بیست و ششمین کنفرانس اپتیک
و فوتونیک ایران و دوازدهمین
کنفرانس مهندسی و فناوری
فوتونیک ایران،
دانشگاه خوارزمی،
تهران، ایران.
۱۵-۱۶ بهمن ۱۳۹۸

تاثیر مدوله‌سازی فرکانس بر رفتار غیرکلاسیکی یک اتم در کاواک‌های نشت کننده

رجبعلی نیا، امین ؛ مرتضی پور، علی

گروه فیزیک دانشگاه گیلان، رشت، خیابان نامجو

alinia_amin@msc.guilan.ac.ir
mortezapour@guilan.ac.ir

چکیده – در این مقاله یک اتم دو ترازی (کیوبیت) را در یک کاواک نشت کننده در نظر می‌گیریم که فرکانس گذار آن توسط یک میدان محرک خارجی به صورت سینوسی مدوله شده است. اتم مورد نظر با مدهای خلاء کاواک برهم‌کنش می‌کند. نشان می‌دهیم فرآیند مدوله سازی می‌تواند به طور چشمگیری باعث تغییر رفتار غیرکلاسیکی اتم شود. به طوریکه با تنظیم پارامترهای مدوله‌سازی می‌توان رفتار غیرکلاسیکی کیوبیت را کنترل نمود.

کلید واژه- اتم دوترازی ،مدوله‌سازی فرکانس، شاهد کوانتومی، غیرکلاسیکی

The effect of frequency modulation on nonclassical behavior of an atom inside leaky cavities

Rajabalinia, Amin; Mortezapour, Ali

Department of Physics, Faculty of Science, University of Guilan, PO Box 41335–1914, Rasht, Iran

Abstract- In this paper, we consider a two-level atom (qubit) inside a leaky cavity, which its transition frequency is sinusoidally modulated via an external applied field. The qubit interacts with the cavity vacuum modes. It is shown that the frequency modulation remarkably change non-classical feature of the system. So that, one can control the non-classical behavior of the qubit by adjusting modulation parameters.

Keywords: Two-Level atom, Frequency modulation, Quantum Witness, Nonclassicality
PACS No. 03.67.Mn, 03.65.Ud, 03.65.Yz

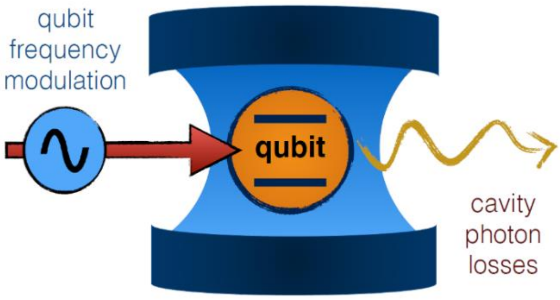
مقدمه

این سؤال که چه چیزی به درستی می‌تواند دنیای کوانتوم را از فیزیک کلاسیک متمایز کند، قدمتی به اندازه طول عمر نظریه کوانتومی قدیم دارد. یک روش معمول برای توصیف غیر کلاسیک، اعمال محدودیت‌های کلاسیکی است که توسط نظریه کوانتومی نقض می‌شوند. برای مثال، وجود همبستگی‌های فضایی غیرکلاسیکی بین دو سیستم توسط نامساوی بل بررسی می‌شود. همچنین نقض نامساوی لگت-گارگ همبستگی‌های زمانی را در تحول یک تک سیستم پدیدار می‌نماید. البته در سال‌های اخیر شاهد کوانتومی[1] که بر اساس شرط اندازه‌گیری بدون تخریب (بدون آنکه دینامیک بعدی سیستم مختل شود) استوار است به عنوان معیاری معتبرتر برای سنجش همبستگی‌های زمانی مطرح شده است. شاهد کوانتومی به‌دلیل اینکه رفتار کوانتومی را در یک محدوده وسیع‌تری نسبت به نامساوی لگت-گارگ شناسایی می‌کند، موثرتر است. این معیار، دینامیک جمعیت یک تک سیستم کوانتومی را تنها با در دست داشتن حالت اولیه سیستم در حضور و غیاب یک اندازه‌گیری اولیه مقایسه می‌کند. می‌دانیم که تحول زمانی یک سیستم کوانتومی توسط اندازه‌گیری بر خلاف سیستم‌های کلاسیکی مختل خواهد شد.

[1] Quantum Witness

از این رو انحراف بین این دو دینامیک، ناشی از اثرات غیرکلاسیکی سیستم‌ها است. بنابراین می‌توان از بین رفتن دینامیک کوانتومی سیستم را توسط شاهد کوانتومی آشکارسازی نمود [۱]. در سال‌های اخیر بررسی‌های تجربی شاهد کوانتومی برای تشخیص غیر کلاسیکی بودن تابش‌های گسیل شده از سیستم‌های دو ترازی واهلشی در محیط‌های اتلافی مورد استفاده قرار گرفته است [۲]. در این مقاله یک سیستم دوترازی (کیوبیت) را داخل یک کاواک کوانتومی نشت کننده در نظر می‌گیریم. بطوریکه کیوبیت مورد نظر با مدهای خلاء کاواک برهم‌کنش می‌کند. در این تحقیق قصد داریم تا تاثیر مدوله‌سازی فرکانس کیوبیت مورد نظر را بر غیرکلاسیکی شدن تابش این اتم مطالعه نماییم.

مدل بندی و روابط ریاضی:



شکل ۱ : فرکانس گذار کیوبیت توسط یک مُحرک خارجی که در داخل یک کاواک نشت کننده high-Q تعبیه شده است، کنترل می‌شود.

همانند شکل ۱، یک کیوبیت (سیستم دو ترازی) را در یک کاواک با ضریب کیفیت بالا ($high-Q$) در نظر می‌گیریم که با مدهای الکترومغناطیسی خلاء کاواک برهم‌کنش می‌نماید. حالت‌های برانگیخته و پایه کیوبیت را به ترتیب با $|e\rangle$ و $|g\rangle$ نامگذاری می‌کنیم. همچنین، همانگونه که در این شکل نشان داده شده است، فرض می‌کنیم که فرکانس گذار کیوبیت ω_0 توسط میدان محرک خارجی به صورت سینوسی مدوله شود (تغییر کند). هامیلتونی کل این سیستم تحت تقریب موج چرخان بصورت زیر تعریف می‌شود[۴]:

$$\hat{H} = \hat{H}_q + \hat{H}_r + \hat{H}_{in}, \qquad (۱)$$

در این رابطه $\hat{H}_q$ و $\hat{H}_r$ به ترتیب هامیلتونی کیوبیت و هامیلتونی مدهای کاواک هستند که به صورت زیر نوشته می‌شوند($\hbar = 1$):

$$\hat{H}_q = \frac{1}{2}(\omega_0 + \delta\cos(\Omega t))\hat{\sigma}_z, \quad \hat{H}_r = \sum_k \omega_k \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k. \qquad (۲)$$

که در آن δ و Ω به ترتیب دامنه و فرکانس مدوله‌سازی را نمایش می‌دهند. $\hat{\sigma}_z$ عملگر پائولی در جهت z می‌باشد. در اینجا $\hat{a}_k^\dagger(\hat{a}_k)$ عملگر خلق (فنا) مُد kام میدان کاواک است. همچنین در معادله (۱)، $\hat{H}_{in}$ برهم‌کنش بین کیوبیت و مُدهای کاواک را توصیف می‌کند که با رابطه زیر داده می‌شود:

$$\hat{H}_{in} = \sum_k g_k \hat{\sigma}_+ \hat{a}_k + g_k^* \hat{a}_k^\dagger \hat{\sigma}_-, \qquad (۳)$$

در رابطه بالا $\hat{\sigma}_k^\dagger(\hat{\sigma}_k)$ نشان دهنده عملگرهای بالابرنده (پایین آورنده) کیوبیت و g_k ثابت جفت‌شدگی بین کیوبیت و مُد kام کاواک را نشان می‌دهد. با استفاده تبدیل یکانی

$$\hat{U} = \exp\left[-i\left\{\sum_k \omega_k \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k t + [\omega_0 t + (\delta/\Omega)\sin\Omega t]\hat{\sigma}_z\right\}\right], \qquad (۴)$$

و به کمک رابطه $\hat{H}_{eff} = \hat{U}^\dagger \hat{H}\hat{U} + i(\partial \hat{U}^\dagger/\partial t)\hat{U}$، هامیلتونی موثر سیستم را به شکل زیر بدست می‌آوریم:

$$\hat{H}_{eff} = \sum_k g_k e^{i(\delta/\Omega)\sin\Omega t}\hat{\sigma}_+ \hat{a}_k e^{-i(\omega_k - \omega_0)t} + c.c \qquad (۵)$$

فرض می‌کنیم در مبدا زمان سیستم کیوبیتی در یک برهم‌نهی همدوس از حالت‌های اولیه خود ($|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ ،$\alpha|e\rangle + \beta|g\rangle$) و همچنین مُدهای کاواک در حالت خلا $|0\rangle$ باشند. بنابراین بردار حالت اولیه کل سیستم برابر است با:

$$|\Psi(0)\rangle = \{\alpha|e\rangle + \beta|g\rangle\}|0\rangle. \qquad (۶)$$

در چنین شرایطی بردار حالت کل سیستم در لحظه دلخواه t به صورت زیر نوشته شود:

$$|\Psi(t)\rangle = \alpha C_e(t)|e\rangle|0\rangle + \beta|g\rangle|0\rangle + \sum_k C_{g,k}(t)|g\rangle|1_k\rangle, \qquad (۷)$$

با جایگذاری معادله بالا در معادله شرودینگر، معادلات دیفرانسیل زیر را برای دامنه‌های احتمال $C_e(t)$ و $C_{g,k}(t)$ بدست می‌آوریم:

$$\dot{C}_e(t) = -i\exp[i(\delta/\Omega)\sin\Omega t]\sum_k g_k e^{-i(\omega_k - \omega_0)t} C_{g,k}(t), \qquad (۸)$$

$$\dot{C}_{g,k}(t) = -i\exp[-i(\delta/\Omega)\sin\Omega t] g_k^* e^{i(\omega_k - \omega_0)t} C_e(t). \qquad (۹)$$

اگر از معادله (۹) انتگرال بگیریم و در معادله (۸) جایگذاری کنیم داریم:

$$\dot{C}_e(t)+\int_0^t dt^{'}G(t,t^{'})C_e(t^{'})=0, \qquad (۱۰)$$

در اینجا $G(t,t^{'})$ تابع هسته یا همان تابع همبستگی است که شامل اثرات حافظه می‌باشد و در حد پیوسته مدهای کاواک با رابطه زیر توصیف می‌گردد:

$$G(t,t^{'})=\exp[i(\delta/\Omega)\{\sin\Omega t-\sin\Omega t'\}] \times\int_0^\infty J(\omega_k)e^{-i(\omega_k-\omega_0)(t-t^{'})}d\omega_k. \qquad (۱۱)$$

در این عبارت Δ نامیزانی فرکانس گذار ω_0 اتم از فرکانس مد k-م کاواک ω_k و $J(\omega_k)$، چگالی طیفی مُدهای تابشی کاواک است و با رابطه زیر توصیف می‌گردد:

$$J(\omega_k)=\frac{1}{2\pi}\frac{\gamma\lambda^2}{[(\omega_0-\omega_k)^2+\lambda^2]}, \qquad (۱۲)$$

که در آن γ نرخ واهلش کیوبیت در رژیم مارکوفی است. همچنین پارامتر λ نشت فوتون هارا از کاواک نشان می‌دهد و به عبارت دیگر پهنای طیفی جفت‌شدگی کاواک را معرفی می‌کند. با حل $C_e(t)$ از معادله (10) ماتریس چگالی کاهش یافته کیوبیت $\rho^q(t)$ در پایه-های $\{|e\rangle\ ,\ |g\rangle\}$ به شکل زیر بدست می‌آید:

$$\rho^q(t)=\begin{pmatrix}|\alpha|^2|C_e(t)|^2 & \alpha\beta^*C_e(t)\\ \alpha^*\beta C_e^*(t) & 1-|\alpha|^2|C_e(t)|^2\end{pmatrix}. \qquad (۱۳)$$

شاهد کوانتومی

اگرچه حالت‌های کوانتومی غیرکلاسیکی هم از نظر مفهومی و هم به عنوان منبع برای تکنولوژی کوانتومی مهم هستند، اما آزمایش اینکه یک سیستم کوانتومی معین، خواص غیرکلاسیکی از خود نشان می-دهد،اغلب دشوار است. در این راستا معیاری به نام شاهد کوانتومی برای سنجش رفتار غیرکلاسیکی سیستم‌های کوانتومی پیشنهاد شده است. این شاخص کوانتومی وجود همدوسی را در سیستم‌های پیچیده تنها با دو اندازه‌گیری متفاوت نمایان می‌کند. بدین صورت که دینامیک جمعیت یک سیستم کوانتومی را در حضور وغیاب یک اندازه‌گیری مقایسه می‌کند. لذا شاهد کوانتومی می‌تواند رفتار غیرکلاسیکی یک سیستم دو ترازی را بر اساس شرایط اندازه‌گیری غیر تداخلی بسنجد. در این راستا یک آزمایش با دو مشاهده‌پذیر A و B درنظر می‌گیریم که در آن مشاهده‌پذیر A در لحظه $t=t_0$ و مشاهده‌پذیر B در لحظه $t>t_0$ اندازه‌گیری می‌شود. در اینجا $P_n(t_0)$ و $P'_m(t)$ را به ترتیب احتمال یافتن سیستم در حالت‌های n و m از اندازه‌گیری مشاهده‌پذیرهای A و B روی سیستم تعریف می‌کنیم. احتمال کلاسیکی یافتن سیستم در حالت m در اندازه-گیری دوم در یک فرآیند اندازه‌گیری پیوسته از دو مشاهده‌پذیر A و B، بصورت زیر تعریف می‌شود[۱و۳]:

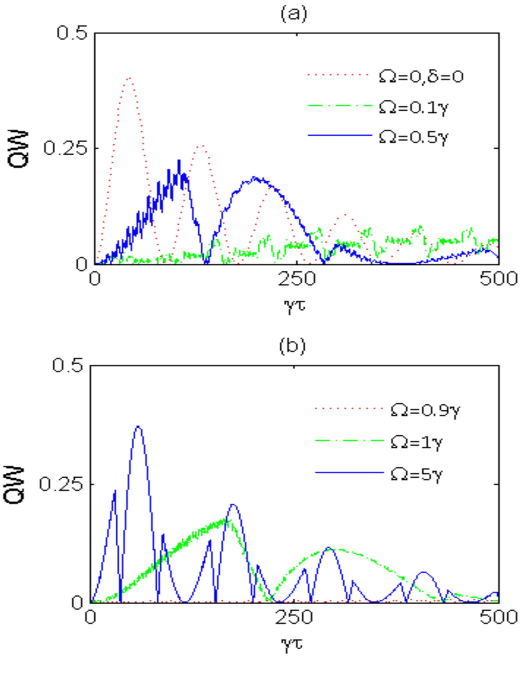
$$P'_m(t)=\sum_{n=1}^{d}P(m,t|n,t_0)\,P_n\,(t_0). \qquad (۱۴)$$

در اینجا $P(m,t|n,t_0)$ احتمال شرطی پیدا کردن سیستم در لحظه t، در حالت m است به شرط آنکه از اندازه‌گیری A روی سیستم در لحظه t_0، نتیجه n بدست آمده باشد. شایان ذکر است که در اینجا d بعد(تعداد حالت‌های) سیستم را نشان می‌دهد. بدین ترتیب شاهد کوانتومی به صورت زیر تعریف می‌شود[۱و۳]:

$$W_q(t)=\left|P_m(t)-P'_m(t)\right|. \qquad (۱۵)$$

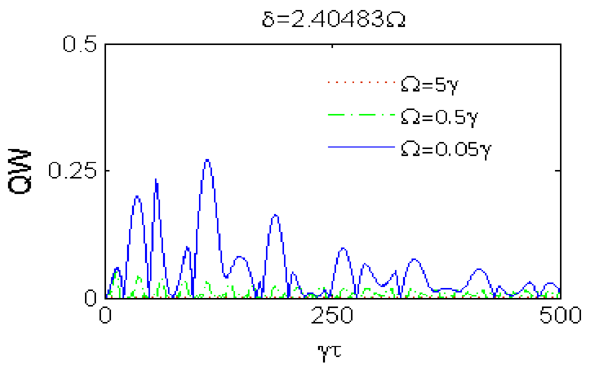
طبق شرط کلاسیکی اندازه‌گیری بدون تخریب، اولین اندازه‌گیری در زمان t_0 نباید هیچ تاثیری بر نتایج اندازه‌گیری‌های بعدی داشته باشد. بنابر این مقدار $P_m(t)=P'_m(t)$ توصیف کننده رفتار کلاسیکی سیستم است. به وضوح مقدار غیر صفر $W_q(t)$ ($W_q(t)>0$) کوانتومی بودن رفتار سیستم را نشان می‌دهد.

نتایج عددی



شکل ۲: نمودار تحول زمانی شاهد کوانتومی($W_q(\tau)$) به ازای مقادیر مختلف فرکانس مدوله‌سازی. منحنی خط چین قرمز شکل (a) ، متناظر با وضعیتی است که هیچ‌گونه مدوله‌سازی انجام نشده است. مقادیر سایر پارامترهای به کار رفته در این شکل عبارتند از: $\lambda=0.01\gamma$، $\Delta=0$، $\delta=5\Omega$، $\alpha=\beta=1/\sqrt{2}$.

اکنون با استفاده از روابط (۱۴) و (۱۵) تاثیر مدوله‌سازی را بر غیرکلاسیکی شدن تابش سیستم اتمی بررسی می‌کنیم. در شکل ۲ تاثیر مدوله‌سازی و همچنین افزایش فرکانس آن را بر غیرکلاسیکی شدن تابش اتم نمایش داده شده است. ملاحظه می‌کنیم که به ازای پارامترهای اتخاذ شده در غیاب فرآیند مدوله‌سازی، رفتار تابشی اتم کاملا کلاسیکی است. اما اگر مدوله‌سازی با فرکانس‌های کم انجام شود این رفتار به شدت تضعیف می‌گردد. اما مشاهده می‌کنیم که با افزایش فرکانس مدوله‌سازی، این رفتار دوباره در سیستم تقویت می‌شود. محاسبات نشان می‌دهد این رفتار به ازای $\Omega \geq 5\gamma$ همواره ثابت باقی می‌ماند. مورد استثناء و نکته قابل تامل در این شکل به ازای فرکانس $\Omega = 0.9\gamma$ می‌باشد.به طوریکه هیچ گونه رفتار غیر کلاسیکی رخ نمی‌دهد.



شکل ۳: نمودار تحول زمانی شاهد کوانتومی($W_q(\tau)$) به ازای مقادیر مختلف فرکانس مدوله‌سازی. در اینجا فرض کرده‌ایم در تمامی نمودارها نسبت دامنه مدوله‌سازی به فرکانس مدوله سازی روی صفر اول تابع بسل مرتبه صفرم تنظیم شده باشد ($\delta/\Omega = 2.4040483$) . مقادیر سایر پارامترهای مورد استفاده عبارتند از: $\lambda = 0.01\gamma$، $\Delta = 0$، $\alpha = \beta = 1/\sqrt{2}$.

با توجه به معادله (۵) در می‌یابیم که مدوله‌سازی فرکانس باعث می‌شود تا ضریب جفت‌شدگی کیوبیت با مدهای کاواک از g_k به $g_k e^{\pm i(\delta/\Omega)\sin\Omega t}$ تغییر کند. طبق اتحاد ژاکوبی-آنگر ضریب $e^{\pm i(\delta/\Omega)\sin\Omega t}$ را می‌توان به صورت زیر بسط داد:

$$e^{\pm i(\delta/\Omega)\sin(\Omega t)} = J_0\left(\frac{\delta}{\Omega}\right) + 2\sum_{n=1}^{\infty}(\pm i)^n J_n\left(\frac{\delta}{\Omega}\right)\cos(n\Omega t) \tag{۱۶}$$

بنابراین در شکل ۳ تاثیر تغییر فرکانس(Ω) و دامنه مدوله‌سازی(δ) را به طوریکه نسبت آنها بر اولین صفر تابع بسل مرتبه صفرم منطبق باشد($\delta/\Omega = 2.4040483$) بررسی می‌کنیم. در این شکل مشاهده می‌کنیم که با افزایش فرکانس و همچنین دامنه مدوله‌سازی رفتار غیر کلاسیکی سیستم از بین می‌رود.

نتیجه‌گیری

در این تحقیق مشاهده نمودیم که مدوله‌سازی فرکانس تاثیر بسزایی بر رفتار غیرکلاسیکی تابش یک کیوبیت در یک کاواک نشت کننده دارد. به طوریکه با تنظیم فرکانس این فرآیند می‌توان خواص غیر کلاسیکی اتم را کنترل نمود.

مرجع‌ها

[1] A. Friedenberger and E. Lutz, Phys. Rev. A, Vol. 95, pp. 022101, 2017.
[2] M. Bojer, A. Friedenberger, and E. Lutz, Phys. Commun. Vol. 3, pp. 065003, 2019
[3] H. Gholipour, A. Mortezapour, F. Nosrati, R. Lo Franco, arXiv preprint arXiv:1904.00903.
[4] A. Mortezapour and R. Lo Franco, Sci. Rep. Vol. 8, pp. 14304, 2018