مدهای تابشی در حضور تیغه دی‌الکتریک پراکنده می‌شوند، این پراکندگی را می‌توان بر حسب ماتریس پراکندگی به صورت زیر بیان کرد [۳]

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_{L1}(\omega) \\ \hat{a}_{R3}(\omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_s(\omega) & T_s(\omega) \\ T_s(\omega) & R_s(\omega) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_{R1}(\omega) \\ \hat{a}_{L3}(\omega) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{F}_L(\omega) \\ \hat{F}_R(\omega) \end{pmatrix} \quad (2-2)$$

در این رابطه $\hat{a}_{L1}(\omega)$ ، $\hat{a}_{R3}(\omega)$ و $\hat{a}_{R1}(\omega)$ ، $\hat{a}_{L3}(\omega)$ به ترتیب متناظر با مدهای فرودی و خروجی از تیغه و $\hat{F}_L(\omega)$ و $\hat{F}_R(\omega)$ عملگرهای نوفه‌ی کوانتومی متناظر با اثرات اتلافی تیغه و $R(\omega)$ و $T(\omega)$ ضرایب بازتاب و عبور از سطح تیغه هستند. در اینجا عملگرهای نوفه و عملگرهای ورودی و خروجی به ترتیب در روابط جابجایی زیر صدق می‌کنند

$$[\hat{F}_\Omega(\omega), \hat{F}_\Omega^\dagger(\omega')] = (1 - |R_s(\omega)|^2 - |T_s(\omega)|^2) \delta(\omega - \omega') \quad (3-2)$$

$$(4-2)$$

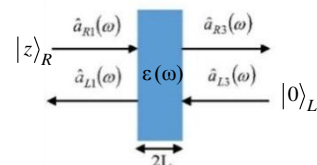
$$[\hat{a}_{R\Omega}(\omega), \hat{a}_{R\Omega}^\dagger(\omega')] = [\hat{a}_{L\Omega}(\omega), \hat{a}_{L\Omega}^\dagger(\omega')] = \delta(\omega - \omega')$$

که در آن ضرایب بازتاب و عبور از تیغه به صورت زیر تعریف می‌شوند [۳]:

انتشار نور در یک ماده‌ی دی‌الکتریک از جمله مسائل الکترومغناطیس کوانتومی است که به میدان‌های الکترومغناطیسی در حضور یک ماده‌ی قطبش‌پذیر مربوط است. اگرچه در نظریه‌ی الکترومغناطیس کلاسیک می‌توان شدت میدان‌های متوسط در نظریه‌ی کوانتومی نور را بدست آورد، اما برخی از مسائل آماری کوانتومی وجود دارند که نمی‌توان آن‌ها را با محاسبات کلاسیکی بدست آورد. در واقع حضور یک ماده‌ی قطبش‌پذیر باعث تغییر خواص افت و خیز میدان خلاء کوانتومی می‌شود که بعضی از این خواص در اثر کازیمیر و جابجایی لمب قابل اندازه‌گیری هستند. دی‌الکتریک‌ها معمولاً توسط تابع مختلط گذردهی الکتریکی $\epsilon(\omega)$ توصیف می‌شوند. از آنجا که قسمت موهومی این تابع بیانگر اتلاف است، بر طبق قضیه‌ی افت و خیز-اتلاف، به طور حتم نوفه نیز وجود دارد. از این رو، در سامانه‌های اپتیکی شامل دی‌الکتریک‌ها، بررسی اثر کوانتوم اپتیکی حالت‌های کوانتومی عبوری از اهمیت زیادی برخوردار است. برای توصیف اثر ماده دی‌الکتریک بر حالت‌های کوانتومی فرودی لازم است تا کوانتس امواج الکترومغناطیسی را در محیط‌های دی‌الکتریک پاشنده و جاذب انجام داد. تاکنون روش‌های متعددی برای کوانتس امواج الکترومغناطیس در حضور محیط‌های دی‌الکتریک ارائه شده است که می‌توان آن‌ها را در دو رهیافت کلی لاگرانژی [۱] و پدیده شناختی [۲] دسته‌بندی کرد. در این مقاله، کوانتس امواج الکترومغناطیسی مبتنی بر رویکرد پدیده‌شناختی را برای بررسی اثرات محیطی تیغه دی‌الکتریک بر حالت همدوس غیرخطی به کار می‌بریم. سپس ویژگی‌های اپتیکی کوانتومی حالت‌های خروجی از تیغه‌ی دی‌الکتریک را بررسی می‌نماییم.

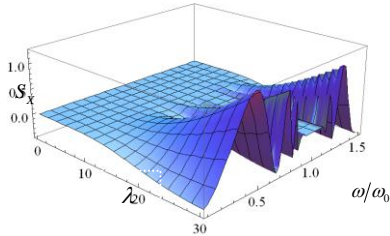
۲- ماتریس پراکندگی

در این بخش در ابتدا کوانتس میدان الکترومغناطیس در حضور یک تیغه‌ی دی‌الکتریک به ضخامت $2L$ و ضریب شکست $n^2(\omega) = [\eta(\omega) + i\kappa(\omega)]^2 = \epsilon_r(\omega) + i\epsilon_i(\omega)$ را مرور می‌کنیم (شکل ۱).



شکل ۱: نمایش عملگرهای فرودی و خروجی تعریف شده در ماتریس پراکندگی (۱-۲).

$$\begin{aligned} \left(\frac{\Delta \hat{X}_{R3}}{\Delta \hat{Y}_{R3}}\right)^2 &= \frac{1}{4M} \left\{ \sum_{n=0}^N \binom{N}{n} \left([g(\lambda, n)] \right)^2 |Z|^{2n} \left(2n |T_s|^2 + 1 \right) \right. \\ &\pm \sqrt{\binom{N}{n}} [g(\lambda, n)] |Z|^{2n} \left\{ \sqrt{\binom{N}{n+2}} [g(\lambda, n+2)] \sqrt{(n+1)(n+2)} \right. \\ &\times (Z^2 T_s^2 + Z^{*2} T_s^{*2}) - \frac{1}{M} \sum_{k=0}^N \sqrt{\binom{N}{n+1}} \binom{N}{k} \binom{N}{k+1} [g(\lambda, n+1)] \\ &\times [g(\lambda, k)] [g(\lambda, k+1)] |Z|^{2k} \sqrt{(n+1)(k+1)} (Z^2 T_s^2 + Z^{*2} T_s^{*2} \pm 2|Z|^2 |T_s|^2) \left. \right\} \left. \right\}. \end{aligned} \quad (1-3)$$



شکل ۲: نمودار S_X برای حالت همدوس غیرخطی خروجی از تیغه دی‌الکتریک بر حسب λ و ω/ω_0 به ازای $N=5$ ، $Z=0.01$

$$\omega_p/c = 10.0 \text{ و } \gamma/\omega_0 = 0.01, \omega_p/\omega_0 = 0.5$$

در شکل ۲ نمودار $S_X \equiv 4\Delta \hat{X}_{R3}^2 - 1$ بر حسب λ و ω/ω_0 رسم شده است. مقادیر منفی پارامتر مزبور بیانگر چلانگی (کاهش نوفه‌های کوانتومی نسبت به حد استاندارد) خواهد بود. مشاهده می‌شود که S_X همواره در نزدیکی بسامد جذب برابر صفر است. بنابراین همانگونه که انتظار داشتیم، اثرات اتلافی محیط خاص غیرکلاسیکی حالت کوانتومی عبوری از خود را از بین می‌برد. از طرف دیگر در نواحی دور از بسامد تشدید دیده می‌شود که در نقاطی که چلانگی رخ می‌دهد، با افزایش λ ، میزان چلانگی نیز افزایش پیدا می‌کند. علاوه بر این، می‌توان نشان داد که مولفه کوادراتوری دیگر نیز رفتاری مشابه از خود نشان می‌دهد.

۴- پارامتر مندل

برای مطالعه‌ی آمار فوتونی حالت همدوس غیرخطی خروجی از تیغه دی‌الکتریک، لازم است پارامتر مندل $Q \equiv \frac{\langle [\Delta \hat{N}]^2 \rangle - \langle \hat{N} \rangle^2}{\langle \hat{N} \rangle}$ را مورد بررسی قرار دهیم. مقادیر مثبت، صفر و منفی پارامتر مزبور به ترتیب نشانگر آمار فراپواسونی، پواسونی و زیرپواسونی است. با اندکی محاسبات، پارامتر مندل به صورت زیر به دست می‌آید

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{M} \sum_{n=0}^N \binom{N}{n} \left([g(\lambda, n)] \right)^2 |Z|^{2n} \left\{ n^2 |T_s|^4 - n |T_s|^4 + 4n |T_s|^2 \right\} \\ &- \frac{1}{M} \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} \left([g(\lambda, k)] \right)^2 |Z|^{2k} n k |T_s|^4 \left\{ \frac{1}{M} \sum_{n=0}^N \binom{N}{n} \left([g(\lambda, n)] \right)^2 |Z|^{2n} \left(n |T_s|^2 \right) \right\} \end{aligned} \quad (1-4)$$

$$R_s(\omega) = \frac{(n^2(\omega)-1) \exp(-2i\omega l/c) [\exp(4i\omega(n)l/c) - 1]}{(n(\omega)+1)^2 - (n(\omega)-1)^2 \exp(4i\omega(n)l/c)}, \quad (5-2)$$

$$T_s(\omega) = \frac{4n(\omega) \exp[2i\omega(n(\omega)-1)l/c]}{(n(\omega)+1)^2 - (n(\omega)-1)^2 \exp(4i\omega(n)l/c)}.$$

مقدار چشم‌داشتی عملگرهای نوفه بر حسب ضرایب بازتاب و عبور به صورت زیر نوشته می‌شوند [۳]

$$\langle F | \hat{F}_\Lambda(\omega) | F \rangle = \langle F | \hat{F}_\Lambda^\dagger(\omega) | F \rangle = 0, \quad (6-2)$$

$$(7-2)$$

$$\langle F | \hat{F}_\Lambda^\dagger(\omega) \hat{F}_\Lambda(\omega') | F \rangle = n(\omega, T) \left(1 - |R_s(\omega)|^2 - |T_s(\omega)|^2 \right) \delta(\omega - \omega'),$$

$$n(\omega, T) = [\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1]^{-1}.$$

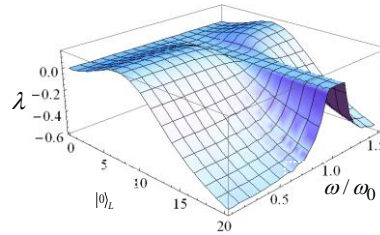
در رابطه بالا \hbar ، k_B و T به ترتیب ثابت پلانک، ثابت بولتزمن و دمای تیغه دی‌الکتریک هستند و $\Lambda = R, L$ است. در اینجا به منظور بررسی اثرات اپتیکی تیغه دی‌الکتریک، دمای آن را برابر صفر در نظر می‌گیریم. از اینرو، مطابق رابطه‌ی فوق، مقدار چشم‌داشتی $\langle F_R^\dagger F_R \rangle$ برابر صفر می‌شود.

۳- چلانگی کوادراتوری

به منظور بررسی اثرات تیغه‌ی پاشنده و اتلافی بر مدهای تابشی، حالت کلی سامانه تابشی را به صورت $|\varphi\rangle = |Z\rangle_R |0\rangle_L |F\rangle$ در نظر می‌گیریم، که در آن $|Z\rangle_R$ بیانگر حالت همدوس غیرخطی، $|0\rangle_L$ حالت خلاء میدان الکترومغناطیسی و $|F\rangle$ نشانگر حالت کوانتومی تیغه دی‌الکتریک بوده که تابع گذردهی الکتریکی آن نیز مطابق مدل لورنتس $\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_0^2 + i\gamma\omega}$ الگوسازی شده

است. در اینجا ω_p بسامد پلاسما، ω_0 بسامد تشدید و γ ضریب میرایی تیغه دی‌الکتریک است. حالت همدوس غیرخطی روی سطح کره را مطابق مرجع [۴] به صورت $|Z\rangle = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{n=0}^N \sqrt{\binom{N}{n}} \left([g(\lambda, n)] \right) |Z^n\rangle_n$ پارامتر خمیدگی کره، Z دامنه شدت حالت مزبور، M ضریب بهنجارش، N بعد فضای فوک متناهی الابعاد و $g(\lambda, n) = \sqrt{(\lambda(N+1-n) + \sqrt{1+\lambda^2/4})(\lambda n + \sqrt{1+\lambda^2/4})}$ است.

اکنون با به کار بردن روابط (۲-۲) - (۵-۲)، عدم قطعیت کوادراتورهای $\hat{Y}_{R3} = \frac{1}{2i}(\hat{a}_{R3} - \hat{a}_{R3}^\dagger)$ و $\hat{X}_{R3} = \frac{1}{2}(\hat{a}_{R3} + \hat{a}_{R3}^\dagger)$ برای حالت‌های غیرخطی خروجی از تیغه دی‌الکتریک به صورت زیر به دست می‌آید.



شکل ۳: پارامتر مندل برحسب λ و ω/ω_0 برای حالت‌های غیرخطی خروجی از تیغه‌ی دی‌الکتریک مطابق پارامترهای شکل ۲.

در شکل ۳ پارامتر مندل برحسب λ و ω/ω_0 رسم شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش λ پارامتر مندل منفی‌تر می‌شود و به عبارت دیگر، سرشت زیرپواسونی حالت‌های خروجی تقویت می‌شود. همچنین دیده می‌شود که در نزدیکی بسامد جذب، حتی با افزایش λ نیز پارامتر مندل تقریباً برابر با صفر باقی می‌ماند. از اینرو، تا آنجا که به آمار شمارش فوتون‌ها مربوط می‌شود، با توجه به اینکه پارامتر مندل برای حالت همدوس برابر صفر است و از طرف دیگر نزدیکترین حالت به حالت کلاسیک است، از این‌رو، در نزدیکی بسامد جذب انتظار بیشترین مانستگی به حالت کلاسیک را داریم.

۵-درجه‌ی همبستگی کوانتومی مرتبه دوم

به منظور بررسی خواص غیرکلاسیکی فوتون‌های خروجی از تیغه‌ی دی‌الکتریک، درجه‌ی همبستگی مرتبه دوم

$$g^{(2)}(x,t,\tau) = \frac{\langle \hat{E}^{(-)}(x,t) \hat{E}^{(-)}(x,t+\tau) \hat{E}^{(+)}(x,t+\tau) \hat{E}^{(+)}(x,t) \rangle}{\langle \hat{E}^{(-)}(x,t) \hat{E}^{(+)}(x,t) \rangle \langle \hat{E}^{(-)}(x,t+\tau) \hat{E}^{(+)}(x,t+\tau) \rangle}$$

را محاسبه می‌کنیم. در صورتی که $g^{(2)}(\tau) < g^{(2)}(0)$ باشد، فوتون‌ها تمایل دارند بصورت گروهه و اگر $g^{(2)}(\tau) > g^{(2)}(0)$ باشد فوتون‌ها بصورت پادگروهه باشند. در اینجا حالت همدوس غیرخطی را برای حالت‌های پیوسته تعمیم می‌دهیم و فرض می‌کنیم پارامتر شدت حالت همدوس غیرخطی دارای توزیع گاوسی $Z(\omega) = \left(\frac{l^2}{2\pi c^2}\right)^{1/4} \exp[-l^2(\omega - \omega_c)^2/4c^2]$ باشد. در اینجا ω_c ، C و l به ترتیب بسامد مرکزی، سرعت نور و عرض بسته موج هستند. با به‌کارگیری روابط (۲-۲) و (۲-۵)، $g^{(2)}$ برای لحظه‌ای که قله‌ی موج وارد آشکارساز می‌شود، به‌صورت زیر به‌دست می‌آید

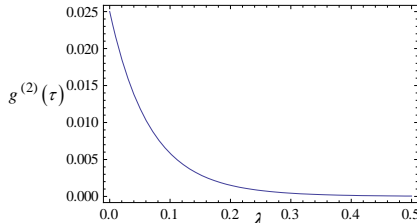
$$(۱-۵)$$

$$g^{(2)}(x,t,\tau) = \frac{M \sum_{n=0}^N \binom{N}{n} n(n-1) [g(\lambda,n)]^2 |J_1(t_r)|^2 |J_1(t_r+\tau)|^2}{\sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N \binom{N}{n} \binom{N}{m} nm [g(\lambda,n)]^2 [g(\lambda,m)]^2 |J_1(t_r)|^2 |J_1(t_r+\tau)|^2}$$

در اینجا برای سادگی محاسبات از اثرات پاشندگی محیط صرف‌نظر کرده‌ایم. بنابراین، ضرایب $J_1(t_r)$ و $J_1(t_r+\tau)$ به‌صورت زیر تعریف می‌شوند

$$J_1(t_r) = \sqrt{\frac{\hbar \omega_c}{4\pi \epsilon_0 L \sigma}} T(\omega_c) e^{-i\omega_c t_r - (ct_r/L)^2}, \quad (۲-۵)$$

$$|J_1(t_r+\tau)|^2 = \frac{\hbar \omega_c |T(\omega_c)|^2}{\sqrt{2\pi L \sigma \epsilon_0}} \text{Exp} \left[-\frac{2c^2 \tau^2}{l^2 + 2l^2(\eta_c^2 - 1)^2 - (4l^3 \kappa_c \omega_c (\eta_c^2 - 1)^2 (\eta_c^2 + 1)/c\eta_c)} \right]$$



شکل ۴: درجه‌ی همدوسی مرتبه دوم برحسب λ به ازای $N=5$ و $Z=0.01$.

در شکل ۴ نمودار $g^{(2)}$ برحسب λ رسم شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، به ازای همه مقادیر τ ، $g^{(2)}$ همواره کوچکتر از واحد است و با افزایش λ مقدار آن کاهش یافته و به سمت صفر میل می‌کند. از این‌رو، ویژگی‌های غیرکلاسیکی حالت خروجی با افزایش λ افزایش پیدا می‌کند.

۶-نتیجه‌گیری

در این مقاله، از میدان‌های الکترومغناطیسی کوانتیده به عنوان فرمول‌بندی اساسی برای بیان اثرات اتلافی تیغه‌ی دی‌الکتریک بر ویژگی‌های غیرکلاسیک حالت‌های همدوس غیرخطی استفاده شد. با محاسبه چلانگی کوادراتوری، پارامتر مندل و درجه همبستگی کوانتومی مرتبه دوم نشان داده شد که با افزایش λ ویژگی‌های غیرکلاسیکی حالت‌های خروجی افزایش می‌یابد ولی در نزدیکی بسامد جذب، حتی با افزایش λ ، ویژگی‌های غیرکلاسیکی از بین می‌رود.

سپاسگزاری

نویسندگان، از معاونت تحصیلات تکمیلی دانشگاه شهرکرد برای حمایت‌های انجام شده قدردانی می‌نمایند.

مراجع

- [۱] B. Huttner and S. M. Barnett, Phys. Rev. A **46**, 4306 (1992).
 [۲] R. Matloob and R. Loudon, Phys. Rev. A **53**, 4567 (1996).
 [3] Ehsan Amooghoban, N. Asger Mortensen and Martijn Wubs, Phys. Rev. Lett. **110**, 153602 (2013).
 [4] A. Mahdifar, R. Roknizadeh and M. H. Naderi, J. Phys. A: Math. Gen. **39**, 7003 (2006).