



بیست و ششمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران و دوازدهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران. ۱۵-۱۶ بهمن ۱۳۹۸



## مقابله با واهمدوسی از طریق مدولاسیون بسامد گذار در مدل تاویز-کامینگز در حضور برهم کنش دو قطبی-دوقطبی و گذارهای چند فوتونی

فرزانه، زارع، بهنام، بهادری فر، زکیه، مروج و محمد کاظم، توسلی

گروه اپتیک و لیزر، دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد

[farzane.zare1995@gmail.com](mailto:farzane.zare1995@gmail.com), [bahadorv@vazd.ac.ir](mailto:bahadorv@vazd.ac.ir), [Z.moravej1371@gmail.com](mailto:Z.moravej1371@gmail.com), [mktavassoly@vazd.ac.ir](mailto:mktavassoly@vazd.ac.ir)

در این مقاله با تکیه بر مدل تاویز-کامینگز، برهم کنش دو اتم دوترازی با یک ذخیره ساز (منبع اتلافی) را با استفاده از مدولاسیون بسامد گذار دو اتم دوترازی در حضور برهم کنش دو قطبی-دوقطبی و گذارهای چند فوتونی، برای حفظ همدوسی اتمی مورد بررسی قرار می دهیم. بدین منظور، پس از معرفی سامانه و هامیلتونی متناظر آن، با استفاده از معادله وابسته به زمان شرودینگر، دامنه های احتمال کت حالت سامانه را به دست می آوریم و بر اساس آن نمودارهای میزان همدوسی بر حسب زمان را با در نظر گرفتن پارامترهای مختلف رسم می کنیم. نشان می دهیم که برهم کنش دو قطبی-دوقطبی در حضور مدولاسیون بسامد گذار در محدوده خاصی از زمان باعث افت همدوسی می شود و سپس با زیاد شدن ثابت جفت شدگی دو قطبی-دوقطبی، مجدداً افزایش می یابد. هم چنین، واهمدوسی برای گذارهای تک و دوفوتونی نسبت به چهار فوتونی در زمان طولانی تری اتفاق می افتد.

کلید واژه- حفظ همدوسی، گذارهای چند فوتونی، مدولاسیون بسامد، مدل تاویز-کامینگز.

### Coping with Decoherence in the Tavis-Cummings Model via Transition Frequency Modulation in the Presence of Dipole-Dipole Interaction and Multi-Photon Transitions

Farzaneh, Zare, Behnam, Bahadoryfar, Zakeyeh, Moravej, and Mohammad Kazem, Tavassoly

Optics and Laser Group, Faculty of Physics, Yazd University

In this paper, we investigate the interaction between two two-level atoms with a reservoir (dissipation source) via two qubits in the presence of dipole-dipole interaction and multi-photon transitions by using the Tavis-Cummings model. After introducing the model and the proper Hamiltonian, and using the time-dependent Schrödinger equation, we obtain the probability amplitudes of the state vector, by which we analyze the coherence effects via considering in the presence of frequency modulation in a certain range of different parameters. We show that, dipole-dipole interaction strength, reduces the amount of coherence and then by increasing the dipole-dipole interaction, the coherence property increases. Also for single-and two-photon transitions, comparing with four-photon case, decoherence can be observabel in longer times.

Keywords: Coherence Protection, Frequency Modulation, Multi-Photon Transition, Tavis-Cummings model.

$$\hat{H}_{in} = \sum_k g_k^* a_k^{\dagger m} (\hat{\sigma}_-^A + \hat{\sigma}_-^B) + g_k \hat{a}_k^m (\hat{\sigma}_+^A + \hat{\sigma}_+^B) + G(\hat{\sigma}_+^A \hat{\sigma}_-^B + \hat{\sigma}_+^B \hat{\sigma}_-^A), \quad (4)$$

در رابطه بالا  $G$  ثابت جفت‌شدگی دوقطبی-دوقطبی اتمی،  $g$  ثابت جفت‌شدگی اتم-ذخیره‌ساز و توان  $m$  نشانگر گذارهای فوتونی است که به ازای  $m=1,2,4$  به ترتیب بیانگر گذارهای تک، دو و چهارفوتونی است. همچنین، در اینجا  $\hat{\sigma}_\pm^A$  و  $\hat{\sigma}_\pm^B$  عملگرهای بالابرنده و پایین‌آورنده برای اتم‌های  $A$  و  $B$  هستند. حال عملگر یکانی

$$\hat{U} = \exp \left[ -i \left\{ \sum_k \omega_k t \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k + \frac{1}{2} (\omega_0 t + \frac{\delta}{\Omega} \sin \Omega t) (\hat{\sigma}_z^A + \hat{\sigma}_z^B) \right\} \right], \quad (5)$$

را در نظر می‌گیریم و به کمک آن هامیلتونی مؤثر را از رابطه  $\hat{H}_{eff} = \hat{U}^\dagger \hat{H} \hat{U} + i \left( \frac{\partial \hat{U}^\dagger}{\partial t} \right) \hat{U}$  به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\hat{H}_{eff} = \sum_k g_k \hat{a}_k^m (\hat{\sigma}_+^A + \hat{\sigma}_+^B) e^{i(\omega_0 - m\omega_k)t} e^{i\frac{\delta}{\Omega} \sin \Omega t} + \sum_k g_k^* \hat{a}_k^{\dagger m} (\hat{\sigma}_-^A + \hat{\sigma}_-^B) e^{-i(\omega_0 - m\omega_k)t} e^{-i\frac{\delta}{\Omega} \sin \Omega t} + G(\hat{\sigma}_+^A \hat{\sigma}_-^B + \hat{\sigma}_-^A \hat{\sigma}_+^B). \quad (6)$$

همچنین، سری فوریه-بسل زیر را داریم [5]:

$$e^{i\frac{\delta}{\Omega} \sin \Omega t} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n \left( \frac{\delta}{\Omega} \right) e^{in\Omega t}. \quad (7)$$

که در آن  $J_n \left( \frac{\delta}{\Omega} \right)$  چندجمله‌ای‌های بسل نوع اول است. رابطه بالا را در (6) قرار می‌دهیم. در اینجا  $\hat{H}_{eff}$  را به ازای  $n=0,1,2,3$  به دست می‌آوریم و با استفاده از معادله وابسته به زمان شرودینگر دامنه‌های احتمال را به دست می‌آوریم. قبل از آن، حالت‌های اولیه سامانه را به صورت زیر فرض می‌کنیم:

$$|\psi(0)\rangle = [C_1(0)|1\rangle_A |0\rangle_B + C_2(0)|0\rangle_A |1\rangle_B] \otimes |0_k\rangle_r, \quad (8)$$

بنابراین، حالت کوانتومی سامانه در زمان‌های بعد به صورت زیر بیان می‌شود:

$$|\psi(t)\rangle = [C_1(t)|1\rangle_A |0\rangle_B + C_2(t)|0\rangle_A |1\rangle_B] \otimes |0_k\rangle_r + \sum_k C_k(t)|0\rangle_A |0\rangle_B |m_k\rangle_r. \quad (9)$$

**مقدمه:** همدوسی یکی از ویژگی‌های غیرکلاسیکی برخی از سامانه‌های کوانتومی است که مکانیک کوانتومی را از فیزیک کلاسیکی متمایز می‌کند [1]. این ویژگی کوانتومی، نقش مهمی در محاسبات کوانتومی، رمزنگاری کوانتومی و به طور کلی در فناوری‌های نوین کوانتومی به ویژه اطلاعات کوانتومی ایفا می‌کند [2]. از این رو یکی از الزامات اصلی برای فناوری‌های پیشرفته حفظ منابع کوانتومی از جمله همدوسی و درهم‌تنیدگی است. با توجه به این که در اینجا به جای یک اتم دوترازی دو اتم دوترازی را در نظر گرفته‌ایم در این مقاله می‌خواهیم با بررسی اثر برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی و علاوه بر آن گذارهای چندفوتونی و نیز مدولاسیون بسامد گذار اتمی، همدوسی را حفظ کنیم [3]. لازم به ذکر است که در مرجع [4] مدلی شبیه به این مقاله، منتها با یک اتم (مدل استاندارد جینز-کامینگز) و بدون برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی بررسی شده است. لذا در مقاله حاضر با تعمیم مدل جینز-کامینگز به مدل تاویز-کامینگز (سامانه‌های چنداتمی) و لحاظ کردن برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی بررسی‌های خود را مجدداً در حضور گذارهای چندفوتونی، انجام داده‌ایم.

**مدل و روابط پایه:** سامانه مورد مطالعه، متشکل از دو اتم دوترازی است که بسامد گذار هر یک از اتم‌ها  $\omega_0$  است و به‌وسیله میدان محرک خارجی مدوله شده است. هامیلتونی این سامانه به صورت زیر است:

$$\hat{H} = \hat{H}_q + \hat{H}_r + \hat{H}_{in}, \quad (1)$$

در اینجا  $\hat{H}_q$  هامیلتونی مدوله شده کیوبیت‌ها است که به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\hat{H}_q = \frac{1}{2} [\omega_0 + \delta \cos(\Omega t)] (\hat{\sigma}_z^A + \hat{\sigma}_z^B), \quad (2)$$

که در آن  $\delta$  و  $\Omega$  به ترتیب دامنه و بسامد مدولاسیون هستند و  $\hat{H}_r$  عملگر وارونی جمعیت است.  $\hat{\sigma}_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$  و هامیلتونی ذخیره‌ساز است که به صورت زیر توصیف می‌شود:

$$\hat{H}_r = \sum_k \omega_k \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k, \quad (3)$$

هامیلتونی برهم‌کنش بین سامانه دو اتم دوترازی و کاواک و هم‌چنین برهم‌کنش دو اتم با هم (برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی) که با رابطه زیر بیان می‌شود:

$$\zeta(t) = \sum_{i \neq j} |\rho_{ij}|, \quad (17)$$

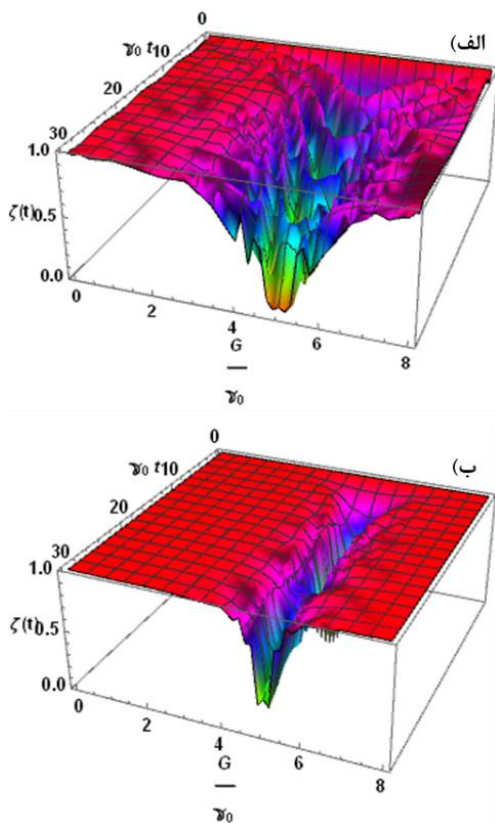
در اینجا  $\rho_{ij}$  عناصر غیرقطری ماتریس کاهش یافته زیر هستند:

$$\rho_q(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & |C_1(t)|^2 & C_1(t)C_2^*(t) & 0 \\ 0 & C_1^*(t)C_2(t) & |C_2(t)|^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - |C_1(t)|^2 - |C_2(t)|^2 \end{pmatrix}, \quad (18)$$

ماتریس بالا مربوط به دو اتم دوترازی است و در پایه‌های  $\{|1\rangle_A|1\rangle_B, |1\rangle_A|0\rangle_B, |0\rangle_A|1\rangle_B, |0\rangle_A|0\rangle_B\}$  نوشته شده است. با توجه به این که  $\rho_{ij} = \rho_{ji}^*$  و  $C_1(0) = C_2(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}$  رابطه (۱۷) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\zeta(t) = 2|C_1^*(t)C_2(t)|. \quad (19)$$

ارزیابی همدوسی اتمی در حضور برهم‌کنش دوقطبی - دوقطبی و گذارهای چندفوتونی



شکل ۱: همدوسی برحسب مقادیر نسبی جفت‌شدگی دوقطبی - دوقطبی و زمان مقیاس شده به ازای پارامترهای  $\lambda = 0.01\gamma_0$ ،  $\delta = 3.6\gamma_0$  و  $\Omega = 5\gamma_0$  گذار چهارفوتونی.

هر دو نمودار سه‌بعدی شکل ۱ به ازای مقادیر  $\lambda = 0.01\gamma_0$ ،  $\delta = 3.6\gamma_0$  و  $\Omega = 5\gamma_0$  در حضور گذارهای الف) دو و ب) دو

اکنون با استفاده از معادله شرودینگر وابسته به زمان، معادلات حاکم بر دامنه‌های احتمال به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\dot{C}_1(t) = -m! \int_0^t dt' f(t-t') [C_1(t') + C_2(t')] - iGC_2(t), \quad (10)$$

$$\dot{C}_2(t) = -m! \int_0^t dt' f(t-t') [C_1(t') + C_2(t')] - iGC_1(t), \quad (11)$$

که در آن‌ها  $f(t-t')$  به صورت زیر تعریف شده است:

$$f(t-t') = \sum_{n=0}^3 \left( J_n \left( \frac{\delta}{\Omega} \right) \right)^2 \int_0^t d\omega_k J(\omega_k) e^{i(\omega_0 - m\omega_k + n\Omega)(t-t')} \quad (12)$$

در رابطه بالا  $J(\omega_k)$  چگالی طیفی مدهای ذخیره‌ساز است. با انتخاب چگالی طیفی لورنتسی، جواب انتگرال را به دست می‌آوریم، که برای گذارهای چندفوتونی به صورت زیر است:

$$J(\omega_k) = \frac{1}{2\pi} \frac{\gamma_0 \lambda^2}{(\omega_0 - m\omega_k)^2 + \lambda^2}, \quad (13)$$

که در آن  $\gamma_0$  نرخ فروافت در رژیم مارکوفی و  $\lambda$  پهنای توزیع لورنتسی است [6]. با قرار دادن رابطه (۱۳) در (۱۲)،  $f(t-t')$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$f(t-t') = \sum_{n=0}^3 \left( J_n \left( \frac{\delta}{\Omega} \right) \right)^2 \frac{\gamma_0 \lambda}{2} \exp[-(\lambda + in\Omega)(t-t')], \quad (14)$$

اکنون با جایگذاری (۱۴) در رابطه‌های (۱۰) و (۱۱) معادلات زیر برای دامنه‌های احتمال حاصل می‌شوند:

$$\dot{C}_1(t) = -iGC_2(t) - \frac{im! \sum_{n=0}^3 \left( J_n \left( \frac{\delta}{\Omega} \right) \right)^2 \gamma_0 \lambda}{2} b(t),$$

$$\dot{C}_2(t) = -iGC_1(t) - \frac{im! \sum_{n=0}^3 \left( J_n \left( \frac{\delta}{\Omega} \right) \right)^2 \gamma_0 \lambda}{2} b(t), \quad (15)$$

$$b(t) = -(\lambda + in\Omega)b(t) - i[C_1(t) + C_2(t)]$$

که در آن  $b(t)$  به صورت زیر است:

$$b(t) = -i \int_0^t dt' e^{-(\lambda + in\Omega)(t-t')} [C_1(t') + C_2(t')], \quad (16)$$

حال به روش لاپلاس، و سپس با گرفتن معکوس آن، دامنه‌های احتمال  $C_1(t)$  و  $C_2(t)$  را به دست می‌آوریم. با به دست آوردن دامنه‌های احتمال می‌توانیم همدوسی را محاسبه کنیم. رابطه همدوسی به صورت زیر است:

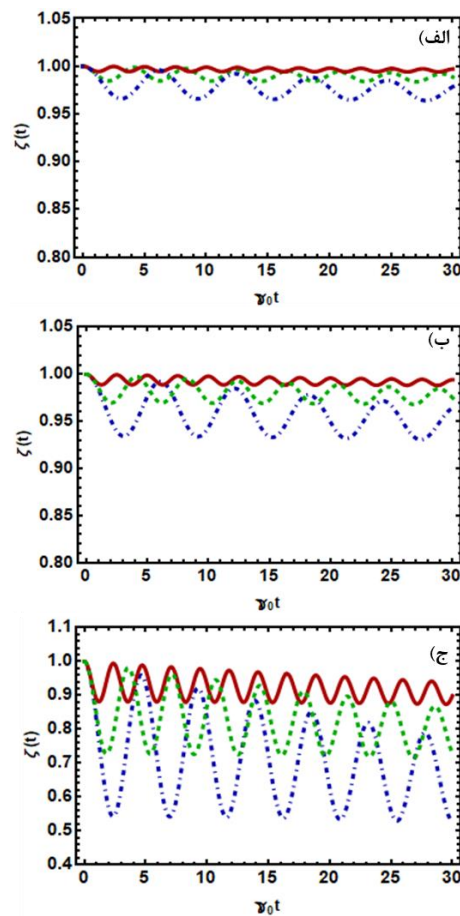
برای گذارهای تک فوتونی، دوفوتونی و چهارفوتونی در نظر گرفته شده است. از نمودارهای الف، ب و ج) پیداست که افزایش ثابت برهم کنش دوقطبی-دوقطبی در محدوده خاصی باعث افت همدوسی می شود.

**نتیجه گیری:** در این مقاله با در نظر گرفتن دو اتم دوترازی، تأثیر برهم کنش دوقطبی-دوقطبی و گذارهای چندفوتونی در حضور مدولاسیون بسامد گذار، بر همدوسی اتمی دو اتم مورد بررسی قرار گرفته است. برهم کنش دوقطبی-دوقطبی در محدوده خاصی با ثابت نگه داشتن دامنه و بسامد مدولاسیون در رژیم غیرمارکوفی باعث افت همدوسی می شود و نهایتاً با زیاد شدن ثابت برهم کنش دوقطبی-دوقطبی اتمی افزایش می یابد. همدوسی در حضور گذارهای چهارفوتونی نسبت به گذارهای تک و دوفوتونی سریع تر افت پیدا می کند. در نتیجه گذارهای تک و دوفوتونی نسبت به گذارهای چهارفوتونی در مقابل واهمدوسی مقاوم تر هستند.

### مرجع ها

- [1] Y. Yao, X. Xia, L. Ge, and C. P. Sun, "Quantum coherence in multipartite systems", *Phys. Rev. A*, **92**, No. 2 (2015) 022112.
- [2] H. R. Baghshahi, M. K. Tavassoly, and A. Bahjat, "Entropy squeezing and atomic inversion in the k-photon Jaynes-Cummings model in the presence of Stark shift and a Kerr medium: A full nonlinear approach", *Chinese. Phys. B* **23**, No. 7 (2014)074203.
- [3] F. Le. Kien, M. Kozierowski, and T. Quang, "Fourth-order squeezing in the multiphoton Jaynes-Cummings mode", *Phys. Rev. A* **38**, No.1(1998)263.
- [۴] فرزانه زارع، محمدکاظم توسلی، بهنام بهادری فر، حفظ همدوسی از طریق مدولاسیون بسامد گذار یک سامانه دوترازی در حضور گذارهای چندفوتونی، بیست و پنجمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران، دانشگاه شیراز، ۹ تا ۱۱ بهمن، دانشگاه شیراز.
- [5] Li. Jian, et al, "Motional averaging in a superconducting qubit", *Nature Communications*, No. 4 (2013) 1420.
- [6] S. Golkar, M. K. Tavassoly, "Coping with attenuation of quantum correlations", *Eur. Phys. J D* **72**, No. 10 (2018) 184.
- [7] Li. Yang, Zh. Jiang, and G. Hong, "Effect of the dipole-dipole interaction for two atoms with different couplings in a non-Markovian environment", *Phys. Rev. A* **79**, 012309 (2009).

چهارفوتونی رسم شده است. تأثیر قابل ملاحظه  $G$  در مقادیر میانی آن است. در واقع در  $G$  های به اندازه کافی کوچک و بزرگ، واهمدوسی دچار نوساناتی کوچک ولی نزدیک به واحد است. به وضوح در هر دو شکل دیده می شود که برای محدوده خاصی از مقادیر برهم کنش دوقطبی-دوقطبی، افت همدوسی اتفاق می افتد، اما با زیاد شدن  $G$ ، مجدداً مقدار همدوسی افزایش می یابد (برای توضیح فیزیکی این رفتار به مرجع [7] مراجعه شود).



شکل ۲: همدوسی بر حسب زمان مقیاس شده به ازای پارامترهای  $\lambda = 0.01\gamma_0$ ،  $\Omega = 5\gamma_0$ ،  $\delta = 3.6\gamma_0$ ،  $G = 4\gamma_0$  (نقطه خط آبی)،  $G = 2.5\gamma_0$  (خط پیوسته قرمز) و  $G = 6.5\gamma_0$  (خط چین سبز) که در حضور الف) گذار تک فوتونی، ب) دوفوتونی و ج) چهارفوتونی رسم شده است.

در شکل ۲ نمودار همدوسی به ازای مقادیر ثابت  $\lambda = 0.01\gamma_0$ ،  $\Omega = 5\gamma_0$ ،  $\delta = 3.6\gamma_0$  ولی  $G$  های متفاوت رسم شده است. منحنی های متناظر با  $G = 4\gamma_0$ ،  $G = 2.5\gamma_0$  و  $G = 6.5\gamma_0$