



بیست و هفتمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران و سیزدهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران.
۱۴-۱۶ بهمن ۱۳۹۹



کد مقاله : ۲-۲۴۵۸-۱۰-A

بررسی اثر یک محیط غیرخطی بر برهم کنش اتم- میدان با استفاده از رهیافت حالت‌های همدوس غیرخطی

مژگان مومنی دمنه، علی مهدی‌فر، رسول رکنی زاده

دانشکده فیزیک-دانشگاه اصفهان

چکیده- در این مقاله، به منظور بررسی اثرات یک محیط غیرخطی بر برهم کنش اتم- میدان، از رهیافت حالت‌های همدوس غیرخطی استفاده می‌کنیم. بدین منظور برهم کنش یک اتم سه ترازوی را با حالت‌های همدوس دو مدی و غیرخطی متناظر با یک سامانه‌ی اپتیکی غیرخطی مطالعه می‌کنیم. ابتدا با استفاده از معادله شرودینگر وابسته به زمان، حالت اتم- میدان را بدست آورده و سپس اثر وجود محیط غیرخطی را بر احتمال اشغال ترازهای اتمی بررسی می‌کنیم. در ادامه نیز به ارتباط بین زمان بازآفرینی احتمال اشغال ترازهای اتمی و پارامتر غیرخطیت محیط می‌پردازیم.

کلید واژه- برهم کنش اتم- میدان، حالت همدوس غیرخطی، سامانه‌ی اپتیکی غیرخطی.

The effect of a nonlinear medium on the interaction of atom-field based on the nonlinear coherent states approach

Mojgan Momeni-Demneh, Ali Mahdifar and Rasoul Roknizadeh

Physics department, University of Isfahan

Abstract- In this paper, to study the effects of a nonlinear medium on the atom-field interaction, we use the nonlinear coherent states approach. For this purpose, we consider the interaction of the two-mode nonlinear coherent states, corresponding to a nonlinear optical system, with a three-level atom. By using the time-dependent Schrödinger equation, we first obtain the atom-field state and then study the effect of the nonlinear medium on the occupation probabilities of the atomic levels. In the following, we consider the relation between the revival time of the atomic occupation probabilities and the nonlinear parameter of the medium.

Keywords: Atom-field interaction Nonlinear coherent state, Nonlinear optical system.

شدت نور فرودی است. سامانه‌ی غیرخطی مزبور در برهمکنش با یک میدان کوانتومی دومدی با هامیلتونی کوانتومی زیر توصیف می‌شود:

$$\hat{H} = \hbar\omega_1 \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar\omega_2 \hat{b}^\dagger \hat{b} + \frac{\hbar\kappa}{2} \hat{a}^\dagger \hat{b}^\dagger \hat{a} \hat{b}, \quad (1)$$

که در آن $\hat{a}^\dagger \hat{a}$ و $\hat{b}^\dagger \hat{b}$ عملگرهای نابودی (خلق) مدهای اول و دوم میدان فرودی هستند و κ با ضریب غیرخطی مرتبه‌ی سوم $\chi^{(3)}$ متناسب است [۴].

برای بدست آوردن تابع تغییر شکل یافته‌ی متناظر با این سامانه‌ی دومدی و غیرخطی، ویژه مقادیر سامانه‌ی مزبور را با ویژه مقادیر یک نوسانگر هماهنگ دوبعدی تغییر شکل یافته به شکل زیر:

$$\hat{H} = \hbar\omega_1 \hat{A}^\dagger \hat{A} + \hbar\omega_2 \hat{b}^\dagger \hat{b}, \quad (2)$$

مقایسه می‌کنیم که در آن داریم:

$$\hat{A} = \hat{a} f(\hat{n}), \quad \hat{A}^\dagger = f^\dagger(\hat{n}) \hat{a}^\dagger. \quad (3)$$

بدین صورت، تابع تغییر شکل یافته‌ی متناظر با سامانه‌ی اپتیک غیرخطی مورد نظر به صورت زیر بدست می‌آید [۳]:

$$\hat{f}(\kappa, \hat{n}_b) = \left(1 + \frac{\kappa}{2\omega_1} \hat{n}_b\right)^{-1}. \quad (4)$$

همانگونه که مشاهده می‌شود این تابع، با ضریب غیر خطی κ متناسب است و می‌توان با تغییر آن، خواص غیرکلاسیکی سامانه را کنترل کرد.

حالت‌های همدوس دومدی متناظر با این سامانه‌ی اپتیک غیرخطی نیز به صورت زیر بدست می‌آید [۳]:

$$|\mu\rangle_\kappa = C^{-1} \sum_{n=0}^N \sqrt{\binom{N}{n}} f(\kappa, n_b)! \mu^n |n, N-n\rangle, \quad (5)$$

که در آن ضریب بهنجارش با رابطه‌ی زیر داده می‌شود:

$$C^2 = \sum_{n=0}^N \binom{N}{n} [f(\kappa, n_b)!]^2 (|\mu|^2)^n. \quad (6)$$

آشکار است که حالت‌های همدوس $|\mu\rangle_\kappa$ را می‌توان به عنوان خانواده‌ای از حالت‌های همدوس غیرخطی متناظر با سامانه‌ی اپتیک غیرخطی به شمار آورد.

در ادامه، ابتدا شمار میانگین فوتون‌های مد a و مد b در

حالت همدوس غیرخطی $|\mu\rangle_\kappa$ را بدست می‌آوریم:

$$\langle \hat{n}_a \rangle = C^{-2} \sum_{n=0}^N \binom{N}{n} [f(\kappa, n_b)!]^2 (|\mu|^2)^n n, \quad (7)$$

۱- مقدمه

مطالعه و تبیین اثرات یک محیط غیرخطی بر برودادهای تجربی از جمله مسائلی است که از دیرباز در کانون توجه فیزیکدانان قرار گرفته است. اپتیک غیرخطی از جمله عرصه‌هایی است که برای بررسی این اثرات غیرخطی بر نتایج تجربی به کار گرفته می‌شود.

از طرف دیگر، حالت‌های همدوس نوسانگر هماهنگ و تعمیم‌های آن دارای نقش بسیار مهمی در بسیاری از بخش‌های فیزیک هستند. از میان حالت‌های همدوس تعمیم یافته، حالت‌های همدوس غیرخطی که به صورت ویژه حالت عملگر نابودی جبر نوسانگر تغییر شکل یافته تعریف می‌شوند [۱] به دلیل دارا بودن ویژگی‌های غیرکلاسیکی بیشتر مورد توجه قرار گرفته‌اند [۲].

یکی از موضوعات جالب توجه، بررسی اثرات محیط غیرخطی بر نتایج آزمایش‌های اپتیک در چارچوب فرمولبندی حالت‌های همدوس است. حالت‌های همدوس که تشکیل یک مجموعه ابرکامل می‌دهند، چنانچه برای یک سامانه اپتیک غیرخطی تعریف شوند، دارای اثرات غیرخطی خواهند بود. از این رو، با بررسی حالت‌های همدوس مزبور، بررسی اثرات غیرخطی بر پدیده‌های فیزیکی امکان پذیر خواهد بود.

در مرجع [۳] با ارتباط دادن جبر نوسانگر تغییر شکل یافته با یکی از پدیده‌های اپتیک غیرخطی و یافتن تابع تغییر شکل مربوط، حالت‌های همدوس غیرخطی دومدی متناظر با این سامانه‌ی غیرخطی را بدست آوردیم. در این مقاله، به منظور بررسی اثرات این محیط غیرخطی بر برهم‌کنش اتم- میدان با استفاده از رهیافت حالت‌های همدوس، برهم‌کنش یک اتم سه تراز با حالت‌های همدوس غیرخطی دومدی متناظر با سامانه اپتیک غیرخطی مزبور را مطالعه می‌کنیم.

۲- حالت‌های همدوس غیرخطی متناظر با

سامانه‌ی غیرخطی

یکی از مهم‌ترین فرآیندهای اپتیک غیرخطی که سبب غیرخطیت $\chi^{(3)}$ می‌گردد، وابستگی ضریب شکست ماده به

که در آن $|A_{n_a, n_b}(\kappa)|^2$ احتمال داشتن تعداد n_a فوتون در مد a و n_b فوتون در مد b رابطه‌ی زیر داده می‌شود:

$$|\langle n_a, n_b | \mu \rangle_{\kappa}|^2 = C^{-2} \binom{N}{n_a} [f(\kappa, n_b)!]^2 |\mu|^{2n_a} \delta_{n_b, N-n_a} \quad (10)$$

اکنون حالت اتم- میدان را برای زمان $t > 0$ به صورت زیر می‌نویسیم:

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{n_a, n_b} A_{n_a, n_b}(\kappa) |n_a, n_b\rangle \{ C_0(n_a, n_b; t) |0; n_a, n_b\rangle + C_1(n_a, n_b; t) |1; n_a - 1, n_b\rangle + C_2(n_a, n_b; t) |2; n_a - 1, n_b + 1\rangle \}.$$

با استفاده از معادله شرودینگر در تصویر برهم‌کنش احتمال اشغال ترازهای اتمی با تعداد n_a فوتون در مد a و n_b فوتون در مد b ($P_i(n_a, n_b; t) = |C_i(n_a, n_b; t)|^2$) به صورت زیر بدست می‌آید:

$$P_0(n_a, n_b; t) = \frac{\Omega_{n_b}^4}{\Omega_{n_a-1, n_b}^4} + \frac{2\Omega_{n_a-1}^2 \Omega_{n_b}^2}{\Omega_{n_a-1, n_b}^4} \cos(\Omega_{n_a-1, n_b} t) \quad (11)$$

$$+ \frac{\Omega_{n_a-1}^4}{\Omega_{n_a-1, n_b}^4} \cos^2(\Omega_{n_a-1, n_b} t),$$

$$P_1(n_a, n_b; t) = \frac{\Omega_{n_a-1}^2}{\Omega_{n_a-1, n_b}^2} \sin^2(\Omega_{n_a-1, n_b} t),$$

$$P_2(n_a, n_b; t) = \frac{\Omega_{n_a-1}^2 \Omega_{n_b}^2}{\Omega_{n_a-1, n_b}^4} [1 - 2 \cos(\Omega_{n_a-1, n_b} t) + \cos^2(\Omega_{n_a-1, n_b} t)],$$

که در آن

$$\Omega_{n_a, n_b} = [\Omega_{n_a}^2 + \Omega_{n_b}^2]^{\frac{1}{2}} = [n_a + 1 + \frac{g_b^2}{g_a^2} (n_b + 1)]^{\frac{1}{2}} g_a, \quad (12)$$

بسامد رابی دو فوتونی است. بسامدهای رابی تک فوتونی نیز به صورت زیر تعریف شده‌اند:

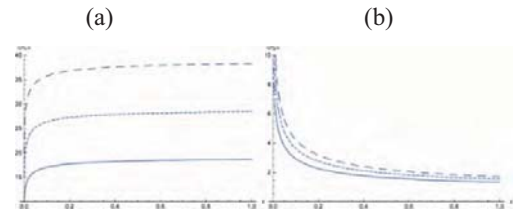
$$\Omega_{n_a} = g_a [n_a + 1]^{\frac{1}{2}}, \quad \Omega_{n_b} = g_b [n_b + 1]^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

۴- بررسی اثرات غیرخطی محیط

برای بدست آوردن خواص آماری میدان و بررسی اثر غیرخطیت محیط، احتمال اشغال ترازهای مختلف ($i = 1, 2, 3$) را محاسبه می‌کنیم:

$$\langle \hat{n}_b \rangle = C^{-2} \sum_{n=0}^N \binom{N}{n} [f(\kappa, n_b)!]^2 (|\mu|^2)^n (N-n).$$

در شکل (۱) شمار میانگین فوتون‌ها برای $\mu = 1$ و $N = 20, 30, 40$ برحسب κ رسم شده است. همانطور که دیده می‌شود برای یک N ثابت، شمار فوتون‌های مد a با افزایش κ افزایش و برای مد b کاهش می‌یابد. برای یک κ ثابت نیز با افزایش N ، شمار فوتون‌های مد a و مد b افزایش می‌یابد.



شکل ۱: شمار میانگین فوتون‌های (a) مد a و (b) مد b بر حسب κ برای $\mu = 1$ و $N = 20, 30, 40$ (خط چین، $N = 30$ (نقطه چین) و $N = 20$ (خط توپر))

۳- برهم‌کنش اتم-میدان

به منظور بررسی اثرات یک محیط غیرخطی بر برهم‌کنش اتم-میدان، یک اتم سه تراز Λ در نظر می‌گیریم که در آن گذارهای $0 \rightarrow 1$ و $1 \rightarrow 2$ مجاز هستند. هامیلتونی برهم‌کنش این سامانه در تقریب موج چرخان به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\hat{H}_I = g_a (\hat{\sigma}_{10} \hat{a} + \hat{a}^\dagger \hat{\sigma}_{01}) + g_b (\hat{\sigma}_{12} \hat{b} + \hat{b}^\dagger \hat{\sigma}_{21}), \quad (8)$$

که در آن \hat{a} (\hat{a}^\dagger) و \hat{b} (\hat{b}^\dagger) عملگرهای نابودی (خلق) مدهای میدان، $\hat{\sigma}_{ij} = |i\rangle \langle j|$ و g_a و g_b نیز قدرت‌های جفت‌شدگی اتم-میدان برای هر گذار هستند.

به منظور بررسی اثر محیط غیرخطی بر برهم‌کنش اتم سه تراز مزبور با یک میدان دو مدی، از حالت همدوس غیرخطی دو مدی $|\mu\rangle_{\kappa}$ به عنوان حالت اولیه میدان استفاده می‌کنیم. دینامیک سامانه نیز با استفاده از هامیلتونی (۸) بدست می‌آید. بنابراین در ابتدا فرض می‌کنیم اتم در تراز $|0\rangle$ بوده و حالت اولیه‌ی میدان به صورت زیر باشد:

$$|\psi(0)\rangle_f = \sum_{n_a, n_b} A_{n_a, n_b}(\kappa) |n_a, n_b\rangle, \quad (9)$$

فوتونی افزایش می‌یابد. دلیل این افزایش را می‌توان در افزایش شمار میانگین فوتون‌های مد a ، با زیاد شدن κ جستجو نمود [شکل (۱) قسمت (a)]. در شکل (۳) احتمال اشغال ترازهای اتمی بر حسب $g_a t$ برای $\kappa = 0$ (a) و $\kappa = 0.1$ (b) و جفت شدگی غیر برابر $(g_a/g_b = 2)$ رسم شده است. همانطور که مشخص است در این حالت نوسانات رابی دچار فروافت و بازآفرینی می‌شوند. براساس فرآیندهای تک فوتونی و دو فوتونی دو نوع بازآفرینی وجود دارد: یکی با دامنه کوتاه و دیگری با دامنه بلندتر که به ترتیب به فرآیندهای تک فوتون و دو فوتون مرتبط هستند. همچنین مشخص است که با افزایش ضریب غیرخطی κ ، بازآفرینی در فواصل کوتاهتری اتفاق می‌افتد.

۵- نتیجه گیری

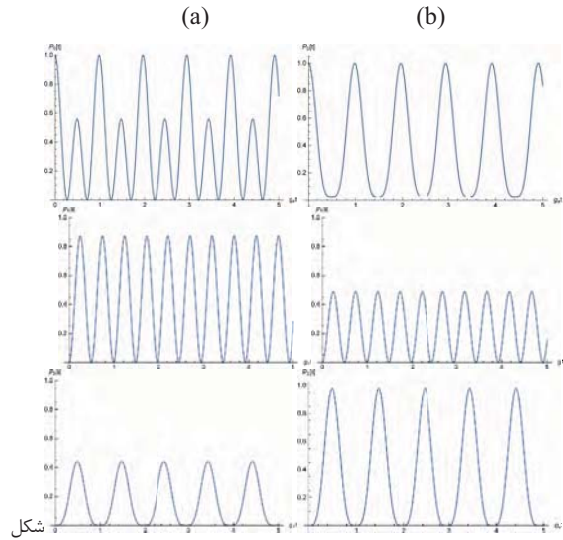
در این مقاله اثرات یک سامانه غیرخطی متناسب با $\mathcal{H}^{(3)}$ که با استفاده از حالت‌های همدوس غیرخطی توصیف شده بود را بر برهم‌کنش اتم-میدان بررسی کردیم. ویژگی این رهیافت توصیف برهم‌کنش اتم-میدان و بررسی اثرات غیرخطی محیط بر برهم‌کنش مزبور با استفاده از حالت‌های همدوس غیرخطی است. بدین منظور برهم‌کنش یک اتم سه تراز با حالت‌های همدوس دومی متناظر با سامانه‌ی اپتیک غیرخطی و خواص کوانتومی آن را مورد بررسی قرار دادیم. مشاهده کردیم که با افزایش غیرخطیت در سامانه، علاوه بر افزایش گذارهای تک فوتونی، زمان بازآفرینی در سامانه نیز کاهش پیدا می‌کند.

۶- مراجع ها

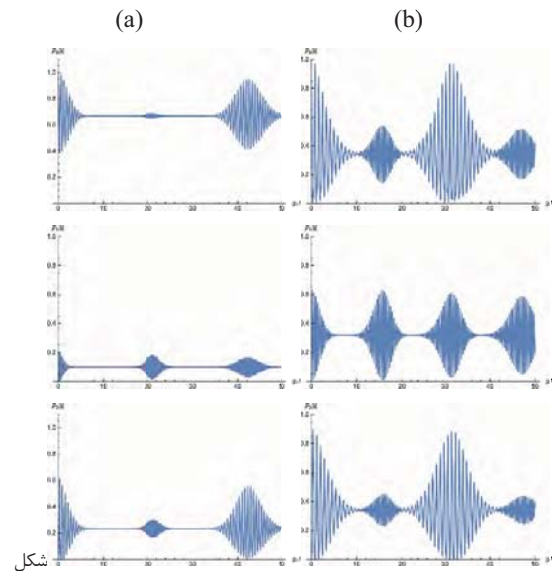
- [1] W. Vogel and R. L. de Matos Filho, "Nonlinear Coherent States", Phys. Rev. A, **54**, (1996)4560.
- [2] A. Mahdifar, R. Roknizadeh, M.H. Naderi, "Geometric approach to nonlinear coherent states using the Higgs model for harmonic oscillator", J. Phys. A: Math. Gen, **39** (2006) 7003-7014.
- [3] مومنی دمنه، مژگان؛ مهدی فر، علی و رکنی زاده، رسول، (۱۳۹۹)، "توصیف یک سامانه غیرخطی با استفاده از رهیافت حالت‌های همدوس غیرخطی"، بیست و هفتمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران، زاهدان.
- [4] M. Hillery, "An introduction to the quantum theory of nonlinear optics", actaphysicasslovaca, **59** (2009) 1-80.

$$\tilde{P}_i(t, \lambda) = \sum_{n_a, n_b} p_f(n_a, n_b; \lambda) P_i(n_a, n_b; t), \quad (14)$$

که در آن $P_i(n_a, n_b; t)$ از رابطه (۱۱) بدست می‌آید. نیز توزیع مشترک فوتون‌های میدان در زمان $t = 0$ است که با رابطه‌ی (۱۰) داده می‌شود.



شکل ۲: احتمال اشغال ترازهای اتمی بر حسب $g_a t$ برای $N = 40$ ، $g_a/g_b = 1$ و $\kappa = 0$ (a) و $\kappa = 0.1$ (b).



۳: همانند شکل (۲) با $g_a/g_b = 2$

در شکل (۲) احتمال اشغال ترازهای اتمی را بر حسب $g_a t$ برای $\kappa = 0$ (a) و $\kappa = 0.1$ (b) و با فرض قدرت جفت شدگی برابر $(g_a/g_b = 1)$ رسم شده است. همانطور که نشان داده شده است احتمال‌های اشغال دارای رفتاری دوره‌ای و متناسب با بسامد رابی دو فوتونی [رابطه (۱۲)] هستند. همچنین مشخص است که با افزایش κ گذار تک