بیست و هفتمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و سیزدهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه سیستان و بلوچستان،
زاهدان، ایران.
۱۴-۱۶ بهمن ۱۳۹۹

کد مقاله : ۱-۲۴۷۳-۱۰-A

نسبت تمرکز و توزیع شدت گرمای خورشیدی در آینه‌های شلجمی و کروی

م. ابراهیم فولادوند[۱]، پروین کریمی [۲]، آزاده سعیدی [۱]، سبحان شریفی آبدر [۳]

[۱] زنجان، دانشگاه زنجان، دانشکده علوم، گروه فیزیک foolad@znu.ac.ir
azadeh.saeedi131@gmail.com
[۲] گروه فیزیک، واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران p_karimi@azad.ac.ir
[۳] دانش آموخته کارشناس ارشد فیزیک، دانشگاه زنجان sobhan.sh@znu.ac.ir

چکیده - در این نوشته با محاسبات تحلیلی و در چارچوب اپتیک هندسی توزیع فضایی شار گرمایی و نیز ضریب تمرکز آن را در یک دیش متمرکز کننده خورشیدی به‌دست می‌آوریم. دو گونه آیینه شلجمی و کروی را بررسی می‌کنیم. نشان می‌دهیم پرتوهای نور تابیده به سطح یک آیینه‌ی شلجمی که همسو با محور بر آن بتابند همگی پس از بازتاب از یک نقطه که همان کانون شلجمی است می‌گذرند. با یافتن معادله پارامتری خط پرتو بازتابی، توزیع شدت نور روی یک صفحه دریافت کننده عمود بر محور دیش به صورت تحلیلی در دیش شلجمی و عددی در دیش کروی به‌دست می آیند. نسبت تمرکز که به‌صورت نسبت میانگین شار دریافتی توسط صفحه دریافت کننده به شدت نور فرودی به دیش تعریف می‌شود را به‌صورت عددی در دیش کروی به دست آوردیم.

کلید واژه ها- دیش متمرکز کننده خورشیدی، دیش شلجمی، نسبت تمرکز گرمایی، انرژی خورشیدی گرمایی، رخواره شار گرمایی.

Concentration ratio and flux profile in spheric & parabolic mirrors

M. Ebrahim Foulaadvand[1], Parvin Karimi[2], Azadeh Saeedi[1], Sobhan Sharifi Abdar[1]

[1] Department of Physics, University of Zanjan, Zanjan, Iran
[2] Department of Physics, South Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

Abstract- We have analytically obtained the flux concentration ratio in the focal area of a paraboloidal and a spherical mirror which are widely used in solar thermal applications. It is shown that in an ideal paraboloidal concentrator the reflected solar rays are focused in a point whereas in a spherical concentrator the reflected ray intersects the mirror axis on a point which depends on the lateral distance of the incident ray to the axis. However, those rays which are close to the axis will be concentrated to a quasi focal point. The average radiative flux on a receiver area is obtained.

Keywords: solar thermal energy, paraboloidal dish, spherical dish, concentration ratio, thermal flux profile

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترس باشد.

مقدمه

یکی از رایج‌ترین شیوه‌های بهره‌گیری از انرژی خورشیدی، متمرکز کردن پرتوهای خورشید در ناحیه‌ای کوچک است. به این منظور، گردآور (کالکتور)های خورشیدی گوناگونی مانند دیش‌های خورشیدی شلجمی و کروی، گردآور شلجمی خطی، و نیز گردآورهای تخت فرنل ساخته شده‌اند [۱]. شکل سطح این دیش‌های آیینه‌ای را، بیشتر کروی و یا شلجمی (سهمی‌گون) می‌گیرند. شکل (۱) یک نمونه از دیش متمرکز کننده خورشیدی شلجمی‌گون را نشان می‌دهد. فرآیند ساخت سطوح کروی نسبت به شلجمی آسان‌تر و کم هزینه‌تر است اما از سویی دیگر کارایی آنها در تمرکز نور خورشید پایین‌تر است. یک پرسش مهم اینست که با در نظر گرفتن همه این جوانب گزینش بهینه هندسه دیش چه باید باشد؟ برای پاسخ به این پرسش باید نسبت تمرکز گرما را پیدا کنیم. هدف این مقاله، یافتن نسبت تمرکز گرمایی و بستگی آن به پارامتر‌های هندسی دیش در آیینه‌های کروی و شلجمی به کمک اپتیک هندسی است. در این نوشته فرض شده تمام پرتوهای نور به شکل موازی با محور اصلی دیش و از یک شیء بسیار دور مانند خورشید، به سطح دیش می‌رسند. هرچه فاصله پرتوهای تابیده به سطح آیینه کروی نسبت به محور کمتر باشد بازتاب آن‌ها به نقطه‌ی کانونی نزدیک‌تر و هر چه فاصله پرتوها از محور دورتر باشد تمرکز بازتاب آن‌ها از کانون دورتر خواهد بود [۲]. با کمک اپتیک هندسی می‌توان ثابت کرد که تنها نوع آیینه خمیده که انحراف کانونی ندارد، آیینه شلجمی است. در ادامه با کمک اپتیک هندسی، توزیع شدت نور در آیینه‌های کروی و شلجمی بررسی و با هم مقایسه می‌شوند.

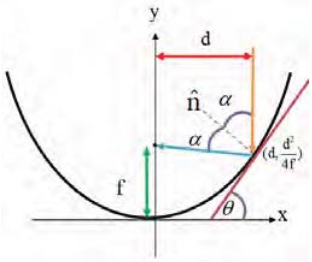
شکل ۱: دیش اروپایی در مرکز پژوهشی پی اس آی (جنوب شرق اسپانیا) با دو محور ردیابی سمتی و فرازی (ارتفاعی).

بررسی بازتاب پرتوهای نور در آیینه شلجمی

با کمک هندسه تحلیلی نشان می‌دهیم در آیینه‌های شلجمی بازتابش پرتو تابیده همسو با محور آیینه نابسته (مستقل) از فاصله پرتو فرودی تا محور اصلی آیینه است و پرتو از کانون می‌گذرد. شکل ۲ هندسه فرود و بازتاب پرتو نور را در یک آیینه شلجمی (مقطع دو بعدی) را نشان می‌دهد. معادله مقطعی از سطح آیینه شلجمی که در شکل نشان داده شده است با رابطه $y = x^2/4f$ داده می‌شود که در آن f فاصله کانونی خم شلجمی است. در شکل، پرتو فرودی، خط مماس بر شلجمی در نقطه برخورد پرتو فرودی با آن، خط عمود بر شلجمی در نقطه برخورد و پرتو بازتابیده نشان داده شده‌اند: α زاویه فرود پرتو نسبت به خط عمود بر آیینه، d فاصله عمودی پرتو فرودی تا محور شلجمی، θ زاویه‌ی خط مماس بر آیینه در نقطه برخورد پرتو فرودی با محور xها و f فاصله نقطه کانونی تا رأس آیینه (مبدا مختصات) است.

$$\tan\alpha = \tan\theta = \frac{dy}{dx} = \frac{x}{2f} \xrightarrow{x=d} \tan\alpha = \frac{d}{2f} \qquad (۱)$$

با داشتن $\tan\alpha$ شیب خط پرتو بازتابی از رابطه $m = tg(\pi/2 + 2\alpha) = -\cot(2\alpha) = (d^2 - 4f^2)/4df$ به‌دست می‌آید. معادله خط پرتو بازتابی با در نظر گرفتن اینکه مختصات نقطه برخورد پرتو فرودی با آیینه، $(d, d^2/4f)$، در این خط صدق می‌کند به‌صورت زیر به‌دست می‌آید :



شکل ۲: هندسه بازتاب پرتو نور در یک آیینه شلجمی.

$$y = \frac{d^2 - 4f^2}{4df}x + f \qquad (۲)$$

فاصله نقطه برخورد پرتو بازتابی از راس شلجمی برابر است با y(x=0)=f که نابسته از d می‌باشد. پس نشان دادیم پرتو فرودی به آیینه چنان‌چه همسو با محور بتابد چنان بازتاب می‌شود که از کانون بگذرد. معادله سطح یک آیینه

شلجمی به‌صورت $z=(x^2+y^2)/4f$ است. یک پرتو تابیده موازی با محور دیش را در نظر بگیرید که فاصله آن از محور d است. چنان‌چه مختصه x آن x_0 باشد پس از محاسبات معادله پارامتری خط پرتو بازتابیده به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

(۳)

$$x=x_0-\frac{4fx_0}{4f^2+d^2}t,\ y=\left(d^2-x_0^2\right)^{1/2}-\frac{4f\left(d^2-x_0^2\right)^{1/2}}{4f^2+d^2}t$$
$$z=\frac{d^2}{4f}+\frac{4f^2-d^2}{4f^2+d^2}t.$$

به‌سادگی می‌توان دید به ازای $t=(4f^2+d^2)/4f$، هر دو مختصه‌ی x, y صفر می‌شوند و $z=f$ به‌دست می‌آید. این به معنی آن است که تمام پرتوهای فرودی موازی با محور نوری آیینه شلجمی سه بعدی به‌صورت نابسته از d از روی کانون آیینه می‌گذرند.

توزیع شدت تابش در آیینه شلجمی

در ادامه، توزیع شدت اپتیکی در یک آیینه شلجمی روی یک صفحه دریافت‌کننده که به‌صورت عمودی روی محور اصلی آیینه منطبق بر محور z که در فاصله a قبل از نقطه‌ی کانون، $a<f$، قرار دارد به‌دست می‌آید. برای به‌دست آوردن توزیع شعاعی شدت روی این صفحه، مختصات نقطه‌ی برخورد پرتو فرودی موازی با محور z که در فاصله‌ی Y نسبت به محور اصلی قرار دارد، روی این دریافت کننده به‌دست می‌آید:

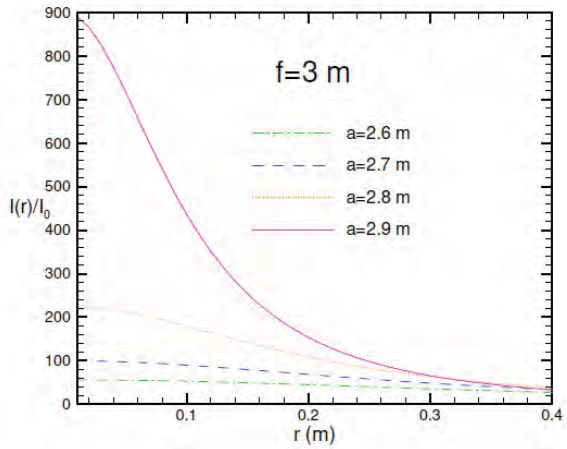
$$x=x_0\frac{4f(f-a)}{4f^2-d^2},\ y=y_0\frac{4f(f-a)}{4f^2-d^2},\ z=a \qquad (۴)$$

که x_0 و y_0 مختصات پرتو فرودی روی آیینه شلجمی است. اگر $r=\left(x^2+y^2\right)^{1/2}$ فاصله‌ی شعاعی نقطه‌ی برخورد پرتو بازتاب تا مرکز صفحه دریافت‌کننده باشد، فاصله‌ی $Y(r)$ با رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$Y(r)=\frac{2f}{r}[a-f+\sqrt{(f-a)^2+r^2}] \qquad (۵)$$

برای به‌دست آوردن تابش متمرکز شده $I(r)$ روی صفحه‌ی دریافت کننده بین فاصله‌های r و $r+dr$، پرتوهای فرودی روی یک حلقه‌ی دایره‌ایی به شعاع Y و $Y+dY$ می‌تابند به‌طوری‌که $2\pi rI(r)dr=2\pi Y(r)I_0dY$ است. شکل ۳ نمودار وابستگی نمایه شدت روی صفحه‌ی دریافت کننده در ناحیه‌ی کانونی را نسبت به شعاع نشان می‌دهد. نسبت تابش متمرکز شده به شدت پرتو فرودی I_0 با رابطه‌ی زیر تعریف می‌شود:

$$I(r)/I_0=\frac{2f}{r^2}[a-f+\sqrt{(a-f)^2+r^2}]\times$$
$$[\frac{2f}{r^2}(f-a-\sqrt{(a-f)^2+r^2})+\frac{2f}{\sqrt{(a-f)^2+r^2}}] \qquad (۶)$$



شکل ۳: نمایه شدت در ناحیه‌ی کانونی نسبت به شعاع در آیینه شلجمی.

بررسی بازتاب نور در آیینه کروی

با محاسبات تحلیلی بازتاب نور در آیینه‌های کروی را نیز می‌توان بررسی کرد. البته در این حالت و بر خلاف آیینه شلجمی نقطه برخورد پرتوهای بازتابیده با محور آیینه دیگر از یک نقطه مشترک نمی‌گذرد و به فاصله پرتو فرودی از محور کره بستگی دارد. نشان می‌دهیم برای پرتوهای فرودی که فاصله آنها تا محور اصلی آیینه کم باشد، پرتوهای بازتابی متناظر در نزدیکی کانون کره که در فاصله R/2 از مرکز آن قرار دارد متمرکز می‌شوند. شکل ۴(a) فرود و بازتاب یک پرتو را در آیینه کروی از نمای کناری نشان می‌دهد. معادله‌ی سطح آیینه کروی $x^2+y^2+z^2=R^2$ و معادله‌ی پارامتری خط پرتو فرودی موازی با محور zها به‌صورت $x=x_0$,$y=y_0$ و $z=z_0+t$ است. پس از انجام محاسبات، معادله‌ی پارامتری خط پرتو بازتابی می‌شود:

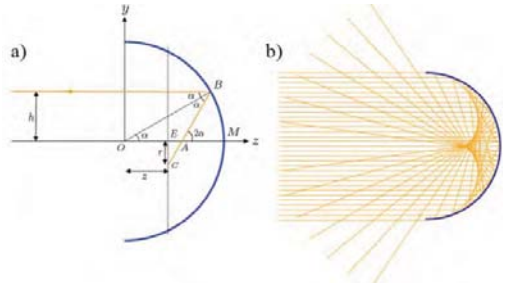
این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترس باشد.

$$x = x_0 + \frac{2x_0\left(R^2 - d^2\right)^{1/2}}{R^2}t$$
$$y = (d^2 - x_0^2)^{1/2} + \frac{2\left((R^2 - d^2).(d^2 - x_0^2)\right)^{1/2}}{R^2}t \qquad (۷)$$
$$z = \left(R^2 - d^2\right)^{1/2} + (1 - 2\frac{d^2}{R^2})t$$

به ازای $t = -R^2/(2(R^2 - d^2)^{1/2})$، $x, y = 0$ می‌شوند و نقطه‌ی برخورد پرتوهای بازتاب روی محور نوری آیینه کروی سه بعدی $z = R^2/(2(R^2 - d^2)^{1/2})$ به‌دست می‌آید. برای dهای کوچک $d/R \ll 1$ می‌توان بسط تیلور داد:

$$z \approx R/2[1 + 1/2\left(d/R\right)^2 + 3/8\left(d/R\right)^4 + ...] \qquad (۸)$$

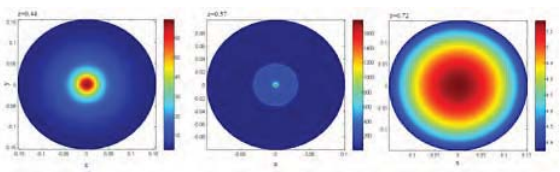
چنان‌چه $d/R \ll 1$ باشد، می‌توان در تقریب نخست از جمله‌های $d^2/2R^2$ و $3/8(d/R)^4$ چشم‌پوشی کرد و مختصات نقطه برخورد را $R/2$ گرفت. این همان چیزی است که به آن کانون آیینه کروی گفته می‌شود. شکل ۴(b) شدت پرتوها را در یک آیینه کروی شان می‌دهد.



شکل ۴: (a) بازتاب یک پرتو از یک آیینه کروی و (b) توزیع شدت پرتوها.

شدت تابش در آیینه کروی

با انجام محاسبات ریاضی نسبتا طولانی و پیچیده توزیع شدت تابشی را می‌توان به‌صورت عددی برای یک آیینه کروی به‌دست آورد. در اینجا فقط نتیجه را ارایه می‌دهیم. شدت $I(r,z)$ دارای تقارن استوانه‌ای است که در آن r فاصله از مرکز صفحه عمود بر محور اپتیکی آیینه (محور z) در فاصله z از مرکز آیینه است. در شکل ۵ توزیع شدت روی صفحه z ثابت به ازای مقادیر گوناگون z نشان داده شده است. برای سادگی شعاع آیینه برابر واحد گرفته شده است.



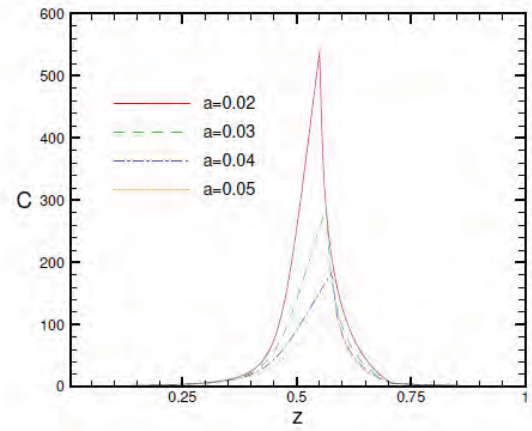
شکل ۵: وابستگی شعاعی شدت تابش در صفحات z ثابت برای آیینه کروی.

نسبت تمرکز در آیینه کروی

نسبت تمرکز یک دریافت کننده به‌صورت میانگین شار دریافت شده توسط آن به شار تابشی ورودی به دهانه گرد آور تعریف می‌شود. دریافت‌کننده را به‌صورت دایره‌ای به شعاع a که در فاصله‌ی z نسبت به مرکز آیینه کروی قرار دارد می‌گیریم. برابر تعریف نسبت تمرکز $C(a,z)$ می‌شود:

$$C(a,z) = \frac{\int_0^a I(r,z)2\pi r dr}{\pi a^2 I_0} \qquad (۹)$$

شکل ۵ بستگی نسبت تمرکز به z برای شعاع‌های a گوناگون را نشان می‌دهد.



شکل ۶: بستگی نسبت تمرکز به z برای شعاع‌های گوناگون دریافت کننده.

نتیجه‌گیری

در آیینه‌های کروی و شلجمی به‌صورت تحلیلی و در چارچوب اپتیک هندسی توزیع شار گرمایی را در ناحیه کانونی به‌دست آوردیم. در آیینه کروی نشان دادیم توزیع شار در صفحه عمود بر محور اپتیکی دارای دو بیشینه شعاعی است. با داشتن توزیع شار گرمایی نسبت تمرکز شار گرمایی در آیینه کروی به‌صورت تحلیلی محاسبه گردید. مکان بهینه دریافت کننده برای بیشینه شدن نسبت تمرکز نیز پیدا شد.

مرجع‌ها

[1] D. Jafrancesco, P. Sansoni, F. Francini, G. Contento, C. Cancro, C. Privato, G. Graditi et al. "Mirrors array for a solar furnace: Optical analysis and simulation results" Renewable energy Vol. 63: 263-271, 2014

[2] J. Alda, *Paraxial optics*, Encyclopedia of Optical Engineering" 1920-1931, 2003

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترس باشد.