



بیست و هفتمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران و سیزدهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران.  
۱۴-۱۶ بهمن ۱۳۹۹



کد مقاله : ۱-۲۵۴۵-۱۰-A

## پیدا کردن رابطه پاشندگی پولاریتون پلاسمون سطحی در سطح مشترک بین یک محیط پلاسمونی و یک محیط دوشکستی

سعیده گلزاری ضمیر، علیرضا عبدی کیان

گروه فیزیک و فوتونیک دانشگاه ملایر، ملایر ([abdykian@gmail.com](mailto:abdykian@gmail.com))

چکیده - در این مقاله، شرط تحریک پلاسمون سطحی و نیز رابطه پاشندگی پولاریتون پلاسمون سطحی در سطح مشترک بین یک محیط پلاسمونی همسانگرد و یک محیط دوشکستی در مُد میدان مغناطیسی عرضی (TM) مد نظر قرار می‌گیرد. برای سادگی کار فرض می‌شود که یکی از محورهای اپتیکی اصلی محیط دوشکستی در سطح مشترک واقع باشد و محورهای دیگر به اندازه زاویه دلخواه  $\theta$  حول این محور چرخیده باشند. برای به دست آوردن روابط از معادلات ماکسول استفاده می‌گردد. معلوم می‌شود که شرط برانگیزش پلاسمون سطحی و رابطه پاشندگی هر دو به زاویه  $\theta$  بستگی دارند و رابطه پاشندگی دارای تابعیت خطی نسبت به فرکانس و عدد موج است. شیب رابطه پاشندگی به خواص اپتیکی و نیز جهت‌گیری محورهای نوری وابسته می‌باشد. نحوه تغییرات فرکانس پلاسمونی بر حسب  $\theta$  به منفی یا مثبت بودن علامت اختلاف ثوابت دی الکتریک محورهای چرخیده بستگی دارد.

کلید واژه- پولاریتون پلاسمون سطحی (SPP)، رابطه پاشندگی، شرط تشکیل پلاسمون سطحی، محیط دوشکستی.

## Finding the Dispersion Relation of Surface Plasmon Polariton in the Interface between a Plasmonic and a Birefringent Medium

Saeideh Golzari Zamir, Alireza Abdikian

Physics and Photonics Department of Malayer University, Malayer ([abdykian@gmail.com](mailto:abdykian@gmail.com))

**Abstract-** In this paper the condition for surface plasmon excitation and also surface plasmon polariton dispersion relation between an isotropic plasmonic medium and a birefringent medium in TM is considered. For simplicity, it is supposed that one of optical axes is laid on the interface and the other two axes are rotated about it by an arbitrary angle  $\theta$ . Maxwell's equations are used to derive the relations. It is found that condition for the formation of surface plasmon and the dispersion relation are functions of  $\theta$  and the dispersion relation has a linear functionality with respect to the frequency and the wavenumber. The slope of dispersion relation is dependent on the optical properties and also orientation of the principal axes. The trend of change of plasmon frequency as a function of  $\theta$  is related to the positive or negative sign of dielectric constant difference of rotated principal axes.

**Keywords:** Surface Plasmon Polariton (SPP), Dispersion relation, Condition of surface plasmon formation, Birefringent medium.

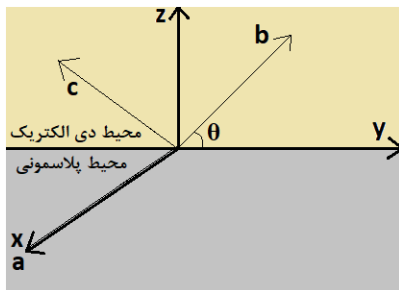
این مقاله، همه این موارد با یک روش ساده مورد بررسی قرار می‌گیرد.

### یافتن رابطه پاشندگی پلاسمونی

یک محیط پلاسمونی با ثابت دی‌الکتریک همسانگرد  $\epsilon_p$  و یک محیط دی‌الکتریک ناهمسانگرد دو شکستی با تانسور دی‌الکتریک نسبی  $\epsilon_d$  لحاظ می‌شود. شکل این تانسور در مختصات اصلی به صورت زیر است:

$$\epsilon_d = \begin{bmatrix} \epsilon_a & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_b & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_c \end{bmatrix} \quad (1)$$

این دو محیط با یک سطح مشترک تخت واقع در صفحه  $xy$  به هم متصل شده‌اند. محورهای اصلی محیط دوشکستی را به این صورت فرض می‌کنیم که محور اپتیکی اصلی  $a$  در راستای محور  $x$  آزمایشگاه باشد ولی محورهای  $b$  و  $c$  به اندازه زاویه دلخواه  $\theta$  حول محور  $x$  چرخیده باشند. با این فرض، محور  $a$  در سطح مشترک قرار می‌گیرد و محورهای  $b$  و  $c$  نیز طبق شکل زیر جهت‌گیری خواهند داشت:



شکل ۱: پیکربندی مسئله که شامل محیط پلاسمونی ( $z < 0$ ) و محیط دی‌الکتریک دو شکستی ( $z > 0$ ) است. محورهای اصلی با  $a$ ،  $b$  و  $c$  و محورهای آزمایشگاهی نیز با  $x$ ،  $y$  و  $z$  مشخص شده‌اند.

با استفاده از ماتریس چرخش حول محول  $x$  به اندازه  $\theta$  و استفاده از فرمول تبدیل تشابه معلوم می‌شود که شکل تانسور دی‌الکتریک محیط دو شکستی نسبت به مختصات آزمایشگاه به صورت زیر است:

### مقدمه

امواج سطحی در الکترومغناطیس به امواجی گفته می‌شود که در سطح مشترک بین دو محیط محدود هستند و در آنجا برانگیخته و منتشر می‌شوند. از امواج الکترومغناطیسی سطحی می‌توان به پولاریتون پلاسمون سطحی (SPP)، موج سطحی دیاکانوف و موج سطحی در بلورهای فوتونی اشاره کرد [۱]. امواجی سطحی و مخصوصاً SPP ها کاربردهای زیادی در توسعه علوم و فناوری دارند. استفاده عملی از SPP در ساخت حسگرها و نیز انجام آزمایش‌های اپتیک غیرخطی و همچنین توسعه فناوری اطلاعات نوری و حافظه‌های اپتیکی کاملاً شناخته شده و مرسوم می‌باشد [۳-۱].

کارهای نظری که در مراجع برای فرمول بندی SPP گزارش شده است اکثراً به سطح مشترک تخت بین یک محیط پلاسمونی و یک دی‌الکتریک که هر دو همگن و همسانگرد هستند اختصاص دارد [۴]. نویسندگان مرجع [۵] رابطه پاشندگی پلاسمونی را برای حالتی که محیط پلاسمونی به صورت غیرهمگن باشد به دست آوردند و نشان دادند که در بعضی حالت‌ها یک عدد موج قطع ظاهر می‌گردد. کارهای معدودی هم در مراجع به چشم می‌خورد که محیط پلاسمونی را همگن و همسانگرد فرض کرده‌اند ولی برای محیط دی‌الکتریک خاصیت ناهمسانگردی قائل شده‌اند [۲و۳]. در مقاله حاضر به بررسی شرط تحریک پلاسمون سطحی و نیز یافتن معادله پاشندگی SPP در سطح مشترک یک محیط همسانگرد پلاسمونی و یک محیط دو شکستی که یکی از محورهای اپتیکی اصلی آن در سطح مشترک واقع باشد پرداخته می‌شود. کارهای مرتبط و جدید خوبی در این خصوص در مراجع به چشم می‌خورد ولی در هیچ یک از آنها شرط برانگیزش پلاسمون سطحی و جزئیات دقیق رابطه پاشندگی به طور کامل و صریح ذکر نشده است [۲و۳]. در

قانون گاوس نیز ارتباط زیر را بین  $E_z$  و  $E_y$  به دست می‌دهد:

$$E_z = -\frac{k_y \varepsilon_{yy} + (k_{z,r} + ik_{z,i}) \varepsilon_{yz}}{k_y \varepsilon_{zy} + (k_{z,r} + ik_{z,i}) \varepsilon_{zz}} E_y \quad (6)$$

اگر رابطه (۶) در اولین معادله رابطه (۵) لحاظ شود و طرفین دو معادله (۵) بر هم تقسیم شوند معادله زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{(k_{z,r} + ik_{z,i})}{iK_z} = \frac{1}{\varepsilon_p} \left( \varepsilon_{yy} - \varepsilon_{yz} \frac{k_y \varepsilon_{yy} + (k_{z,r} + ik_{z,i}) \varepsilon_{yz}}{k_y \varepsilon_{zy} + (k_{z,r} + ik_{z,i}) \varepsilon_{zz}} \right) \quad (7)$$

برای یافتن معادله پاشندگی باید به سراغ معادله موج رفت. اعمال معادله موج به میدان‌های محیط پلاسمونی مفروض در رابطه (۴) به معادله پاشندگی زیر می‌انجامد:

$$\omega = c \sqrt{\frac{k_y^2 - K_z^2}{\varepsilon_p}} \quad (8)$$

اعمال معادله موج به محیط دو شکستی نیز این موضوع را فاش می‌کند که برای داشتن فرکانس‌های حقیقی باید  $k_{z,r}$  غیر صفر و به شکل زیر باشد:

$$k_{z,r} = -\frac{k_y (\varepsilon_b - \varepsilon_c) \sin 2\theta}{\varepsilon_b + \varepsilon_c + (\varepsilon_c - \varepsilon_b) \cos 2\theta} \quad (9)$$

رابطه پاشندگی محیط دوشکستی نیز به صورت زیر است:

$$\omega = c \sqrt{\frac{4k_y^2 \varepsilon_b \varepsilon_c - k_{z,i}^2 [(\varepsilon_b + \varepsilon_c)^2 + (\varepsilon_b - \varepsilon_c) \cos 2\theta - 2(\varepsilon_b + \varepsilon_c) + (\varepsilon_b - \varepsilon_c) \cos 2\theta]}{2\varepsilon_b \varepsilon_c [(\varepsilon_b + \varepsilon_c) - (\varepsilon_b - \varepsilon_c) \cos 2\theta]}} \quad (10)$$

$$\frac{k_{z,i}}{K_z} = -\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_p} \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_b \sin^2 \theta + \varepsilon_c \cos^2 \theta} \quad (11)$$

این رابطه همان شرط برانگیزش پلاسمون سطحی است

$$\varepsilon_{d,Lab}(\theta) = \begin{bmatrix} \varepsilon_a & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_b \cos^2 \theta + \varepsilon_c \sin^2 \theta & (\varepsilon_b - \varepsilon_c) \sin \theta \cos \theta \\ 0 & (\varepsilon_b - \varepsilon_c) \sin \theta \cos \theta & \varepsilon_b \sin^2 \theta + \varepsilon_c \cos^2 \theta \end{bmatrix} \quad (2)$$

برای یافتن شرط برانگیزش پلاسمون سطحی باید از معادلات ماکسول استفاده کرد. عدد موج امواج سطحی را باید به گونه‌ای انتخاب کرد که با دور شدن از سطح مشترک از خود رفتار نمایی نزولی نشان دهند. برای قطبش TM (که می‌تواند پلاسمون سطحی را تحریک کند) میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی محیط دی‌الکتریک را می‌توان به شکل زیر لحاظ کرد:

$$\begin{cases} E_d(x, y, z) = (0, E_y, E_z) e^{i(k_y y + k_{z,r} z)} e^{-k_{z,i} z} \\ H_d(x, y, z) = (H_x, 0, 0) e^{i(k_y y + k_{z,r} z)} e^{-k_{z,i} z} \end{cases} \quad z > 0 \quad (3)$$

که در آن  $k_{z,i}$  یک عدد مثبت است. میدان‌های محیط پلاسمونی نیز باید به شکل زیر باشند:

$$\begin{cases} E_p(x, y, z) = (0, E_y, \frac{\varepsilon_{zy} E_y + \varepsilon_{zz} E_z}{\varepsilon_p}) e^{ik_y y} e^{K_z z} \\ H_p(x, y, z) = (H_x, 0, 0) e^{ik_y y} e^{K_z z} \end{cases} \quad z < 0 \quad (4)$$

که در آن  $K_z$  نیز عددی مثبت است.  $\varepsilon_{yz}$  و  $\varepsilon_{zz}$  نیز مؤلفه‌های تانسور دی‌الکتریک در رابطه (۲) هستند. با اعمال معادله اول ماکسول (قانون آمپر) به میدان‌های (۳) و (۴) شرایط حاکم بر مؤلفه‌های بردار انتشار به دست آیند:

$$\begin{aligned} (k_{z,r} + ik_{z,i}) H_x &= -\omega \varepsilon_0 (\varepsilon_{yy} E_y + \varepsilon_{yz} E_z) \\ -iK_z H_x &= -\omega \varepsilon_0 \varepsilon_p E_y \end{aligned} \quad (5)$$

شرط تطبیق فازی (۷) را می‌توان با استفاده از رابطه (۹) به شکل ساده‌تر زیر نوشت:

تقسیم گردند و در نهایت هم از رابطه (۱۱) استفاده شود. آنگاه رابطه پاشندگی نهایی به صورت زیر پیدا می‌شود:

$$\omega = ck_y \sqrt{\frac{2(\varepsilon_b \varepsilon_c - \varepsilon_p^2)}{\varepsilon_p (2\varepsilon_b \varepsilon_c - \varepsilon_p (\varepsilon_b + \varepsilon_c)) + \varepsilon_p (\varepsilon_b - \varepsilon_c) \cos 2\theta}} \quad (12)$$

از این نمودارها به خوبی مشخص است که با تغییر زاویه محور اپتیکی می‌توان فرکانس پلاسمونی را در یک عدد موج ثابت تغییر داد. چنین چیزی در محیط‌های همسانگرد وجود ندارد. جالب اینجاست که با تعویض مقادیر  $\varepsilon_b$  و  $\varepsilon_c$  روند تغییرات فرکانس بر حسب زاویه وارون می‌شود و از رفتار صعودی به یک رفتار نزولی تغییر پیدا می‌کند.

### نتیجه گیری

در این مقاله، شرط برانگیزش پلاسمونی و معادله پاشندگی برای محیط پلاسمونی همسانگرد و محیط دو شکستی که یکی از محورهای اصلی آن در سطح است به دست آمد. روابط نشان می‌دهند که عدد موج محیط دی‌الکتریک در راستای  $z$  باید دارای یک جزء حقیقی غیر صفر باشد (یعنی  $k_{z,r}$ ) زیرا در غیر این صورت فرکانس‌های مختلط ظاهر می‌شوند. روند تغییرات  $\omega$  بر حسب  $\theta$  به علامت  $\varepsilon_c - \varepsilon_b$  بستگی دارد. اگر این کمیت مثبت باشد  $\omega$  بر حسب  $\theta$  صعودی است و اگر منفی باشد نیز نزولی خواهد بود.

### سپاسگزاری

از دانشگاه ملایر به خاطر حمایت از این کار تشکر می‌شود.

### مرجع‌ها

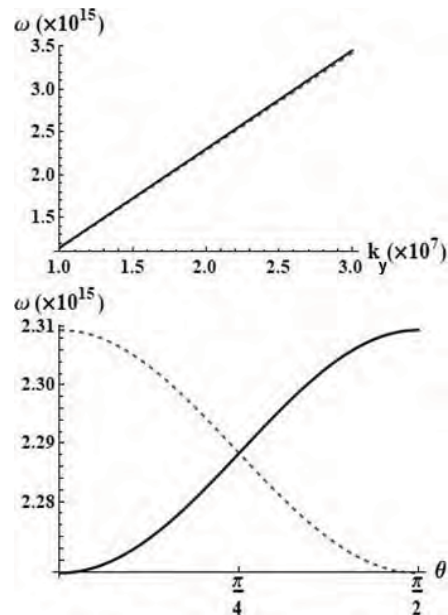
- [1] A. John, Jr. Polo, A. Lakhtakia, "Surface electromagnetic waves", Laser & Photonics Reviews, 2, 5-20, 2009.

که برای حالت خاص  $\varepsilon_b = \varepsilon_c$  به رابطه آشنا در محیط‌های همگن تبدیل می‌شود [۴]. حال اگر  $K_z$  از رابطه (۸) به دست آید و  $k_{z,i}$  هم از رابطه (۱۰) استخراج شود و بر هم

این معادله یک خط راست با شیب وابسته به  $\theta$  می‌باشد.

### محاسبات و بحث نتایج

یک ماده دو شکستی دلخواه با  $\varepsilon_a = 1.4$ ،  $\varepsilon_b = 1.5$  و  $\varepsilon_c = 1.6$  لحاظ می‌شود. محیط پلاسمونی نیز با  $\varepsilon_p = -2$  انتخاب می‌گردد. رابطه پاشندگی (۱۲) برای زاویه دلخواه  $\theta = \pi/3$  به صورت نمودار بالا در شکل ۲ خواهد بود. وابستگی  $\omega$  به  $\theta$  برای عدد موج دلخواه  $k_y = 2 \times 10^7$  نیز در نمودار پایین شکل ۲ نشان داده شده است:



شکل ۲: فرکانس SPP بر حسب عدد موج  $k_y$  (نمودار بالا) و زاویه  $\theta$  (شکل پایین). نمودارهای نقطه چین برای حالتی هستند که مقدار  $\varepsilon_c$  و  $\varepsilon_b$  با هم جابجا شوند.

[2] H. Zhou, X. Zhang, D. Kong, Y. Wang, and Y. Song, "Complete dispersion relations of surface plasmon polaritons at a metal and birefringent dielectric interface", *Applied Physics Express* 8, 062003, 2015.

[3] R. Li, C. Cheng, F. F. Ren, J. Chen, Y. X. Fan, J. Ding, and H. T. Wang, "Hybridized surface plasmon polaritons at an interface between a metal and a uniaxial crystal", *Applied Physics Letters*. 92, 141115, 2008.

[۴] ناصر پیغمبریان، استفان کوچ، آندره میزبرویچ، مقدمه ای بر نورشناخت نیمرسانا، ترجمه: حمیدرضا مهاجری مقدم و حبیب تجلی، به نشر (انتشارات آستان قدس رضوی)، فصل ۳، (۱۳۹۱).

[۵] سعیده گلزاری ضمیر، علیرضا عبدی کیان، "رابطه پاشندگی پلاسمون برای محیط پلاسمونی با تابع دی الکتریک متغیر"، همایش نانوفتونیک ایران، دانشگاه سیستان و بلوچستان، ۷۶-۷۸، آبان ۱۳۹۹.