



بیست و هفتمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران و سیزدهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران.  
۱۴-۱۶ بهمن ۱۳۹۹



کد مقاله : ۲-۱۲۸۷-۱۰-A

## دوربری حالت درهم‌تنیده‌ای از دو کیوبیت ابررسانا در حضور برهم‌کنش قوی بدون اندازه‌گیری بل

صحتی، نیره؛ توسلی، محمد کاظم؛ سلیمیان، سهیلا

گروه اپتیک و لیزر، دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد

چکیده - در این مقاله حالت نامعلوم در هم‌تنیده‌ای از دو کیوبیت ابررسانا دوربری می‌شود. برای دوربری کوانتومی از حالت GHZ به‌عنوان کانال درهم‌تنیده استفاده می‌شود. پس از ارائه طرحی برای تولید این کانال، برهم‌کنش‌های مناسبی بین کیوبیت‌های ابررسانا در نظر گرفته می‌شود. این برهم‌کنش‌ها با اعمال میدان‌های مغناطیسی خارجی کنترل می‌شوند. در غیاب واهمدوسی کیوبیت‌های ابررسانا، حالت درهم‌تنیده مورد نظر از آزمایشگاه آلیس با اعمال درگاه‌های کوانتومی مناسب توسط باب، با هماندهی و احتمال موفقیت ۱ دوربری می‌شود. در انتها، نتایج عددی برای سامانه در حضور واهمدوسی کیوبیت‌های ابررسانا مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج نشان می‌دهند که پروتکل مطرح شده در این مقاله در حضور واهمدوسی کیوبیت‌های ابررسانا نیز نتایج رضایت‌بخشی دارد.

کلید واژه-حالت درهم‌تنیده، درگاه کوانتومی، دوربری کوانتومی، کیوبیت ابررسانا، کانال GHZ.

### Teleportation of the entangled state of two superconducting qubits in ultra-strong regime without Bell state measurement

Nayere Sehati<sup>1</sup>, Mohammad Kazem Tavassoly<sup>2</sup>, Soheila Salimian<sup>3</sup>

<sup>1</sup>[nsehati@stu.yazd.ac.ir](mailto:nsehati@stu.yazd.ac.ir); <sup>2</sup>[mktavassoly@yazd.ac.ir](mailto:mktavassoly@yazd.ac.ir);

<sup>3</sup>[s.salimian@stu.yazd.ac.ir](mailto:s.salimian@stu.yazd.ac.ir)

**Abstract-** In this paper, an unknown entangled state of two superconducting (SC) qubits is teleported. For quantum teleportation purpose, GHZ state is used as the entangled channel. After introducing a scheme for the production of this channel, appropriate interactions between the desired superconducting qubits are considered. These interactions are controlled by applying external magnetic fields. In the absence of decoherence of SC qubits, the desired entangled state is teleported from Alice's lab to Bob's lab via applying proper quantum gates by Bob with fidelity and success probability 1. Finally, the numerical results for the system in the presence of the decoherence of SC qubits were studied. The results show that the outlined protocol in this paper leads to satisfactory results in the presence of the decoherence of SC qubits, too.

Keywords: Entangled state, Quantum gate, Quantum teleportation, Superconducting qubit, GHZ channel.

توسط کانال‌های کوانتومی و کلاسیکی است. تاکنون دوربری

کوانتومی به روش‌های مختلف و در سامانه‌های

متنوع دیده‌اند. نظر گرفته شده است [۳، ۴]. به پروتکل دوربری

کوانتومی توسط مدارهای ابررسانا نیز توجه خاصی شده

است [۵]. با توجه به این که در مدارهای ابررسانا کیوبیت‌های

ابررسانا، به راحتی با دستگاه‌های دیگر جفت می‌شوند [۶] و

مقدمه

دوربری کوانتومی که ابتدا توسط بنت و همکاران مطرح شد

[۱] یکی از پروتکل‌های مهم در فرایندهای اطلاعات و ارتباطات

کوانتومی است [۲]. دوربری کوانتومی، انتقال یک حالت نامعلوم

از یک فرستنده به یک گیرنده بدون انتقال فیزیکی اطلاعات

CNOT روی دو کیوبیت ۴ و ۵ عمل می‌کند که کیوبیت ابرسانی ۴، کیوبیت کنترل و کیوبیت ابرسانی ۵، کیوبیت هدف است. بنابراین حالت GHZ مورد نظر برای سه کیوبیت ابرسانی ۳، ۴ و ۵ به شکل زیر به دست می‌آید:

$$|GHZ\rangle_{3,4,5} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0,0,0\rangle_{3,4,5} + |1,1,1\rangle_{3,4,5}). \quad (2)$$

### پروتکل دوربری

پس از تولید کانال GHZ، در این مرحله پروتکل دوربری حالت درهم‌تنیده از دو کیوبیت ابرسانا را مورد بررسی قرار می‌دهیم. از آنجا که حالت درهم‌تنیده نامعلوم از کیوبیت‌های ابرسانی ۱ و ۲، رابطه (۱)، را با استفاده از کانال درهم‌تنیده GHZ از کیوبیت‌های ابرسانی ۳، ۴ و ۵، رابطه (۲)، دوربری می‌شود، بنابراین حالت اولیه سامانه برابر است با:

$$|\psi(0)\rangle_{1-5} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha|0,0,0,0,0\rangle + \alpha|0,0,1,1,1\rangle + \beta|1,1,0,0,0\rangle + \beta|1,1,1,1,1\rangle)_{1-5}. \quad (3)$$

کیوبیت‌های ۱، ۲ و ۳، متعلق به آزمایشگاه آلیس و کیوبیت‌های ۴ و ۵، متعلق به آزمایشگاه باب هستند. ابتدا، برهم‌کنش بین کیوبیت‌های ابرسانی ۲ و ۳ که به صورت خازنی به هم متصل شده‌اند را در نظر می‌گیریم. هامیلتونی کیوبیت‌های ۲ و ۳ به صورت زیر بیان می‌شود [۷]:

$$H = \frac{1}{2} \sum_{j=2}^3 \omega_j \sigma_j^z + g (\sigma_2^+ + \sigma_2^-)(\sigma_3^+ + \sigma_3^-), \quad (4)$$

در آن  $\omega_j$  بسامدگذار  $j$  امین کیوبیت ابرسانا و  $\sigma_j^z$  و  $\sigma_j^\pm$  به ترتیب عملگر نردبانی و عملگر پاولی عمل‌کننده روی  $j$  امین کیوبیت ابرسانا هستند. هم‌چنین،  $g$  ثابت جفت‌شدگی بین دو کیوبیت ابرسانی ۲ و ۳ است. بسامد کیوبیت‌های ابرسانی ۲ و ۳ با اعمال میدان‌های مغناطیسی خارج‌مطابق رابطه‌ی زیر مدوله می‌شود:

$$\omega_j = \omega_{0j} + \varepsilon_j \sin(\nu_j t), \quad (5)$$

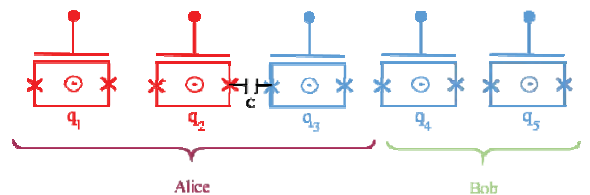
میزان جفت‌شدگی آن‌ها با اعمال میدان مغناطیسی خارجی قابل تنظیم است [۷]. استفاده از آن‌ها در فرآیندهای اطلاعات کوانتومی مانند دوربری حالت‌های کوانتومی جایگاه ویژه‌ای دارد. ما در این مقاله، پروتکل جدیدی برای دوربری کوانتومی حالت درهم‌تنیده‌ای از کیوبیت‌های ابرسانا ارائه می‌دهیم.

### مدل دوربری کوانتومی

در این بخش می‌خواهیم حالت نامعلوم درهم‌تنیده‌ای از دو کیوبیت ابرسانا ی ۱ و ۲ به صورت زیر

$$|\psi(0)\rangle_{1,2} = \alpha|0,0\rangle_{1,2} + \beta|1,1\rangle_{1,2}, \quad (1)$$

که در آن حالت‌های پایه برانگیخته هر کیوبیت ابرسانا به ترتیب با  $|0\rangle$  و  $|1\rangle$  نشان داده می‌شود. آزمایشگاه آلیس به آزمایشگاه باب دوربری کنیم. ضرایب نامعین  $\alpha$  و  $\beta$  شرط بهنجارش  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$  را ارضا می‌کنند. طرح‌واره‌ای از کیوبیت‌های ابرسانا در شکل ۱ آمده است. در هر پروتکل دوربری استاندارد، یک کانال کوانتومی درهم‌تنیده لازم است. بنابراین، ابتدا با استفاده از سه کیوبیت ابرسانی ۳، ۴ و ۵ کانال درهم‌تنیده GHZ را تولید می‌کنیم.



شکل ۱: طرح‌واره قرارگیری کیوبیت‌های ابرسانا در پروتکل دوربری. کیوبیت‌های ابرسانی ۱، ۲ و ۳ در آزمایشگاه آلیس و کیوبیت‌های ۴ و ۵ در آزمایشگاه باب قرار دارند. کیوبیت‌های ۲ و ۳ به صورت خازنی به هم وصل شده‌اند.

### تولید کانال درهم‌تنیده GHZ

به منظور تولید کانال GHZ، سه کیوبیت ابرسانی ۳، ۴ و ۵ را در حالت پایه در نظر می‌گیریم:  $|\psi(0)\rangle_{3,4,5} = |0,0,0\rangle_{3,4,5}$ . ابتدا، یک درگاه هادامارد بر روی کیوبیت ابرسانی ۳ اعمال می‌شود. سپس درگاه CNOT روی کیوبیت‌های ۳ و ۴ عمل می‌کند که در این جا کیوبیت ابرسانی ۳، کیوبیت کنترل و کیوبیت ابرسانی ۴، کیوبیت هدف است. در انتها، دومین درگاه

به علت کمبود فضا از آوردن نتایج تحلیلی ضرایب محاسبه شده‌ی  $c_1(t), c_2(t), \dots, c_6(t)$  صرف نظر کرده‌ایم. حالت سامانه در لحظه‌ی  $t = \frac{\pi}{4} g_{eff}$  برابر است با:

$$\left| \psi \left( \frac{\pi}{4 g_{eff}} \right) \right\rangle_{1-5} = \left\{ \frac{\alpha}{\sqrt{2}} |0, 0, 1\rangle + \frac{\beta}{2} |1, 1, 1\rangle - \frac{i\beta}{2} |1, 0, 0\rangle \right\}_{1-3} \otimes |1, 1\rangle_{4,5} + \left\{ \frac{\beta}{\sqrt{2}} |1, 1, 0\rangle + \frac{\alpha}{2} |0, 0, 0\rangle - \frac{i\alpha}{2} |0, 1, 1\rangle \right\}_{1-3} \otimes |0, 0\rangle_{4,5}. \quad (12)$$

سپس با اعمال ماتریس تبدیل یکانی زیر،

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & -i/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & -i/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

که بر روی دو کیوبیت ۲ و ۳ اثر می‌کند، حالت سامانه برابر خواهد شد با:

$$\left| \psi' \left( \frac{\pi}{4 g_{eff}} \right) \right\rangle_{1-5} = \left\{ \frac{\alpha}{2} |0, 0, 1\rangle - \frac{i\alpha}{2} |0, 1, 0\rangle + \frac{\beta}{2} |1, 1, 1\rangle - \frac{i\beta}{2} |1, 0, 0\rangle \right\}_{1-3} \otimes |1, 1\rangle_{4,5} + \left\{ \frac{\beta}{2} |1, 1, 0\rangle - \frac{i\beta}{2} |1, 0, 1\rangle + \frac{\alpha}{2} |0, 0, 0\rangle - \frac{i\alpha}{2} |0, 1, 1\rangle \right\}_{1-3} \otimes |0, 0\rangle_{4,5}. \quad (14)$$

نتایج اندازه‌گیری	درگاه‌های کوانتومی
$ 0, 0, 0\rangle,  1, 1, 1\rangle$	$I_4 \otimes S_5$
$ 1, 0, 0\rangle,  1, 1, 0\rangle$	$\sigma_{4x} \otimes S_5 \sigma_{5x}$
$ 1, 0, 1\rangle,  0, 1, 0\rangle$	$\sigma_{4x} \otimes \sigma_{5x} S_5$
$ 0, 1, 1\rangle,  1, 0, 0\rangle$	$\sigma_{4x} \otimes S_5$

جدول ۱: نتایج پروتکل دوربری. نتایج اندازه‌گیری آلیس بر روی سه کیوبیت ابررسانای ۱، ۲ و ۳ در ستون نتایج اندازه‌گیری مشخص شده است. درگاه‌های کوانتومی که باب باید بر روی کیوبیت‌های ابررسانای ۴ و ۵ اعمال کند تا فرآیند دوربری تکمیل شود در ستون درگاه‌های کوانتومی بیان شده است.  $\sigma_{ix}, \sigma_{iz}$  با  $S_i, i = 4, 5$ ، به ترتیب عملگرهای پائولی و فاز هستند که بر روی کیوبیت‌های ۴ و ۵ اعمال می‌شوند.

که در آن  $\omega_{0j}$  میانگین بسامد،  $V_j$  و  $\mathcal{E}_j$  به ترتیب بسامد و دامنه  $j$  امین میدان مغناطیسی خارجی هستند. در ادامه، دوتبدیلیکانی به صورت زیر بر هامیلتونی (۴) اعمال می‌شود [۷]:

$$U_1 = \exp \left[ -i \sum_{j=2}^3 \frac{\omega_{0j}}{2} \sigma_j^z t \right], \quad (6)$$

$$U_2 = \exp \left[ i \sum_{j=2}^3 \frac{\alpha_j}{2} \sigma_j^x \cos(v_j t) \right],$$

است. سپس با اثر دادن  $U = U_1 \times U_2$  بر هامیلتونی (۴)، هامیلتونی در تصویر برهم‌کنش به صورت زیر به دست می‌آید:

$$H_I = U^+ H U = g \sigma_2^+ \sigma_3^- \exp[i \alpha_3 \cos(v_3 t) - i \alpha_2 \cos(v_2 t) - i \Delta t] + g \sigma_2^+ \sigma_3^+ \exp[-i \alpha_3 \cos(v_3 t) - i \alpha_2 \cos(v_2 t) - i (\omega_{02} + \omega_{03}) t] + H.C.$$

که در آن  $\Delta = \omega_{03} - \omega_{02}$  است. با استفاده از بسط ژاکوبی،

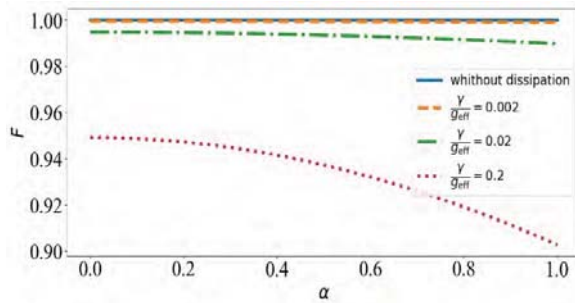
$$\exp[i \alpha \cos(vt)] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m J_m(\alpha) \exp(imvt), \quad (8)$$

در اینجا  $J_m(\alpha)$ ، تابع بسل مرتبه  $m$  از نوع اول و  $m$  عدد صحیح است و در نظر گرفتن این قید که  $\omega_{03} + \omega_{02} = v_2 + v_3$  با آن می‌توان از جملات نوسانی شدید در هامیلتونی (۷) صرف نظر کرد، در نهایت به هامیلتونی مؤثر می‌رسیم:

$$H_{eff} = g_{eff} (\sigma_2^+ \sigma_3^+ + \sigma_2^- \sigma_3^-), \quad (8)$$

که در آن  $g_{eff} = g J_1(\alpha_3) J_1(\alpha_2)$  جفت‌شدگی مؤثر است. از این رابطه پیداست که ثابت جفت‌شدگی با تغییر بسامد و دامنه میدان‌های مغناطیسی اعمال شده به کیوبیت‌های ابررسانا قابل کنترل است. با حل معادله شرودینگر وابسته به زمان با هامیلتونی  $H_{eff}$ ، رابطه (۸)، تحول زمانی حالت اولیه، رابطه (۳)، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\left| \psi(t) \right\rangle_{1-5} = \{ c_1(t) |0, 0, 1, 1, 1\rangle + c_2(t) |0, 0, 0, 0, 0\rangle + c_3(t) |0, 1, 1, 0, 0\rangle + c_4(t) |1, 1, 0, 0, 0\rangle + c_5(t) |1, 1, 1, 1, 1\rangle + c_6(t) |1, 0, 0, 1, 1\rangle \}_{1-5}. \quad (10)$$



شکل ۲: هماندهی پروتکل دوربری. هماندهی  $F$  بر حسب  $\alpha$  رسم شده است. مقادیر نسبت نرخ اتلاف کیوبیت‌های ابرسانا بر حسب ثابت جفت‌شدگی کیوبیت ابرسانای ۲ و ۳ در نمودار مشخص شده است.

### نتیجه‌گیری

در این مقاله پروتکلی برای دوربری کوانتومی یک حالت درهم‌تنیده با استفاده از کیوبیت‌های ابرسانا پیشنهاد شد. این طرح شامل ۵ کیوبیت ابرسانا است. ابتدا کانال درهم‌تنیده GHZ با استفاده از سه کیوبیت ابرسانا تولید شد و با استفاده از آن حالت درهم‌تنیده‌ای از دو کیوبیت دیگر از آلایس به باب دوربری شد. میدان‌های مغناطیسی خارجی اعمالی و تنظیم دامنه و بسامد آن‌ها، برهم‌کنش مناسبی بین دو کیوبیت ابرسانای ۲ و ۳ در آزمایشگاه آلایس ایجاد می‌کند که در نهایت، امکان دوربری با بیشینه هماندهی، ۱، را فراهم می‌آورد. اجرای پروتکل معرفی شده در این مقاله بدون اندازه‌گیری بل انجام شد و این پروتکل در حضور میرایی نیز به نتایج رضایت‌بخشی منتهی می‌شود.

### مرجع‌ها

- [1] C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crepeau, R. Jozsa, A. Peres, and W. K. Wootters; *Phys. Rev. Lett.*, **70**1895 (1993).
- [2] S. Pirandola, J. Eisert, C. Weedbrook, A. Furusawa, and S. L. Braunstein; *Nat. photonics*, **9** 641 (2015).
- [3] N. Sehati, and M. K. Tavassoly, *Quantum Inf. Process.*, **16** 193 (2017).
- [4] N. Sehati, M. K. Tavassoly, and M. Ghasemi; *Eur. Phys. J. Plus*, **134** 552 (2019).
- [5] S. Salimian, M. K. Tavassoly, and N. Sehati, *Eur. Phys. J. D*, **74** 148 (2020).
- [6] Devoret, Michel H and Schoelkopf, Robert J. *Science*, **339** 1169 (2013).
- [7] Li, X, Ma, Y, Han, J, Chen, Tao, Xu, Y, Cai, W, Wang, H, Song, YP, Xue, Zheng-Yuan, Yin, Zhang-qi, et al. *Phys. Rev. Appl.*, **10**054009(2018).
- [8] J. K. Xie, S. L. Ma, Z. P. Yang, Z. Li, and F. L. Li, *Phys. Lett. A*, **382** 2626 (2018).

در این مرحله درگاه هادامارد بر روی کیوبیت ابرسانای ۱ اثر می‌کند، سپس آلایس کیوبیت‌های ابرسانای ۱، ۲ و ۳ را اندازه‌گیری می‌کند و نتیجه اندازه‌گیری را به صورت کلاسیکی به باب اطلاع می‌دهد تا او که حالت کیوبیت‌های ۴ و ۵ را در اختیار دارد با اعمال درگاه‌های کوانتومی مناسب به حالت رابطه (۱) تبدیل کند. بدین ترتیب دوربری با بیشینه هماندهی ۱ انجام می‌شود. نتایج اندازه‌گیری آلایس و درگاه‌های مناسب اعمال شده توسط باب در جدول ۱ مرتب شده‌اند.

### اثر واهمدوسی

در ادامه اثرات واهمدوسی را با در نظر گرفتن نرخ اتلاف کیوبیت‌های ابرسانا (که آن را با  $\gamma_{i=1,\dots,5} = \gamma$  نشان می‌دهیم) در سامانه بررسی می‌کنیم. برای مشاهده اثر میرایی کیوبیت‌های ابرسانا، معادله مستر را به شکل زیر در نظر می‌گیریم [۸]:

$$d\rho(t)/dt = -i[H_{eff}, \rho(t)] + \sum_{i=1}^5 L[\sigma_i^-] \rho(t) \quad (15)$$

در آن ماتریس چگالی سامانه و عملگر لیندبلاد است. هماندهی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F = \left\langle \psi \left( \frac{\pi}{4g_{eff}} \right) \left| \rho \left( \frac{\pi}{4g_{eff}} \right) \right| \psi \left( \frac{\pi}{4g_{eff}} \right) \right\rangle_{1-5} \quad (16)$$

که در آن حالت سامانه در غیاب میرایی یعنی

رابطه (۱۲) و  $\rho \left( \frac{\pi}{4g_{eff}} \right)$  ماتریس چگالی سامانه در حضور

میرایی در لحظه  $t = \frac{\pi}{4g_{eff}}$  است. هماندهی بر حسب  $\alpha$  (در

رابطه (۱))، در شکل ۲ رسم شده است. با توجه به شکل، با افزایش نرخ اتلاف  $\gamma$ ، هماندهی کاهش می‌یابد، بنابراین، میرایی اثر مخربی بر هماندهی دارد. با این وجود، مقادیر قابل قبول هماندهی در شکل ۲ نشان می‌دهد که این پروتکل برای موقعیت‌های فیزیکی واقعی هم قابل اجراست.