



بیست و ششمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و دوازدهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،

دانشگاه خوارزمی،

تهران، ایران.

۱۵-۱۶ بهمن ۱۳۹۸



ویژگی‌های کانونی سازی باریکه‌ی شل گاوسی توسط تیغه‌ی منطقه‌ای فرنل

مریم فراحیان^۱، رسول عالی‌پور^۱

^۱گروه فیزیک، دانشگاه شهید مدنی آذربایجان، تبریز، 5375171379، ایران.

m.farahiyan@azaruniv.ac.ir, aalipour@azaruniv.ac.ir

چکیده - مطالعه‌ی تصویرسازی توسط نور جزئی همدوس برای مشخصه‌یابی چشمه‌های واقعی و دور همچون ستاره‌ها حائز اهمیت است. در سیستم‌های تصویرسازی اپتیکی که امکان استفاده از عدسی‌های شکستی وجود ندارد، عدسی‌های پراشی مخصوصاً تیغه‌های منطقه‌ای فرنل جایگزین خوبی هستند. در این مقاله ویژگی‌های نور جزئی همدوس کانونی شده توسط تیغه‌ی منطقه‌ای فرنل بر مبنای اندازه‌گیری شدت نور کانونی و وابستگی شدت به دوری از نقطه‌ی کانون بررسی می‌شود. براین اساس ما از یک باریکه‌ی نور شل-گاوسی که با استفاده از یک پخش کننده‌ی چرخان در مسیر باریکه‌ی نور لیزر فراهم می‌شود، بعنوان نور جزئی همدوس استفاده کردیم. نتایج تجربی بدست آمده جواب‌های نظری را تایید می‌کنند.

کلید واژه- پراش، تیغه‌ی منطقه‌ای فرنل، باریکه‌ی شل گاوسی

Focusing properties of Gaussian Schell-model beam by Fresnel Zone Plate

Maryam Farahiyan¹, Rasoul Aalipour¹

¹Department of physics, Azarbaijan Shahid-madani University, Tabriz, 5375171379, Iran.

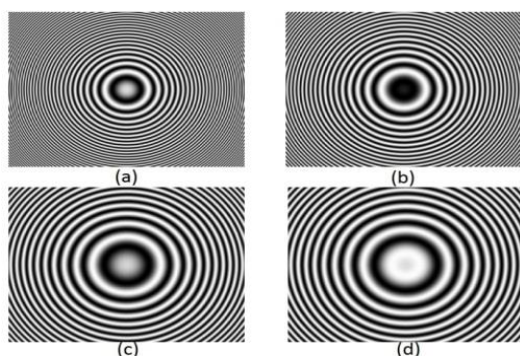
m.farahiyan@azaruniv.ac.ir, aalipour@azaruniv.ac.ir

Abstract- Studying of the imaging with partially coherent light is important for characterizing the real and distant sources such as stars. In the optical imaging systems where the lens can't be used, the diffractive lenses specially Fresnel zone plates are good alternatives. In this paper the focusing properties of the partially coherent light by Fresnel Zone Plate with measuring the beam intensity in focus and out of focus, and dependence of the intensity on the distance from the focal point are considered. Based on this we used a Gaussian Schell-model beam as the partially coherent light which has been provided by passing the laser beam through a rotating diffuser. The experimental results confirm the theoretical solutions.

Keywords: Diffraction, Fresnel zone plate, Gaussian-Schell Beam

$$U(\mathbf{r}, \omega) = U^{(in)}(\mathbf{r}, \omega) A(\mathbf{r}) \exp(-ikr^2/2f) \quad (1)$$

که $A(r)$ تابع روزنه، $k = 2\pi/\lambda$ ، λ طول موج نور ورودی و f فاصله‌ی کانونی تیغه‌ی منطقه‌ای فرنل است که با فواصل کانونی مختلف در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱: تیغه‌ی منطقه‌ای فرنل با فاصله‌های کانونی مختلف، (a): $f=200\text{mm}$ ، (b): $f=300\text{mm}$ ، (c): $f=500\text{mm}$ ، (d): $f=600\text{mm}$.

با بهره‌گیری از انتشار همبستگی، چگالی طیفی متقاطع در پشت تیغه‌ی منطقه‌ای فرنل به فرم زیر خواهد بود [2]:

$$W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) = \frac{\exp(ik(r_2^2 - r_1^2)/2z)}{\lambda^2 z^2} \iiint_{-\infty}^{\infty} W^{in}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2) \times \exp(-ik(r_2'^2 - r_1'^2)/2f) \exp(ik(r_2'^2 - r_1'^2)/2z) \times \exp(-ik(\vec{r}_2' \cdot \vec{r}_2 - \vec{r}_1' \cdot \vec{r}_1)/z) d^2 r'_2 d^2 r'_1 \quad (2)$$

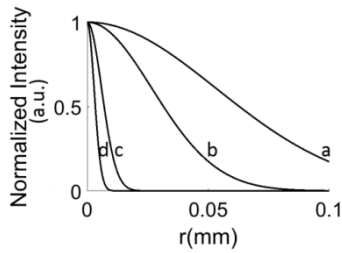
که در آن $W^{in}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2)$ چگالی طیفی متقاطع نور فرودی است [2]. برای محاسبه‌ی چگالی شدت طیفی کافی ست قرار دهیم $r_1 = r_2 = r$. همچنین در فواصل نزدیک کانون،

مقدمه

تیغه‌های منطقه‌ای فرنل نوعی عدسی‌های پراشی هستند که شامل طیف وسیعی از فرکانس‌های فضایی می‌باشند. در سالهای اخیر تیغه‌های پراشی در سیستم‌هایی که انجام آنها توسط اپتیک انکساری مشکل یا غیرممکن بوده، ساخته شده است. از جمله کاربردهای آنها می‌توان به تله‌اندازی نوری، میکروسکوپی اشعه‌ایکس و میکروسکوپی نوری اشاره کرد [1]. عدسی‌های پراشی در کانونی کردن نور تغییراتی را در خصوصیات نور اعم از توزیع شدت، درجه‌ی همدوسی و طول همدوسی نور ایجاد می‌کنند [2]. چشمه‌های نور همدوس در سیستم‌های تصویر ساز ایده‌آل معمولاً به صورت نقطه‌ای یا خطی هستند در حالیکه در عمل، هر چشمه‌ی نوری دارای گستردگی فضایی است و این باعث می‌شود نور تولید شده توسط این چشمه‌ها از لحاظ فضایی کاملاً همدوس نباشد. از اینرو مطالعه تصویرسازی با نور جزئی همدوس و کانونی سازی آن توسط تیغه‌های منطقه‌ای مبحث قابل توجهی است. نوع متفاوتی از باریکه‌های نور جزئی همدوس، باریکه‌ی شل گاوسی است [3]. در این مقاله ویژگی‌های نور جزئی همدوس کانونی شده توسط تیغه‌ی منطقه‌ای فرنل و تاثیر آن روی درجه‌ی همدوسی در کانون تیغه‌ی منطقه‌ای فرنل به صورت نظری و تجربی مطالعه می‌شود.

مباحث نظری

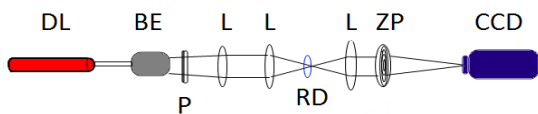
یک باریکه‌ی نور جزئی همدوس با قطبش خطی در راستای محور x در نظر می‌گیریم که در راستای محور z انتشار یافته و توسط تیغه‌ی منطقه‌ای فرنل کانونی می‌شود. اگر میدان ورودی به تیغه‌ی فرنل را به صورت $U^{(in)}(\mathbf{r}, \omega)$ در نظر بگیریم، در این صورت میدان در پشت تیغه به صورت زیر خواهد بود [5]:



شکل ۲: توزیع شدت بهنجار شده در کانون تیغه منطقه‌ای فرنل
برحسب فاصله‌ی شعاعی از مرکز برای باریکه شل گاوسی با پهنای
 $\sigma = 1mm$ و طول همدوسی عرضی: (a) $\delta = 0.1mm$ ، (b)
 $\delta = 0.2mm$ ، (c) $\delta = 1mm$ و (d) $\delta = 5mm$ رسم شده اند.

کارهای تجربی و نتایج بدست آمده

در این بخش تیغه‌های منطقه‌ای فرنل با استفاده از روش
لیتوگرافی بر روی فیلم شفاف و با رزولوشن ۳۶۰۰ dpi
چاپ گردید. همانطور که در چیدمان شکل ۴ به صورت
نظام‌مند نشان داده شده است، باریکه نور لیزر دیودی با
طول موج ۶۷۰ nm پس از عبور از پهن کننده‌ی
باریکه BE و قطبشگر خطی P، توسط عدسی L1 موازی
می‌شود. در ادامه دو عدسی هم‌کانون L2 و L3 به همراه
پخش کننده‌ی چرخان RD نزدیک نقطه کانون دو عدسی
در مسیر باریکه‌ی نور لیزر، نور جزئی همدوس تولید می-
کنند. نور جزئی همدوس موازی، تیغه‌ی منطقه‌ای فرنل را
روشن کرده و آشکارساز CCD در کانون و نزدیکی کانون
تیغه از توزیع شدت باریکه تصویر ثبت می‌کند.



شکل ۳: چیدمان آزمایش اندازه‌گیری نقش توزیع شدت باریکه‌ی شل
گاوسی در کانون و نزدیکی کانون تیغه منطقه‌ای فرنل.

نقش‌های توزیع شدت نور همدوس و جزئی همدوس
پراش یافته از تیغه منطقه‌ای فرنل با فاصله کانونی
 $f = 200mm$ به همراه نمایه توزیع شدت روی آنها قبل
از کانون، روی کانون، و بعد کانون به ترتیب در شکل‌های
۴، ۵، و ۶ نشان داده شده‌اند. نقش شدت‌های قبل و بعد
کانون در فاصله ۳۰ mm از کانون اندازه‌گیری شده‌اند.

بامعرفی کمیت‌های $z = f + \Delta$ و $\eta(\Delta) = \frac{1}{f} - \frac{1}{f + \Delta}$

جایگذاری در رابطه‌ی (۲) به معادله زیر می‌رسیم:

$$S(\mathbf{r}, z) = \frac{1}{\lambda^2 f^2} \iint \iint_{-\infty}^{\infty} W^{in}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2) \times \quad (3)$$

$$\exp\left(-\frac{ik}{2}\eta(\Delta)(r_2^2 - r_1^2)\right) \times \exp\left(\frac{-ik\vec{r} \cdot (\vec{r}'_2 - \vec{r}'_1)}{f + \Delta}\right) d^2r_2' d^2r_1'$$

درجه‌ی همدوسی فضایی با رابطه‌ی زیر تعریف می-

شود [4]:

$$\mu^{(in)}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2) = \frac{W^{in}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2)}{\sqrt{S^{(in)}(\mathbf{r}'_1)} \sqrt{S^{(in)}(\mathbf{r}'_2)}} \quad (4)$$

که $S^{(in)}(r')$ شدت طیفی میدان ورودی است. برای
باریکه شل گاوسی شدت طیفی باریکه و درجه‌ی
همدوسی فضایی با روابط زیر بیان می‌شود [2]:

$$S^{(in)}(\mathbf{r}') = A^2 \exp(-r'^2 / 2\sigma^2) \quad (5)$$

$$\mu^{(in)}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2) = B \exp\left(-(\mathbf{r}'_2 - \mathbf{r}'_1)^2 / 2\delta^2\right) \quad (6)$$

که A و B ضرایب ثابت، و σ و δ به ترتیب پهنای
طیفی و طول همدوسی باریکه می‌باشند. با جایگذاری
معادلات (۵) و (۶) در معادله‌ی (۴) و در ادامه در معادله‌ی
(۳) به رابطه زیر برای چگالی طیفی در کانون تیغه‌ی
منطقه‌ای فرنل می‌رسیم:

$$S(\mathbf{r}, z) = 2 \left(\frac{\pi A \Omega}{\beta \lambda f} \right)^2 \exp\left(-\frac{k^2 r^2 \Omega^2}{2(f + \Delta)^2}\right) \times \exp\left(\frac{k^4 r^2 \Omega^4 \eta^2(\Delta)}{4(f + \Delta)^2 \beta^2}\right) \quad (7)$$

که در معادله‌ی فوق $\beta^2 = \frac{1}{2\sigma^2} + \frac{k^2 \Omega^2 \eta^2(\Delta)}{2}$ و

چگالی طیفی باریکه نور شل $\frac{1}{\Omega^2} = \frac{1}{4\sigma^2} + \frac{1}{\delta^2}$ هستند.

گاوسی در کانون تیغه منطقه‌ای فرنل برای طول‌های
همدوسی عرضی مختلف، محاسبه و در شکل ۲ رسم شده
است. این منحنی‌ها نشان می‌دهند که با افزایش طول
همدوسی عرضی، اندازه‌ی لکه‌ی کانون کوچکتر و در
نتیجه نمایه توزیع شدت آن باریک‌تر می‌شود.

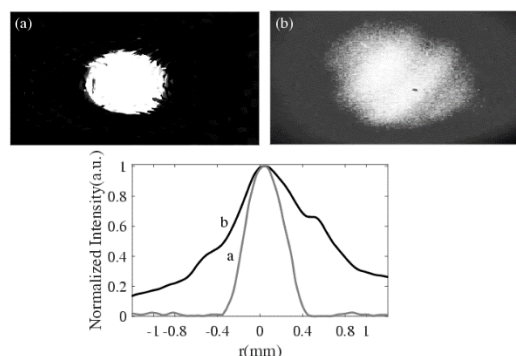
با هم و همچنین نقش‌های پراش نور جزئی همدوس در کانون و خارج کانون را با هم دیگر مقایسه کنیم، آنچه که در می‌یابیم اینست که نوع پهن شدگی‌ها با هم متفاوت است، به این صورت که در حالت جزئی همدوس اثر پراش مرتبه اول به صورت هاله در اطراف لکه نمایان شده است. این نشان می‌دهد که کانونی‌سازی نور همدوس و جزئی همدوس توسط تیغه فرنل به صورت متفاوت اتفاق می‌افتد.

نتیجه‌گیری

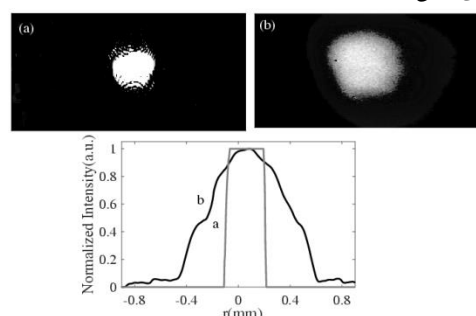
در این مقاله معادلات نور جزئی همدوس کانونی شده توسط تیغه منطقه‌ای فرنل بر مبنای اندازه‌گیری شدت نور کانونی و وابستگی شدت باریکه‌ی کانونی شده به طول همدوسی عرضی به صورت تحلیلی استخراج گردید. محاسبات انجام شده نشان می‌دهند که با افزایش طول همدوسی عرضی، پهنای توزیع شدت و در نتیجه اندازه‌ی لکه‌ی کانون کوچکتر می‌شود. همچنین یافته‌های تجربی نشان می‌دهد که کانونی‌سازی نور همدوس و جزئی همدوس توسط تیغه فرنل بصورت متفاوت اتفاق می‌افتد.

مرجع‌ها

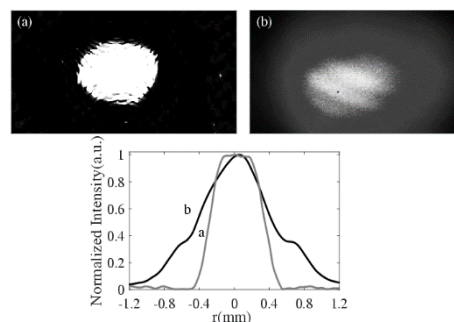
- [1] H. He, M. E. J. Friese, N. R. Heckenberg, H. Rubinsztein-Dunlop, "Direct observation of transfer of angular momentum to absorptive particles from a laser beam with a phase singularity", Phys. Rev. Lett. Vol. 75, pp. 826-829, 1995.
- [2] X. Zhao, T. D. Visser and G. P. Agrawal, "Degree of polarization in the focal region of a lens", Journal of the Optical Society of America A, Vol. 35, No. 9, pp. 1518-1522, 2018.
- [3] G. Gbur and T.D. Visser, *The Structure of Partially coherence Fields*, p. 298, Progress in Optics, Vol.55,2010.
- [4] E. Wolf, Introduction to the Theory of Coherence and Polarization of Light, Cambridge, Cambridge University Press, 2007.
- [5] J.W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, 2nd ed. New York, McGraw Hill, 1996.
- [6] Y. Chen, J. Gu, F. Wang, and Y. Cai, "Self-splitting properties of a Hermite-Gaussian correlated Schell-model beam," Phys. Rev. A Vol. 91, No. 1, P 013823, 2015.



شکل ۴: نقش‌های توزیع شدت لکه باریکه لیزر در کانون تیغه منطقه‌ای فرنل با فاصله کانونی ۲۰۰ mm برای (a) باریکه همدوس و (b) باریکه نور شل گاوسی و نمایه‌های توزیع شدت روی نقش‌ها.



شکل ۵: نقش‌های توزیع شدت لکه باریکه لیزر در ۳۰ mm قبل کانون تیغه منطقه‌ای فرنل با فاصله کانونی ۲۰۰ mm برای (a) باریکه همدوس و (b) باریکه نور شل گاوسی و نمایه‌های توزیع شدت روی نقش‌ها.



شکل ۶: نقش‌های توزیع شدت لکه باریکه لیزر در ۳۰ mm قبل کانون تیغه منطقه‌ای فرنل با فاصله کانونی ۲۰۰ mm برای (a) باریکه همدوس و (b) باریکه نور شل گاوسی و نمایه‌های توزیع شدت روی نقش‌ها.

اگر نقش توزیع شدت‌های بدست آمده با نور همدوس و جزئی همدوس در هر کدام از فاصله‌ها به طور مجزا مقایسه شود، مشاهده می‌شود که باریکه نور جزئی همدوس نسبت به حالت همدوس، پهن شده است. این نتیجه، یافته‌های نظری را تایید می‌کند. اما از طرفی اگر نقش‌های پراش نور همدوس در کانون و خارج کانون را