



بیست و ششمین کنفرانس اپتیک و  
فوتونیک ایران و دوازدهمین کنفرانس  
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،  
دانشگاه خوارزمی،  
تهران، ایران.  
۱۵-۱۶ بهمن ۱۳۹۸



## طراحی مشتق‌گیر مرتبه کسری نوری تنظیم‌پذیر مبتنی بر رزوناتور حلقوی

افشین احمدپور، امیر حبیب‌زاده شریف و فائزه بهرامی چناقلو

دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز، ایران

af\_ahmadpour@sut.ac.ir, sharif@sut.ac.ir, fa\_bahrami@sut.ac.ir

چکیده - امروزه مدارهای مجتمع نوری تنظیم‌پذیر نقش مهمی را در پردازشگرهای تمام-نوری ایفا می‌کنند. در این مقاله، طراحی و تحلیل تمام-موج یک مشتق‌گیر زمانی مرتبه کسری نوری تنظیم‌پذیر مبتنی بر میکرورزوناتور حلقوی ارائه شده است. اعمال ولتاژهای بایاس مستقیم و معکوس به میکرورزوناتور حلقوی مبتنی بر پیوندهای P-I-N و P-N و اثر پاشندگی حامل‌های آزاد منجر به تغییر ضریب شکست مؤثر، ناحیه کاری میکرورزوناتور حلقوی و مرتبه مشتق‌گیری شده و تنظیم‌پذیری مدار تحقق یافته است. عملکرد مطلوب مشتق‌گیر نوری تنظیم‌پذیر طراحی شده با در نظر گرفتن پالس ورودی فوق سریع گوسی با FWHM زمانی ۶/۳ پیکوثانیه تأیید شده است.

کلید واژه - مشتق‌گیر تنظیم‌پذیر، مشتق‌گیر مرتبه کسری، میکرورزوناتور حلقوی، پردازش سیگنال، پاشندگی حامل آزاد.

## Design of Tunable Optical Fractional-Order Differentiator based on Ring Resonator

Afshin Ahmadpour, Amir Habibzadeh-Sharif, and Faezeh Bahrami-Chenaghlo

Faculty of Electrical Engineering, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran

af\_ahmadpour@sut.ac.ir, sharif@sut.ac.ir, fa\_bahrami@sut.ac.ir

Abstract- Today, tunable optical integrated circuits play an important role in all-optical processors. In this paper, design and full-wave analysis of a tunable optical fractional-order temporal differentiator based on microring resonator have been presented. Applying forward and reverse bias voltages to the microring resonator based on P-I-N and P-N junctions and free carrier dispersion effect causes to change in the effective refractive-index, operating regime of the microring resonator and the order of differentiation; thus, the tunability of the circuit has been realized. The desired performance of the designed tunable optical differentiator has been confirmed considering an ultra-fast Gaussian input pulse with temporal FWHM of 6.3 ps.

Keywords: Tunable differentiator, Fractional order differentiator, Microring resonator, Signal processing, Free carrier dispersion.

## ۱- مقدمه

مشترک‌گیرهای نوری در پردازشگرهای سیگنال تمام-نوری برای غلبه بر محدودیت پهنای باند و سرعت مشترک‌گیرهای الکترونیکی مطرح شده‌اند [۱]. مشتق کسری، تعمیم‌یافته مشتق صحیح است که برای توصیف رفتار سیستم‌های دینامیکی، تولید سیگنال فوق سریع، و پردازش سیگنال استفاده می‌شود [۲]. ساختارهای مختلفی مانند کوپلر جهتی، فیبر گریبیتینگ براگ، تداخل سنج ماخ‌زندر، کوپلر چند مود و میکرورزوناتور حلقوی به منظور تحقق مشتق‌گیر کسری ارائه شده‌اند [۱، ۳-۶]. میکرورزوناتور حلقوی نوری به دلیل فشردگی بودن، تکامل در ساخت، و یکپارچه‌سازی با تکنولوژی CMOS، از جایگاه ویژه‌ای برخوردار است [۱، ۳]. از طرفی، اثرات الکترواپتیکی، اثر ترمواپتیک و پاشندگی حامل‌های آزاد برای تنظیم فرکانس رزونانس میکرورزوناتور حلقوی بکار می‌روند. اثرات الکترواپتیکی پاکلز و کر برای سیلیکون در طول موج‌های مخابراتی ۱/۳ و ۱/۵۵ میکرومتر ضعیف هستند. همچنین اثر ترمواپتیک در فرکانس‌های بالا کند است. بنابراین، اثر پاشندگی حامل‌های آزاد تنها راه حل برای مدولاسیون ضریب شکست مؤثر ( $n_{eff}$ ) سیلیکون در طول موج‌های ۱/۳ و ۱/۵۵ میکرومتر است [۷، ۸]. تغییر غلظت حامل‌ها در پیوندهای P-I-N و P-N منجر به تغییر  $n_{eff}$  می‌شود [۹]. در نتیجه، فرکانس رزونانس میکرورزوناتور حلقوی تغییر کرده و منجر به تغییر مرتبه مشتق‌گیری می‌شود. برای تحقق مشتق‌گیر مرتبه کسری تنظیم‌پذیر مبتنی بر میکرورزوناتور حلقوی، تنها از پیوند P-I-N بایاس مستقیم استفاده شده است [۱]. شعاع در نظر گرفته شده برای میکرورزوناتور حلقوی (۳۰ میکرومتر) نسبتاً بزرگ بوده و FWHM زمانی پالس ورودی نیز ۳۰ پیکوثانیه است. در این مقاله، با استفاده از اثر پاشندگی حامل‌های آزاد، طراحی و تحلیل تمام-موج مشتق‌گیر مرتبه کسری قابل تنظیم مبتنی بر میکرورزوناتور حلقوی نوری فوق فشردگی با شعاع ۴ میکرومتر ارائه شده و برای شبیه‌سازی‌ها از روش‌های عددی FDTD و FEM استفاده شده است.

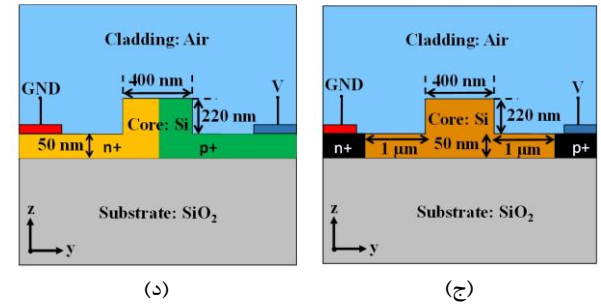
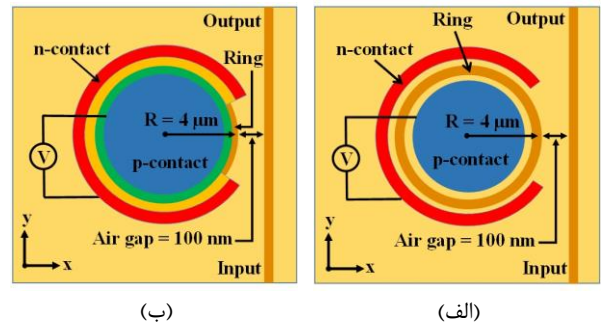
## ۲- تحلیل تمام-موج مشتق‌گیر در حوزه فرکانس

مشتق کسری مرتبه  $\alpha$  تابع  $f(t)$  که  $\alpha \in \mathbb{R}^+$  است، به صورت  $D_t^\alpha f(t)$  نشان داده شده و تبدیل فوریه آن عبارتست از [۲]:  
$$\mathcal{F}\{D_t^\alpha f(t)\} = (i\omega)^\alpha F(\omega); H_\alpha(f) = (i2\pi f)^\alpha \quad (1)$$
 که  $f = (\omega - \omega_0)/2\pi$  فرکانس باند پایه بوده و  $\omega_0$  فرکانس رزونانس است. پاسخ فاز مشتق‌گیر ریاضی در فرکانس رزونانس دارای پهنای  $\alpha\pi$  است که  $\alpha$  بیانگر مرتبه مشتق است. میکرورزوناتور حلقوی، یک رزوناتور موج متحرک است که معمولاً دایروی بوده و با خم شدن موجبر نوری ساخته می‌شود [۷، ۱۰]. شکل ۱ (الف، ب) ساختار میکرورزوناتور حلقوی سیلیکونی فوق فشردگی با پیوندهای P-I-N و P-N را نشان می‌دهد. به منظور عملکرد میکرورزوناتور حلقوی در ناحیه کوپلینگ بحرانی، شکاف هوایی بین موجبر مستقیم و حلقه ۱۰۰ نانومتر طراحی شده است. شکل ۱ (ج، د) سطح مقطع عرضی میکرورزوناتور حلقوی و موجبر مستقیم مبتنی بر پیوندهای P-I-N و P-N را نشان می‌دهد. موجبر ریپ فوتونیک سیلیکونی به دلیل اختلاف ضریب شکست بالای پوسته و هسته، دارای سطح مقطع عرضی کوچک است [۱۱]. ابعاد طراحی شده این موجبر در شکل ۱ (ج، د) مشخص شده‌اند. بر اساس نتایج شبیه‌سازی‌ها، مود اول این موجبر در فرکانس ۱۹۳/۰۹۸ تراهرتز دارای ضریب شکست مؤثر ۲/۳۹۷۹ است. نمودارهای انتقال شدت و پاسخ فاز میکرورزوناتور حلقوی به ازای ولتاژهای مختلف اعمال شده در پیوندهای P-I-N و P-N در شکل ۲ نشان داده شده‌است. نمودارهای الحاقی در شکل‌های ۲ (الف، ب) نشان می‌دهند که بخش‌های حقیقی و موهومی  $n_{eff}$  به ترتیب با افزایش ولتاژ بایاس مستقیم P-I-N، کاهش افزایش یافته‌اند. شکل ۲ (الف) نشان می‌دهد که با جابجایی نمودار انتقال شدت به سمت فرکانس‌های بالاتر، FWHM افزایش یافته است. همچنین در شکل ۲ (ب)، تغییرات پاسخ فاز منجر به تغییر ناحیه کوپلینگ بحرانی به فوق بحرانی شده است. در نتیجه، مشتق‌گیر مرتبه کسری با مرتبه  $\alpha > 1$  تحقق یافته است.

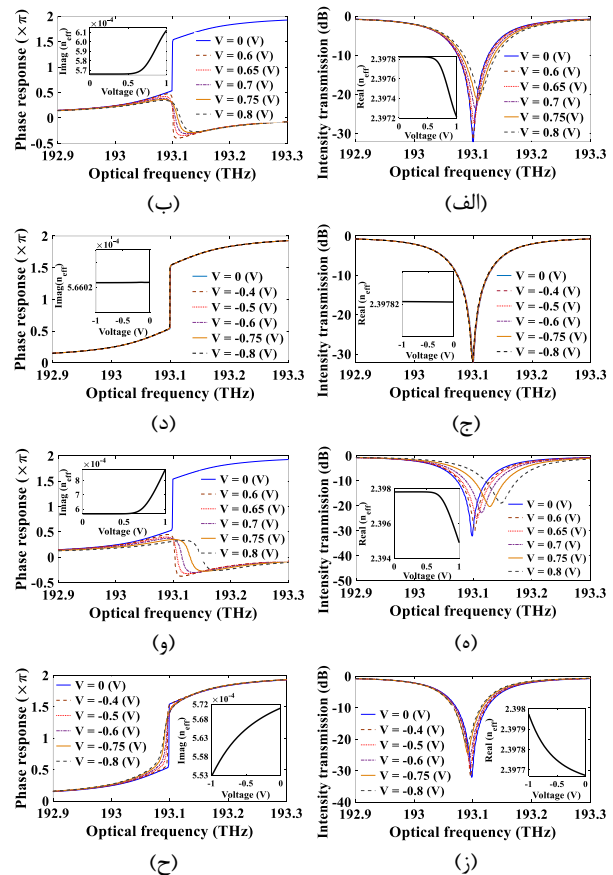
مشابه این پدیده‌ها در شکل‌های ۲ (ه، و) برای میکرورزوناتور با پیوند P-N با یاس مستقیم نشان داده شده‌اند. در این حالت، تغییرات نسبت به پیوند P-I-N شدیدتر است. نمودارهای الحاقی در شکل‌های ۲ (ج، د) نشانگر عدم تغییرات  $n_{eff}$  در پیوند P-I-N با یاس معکوس هستند. در نتیجه، تغییر قابل توجهی در منحنی‌های انتقال شدت و پاسخ فاز شکل‌های ۲ (ج، د) وجود نداشته و پیوند P-I-N با یاس معکوس برای طراحی مشتق‌گیر تنظیم‌پذیر مناسب نیست. از طرفی، نمودارهای الحاقی در شکل‌های ۲ (ز، ح) نشان می‌دهند که بخش‌های حقیقی و موهومی  $n_{eff}$  به ترتیب با افزایش قدرمطلق ولتاژ با یاس معکوس، افزایش و کاهش یافته‌اند. مطابق شکل ۲ (ز)، با جابجایی نمودار انتقال شدت به سمت فرکانس‌های پایین‌تر، FWHM کاهش یافته است. همچنین مطابق شکل ۲ (ح)، تغییرات پاسخ فاز منجر به تغییر ناحیه کوپلینگ بحرانی به زیر بحرانی شده و مشتق‌گیر مرتبه کسری با مرتبه  $\alpha < 1$  تحقق یافته است.

### ۳- تحلیل تمام-موج مشتق‌گیر در حوزه زمان

شکل ۳ یک پالس گوسی فوق سریع را نشان می‌دهد. مطابق شکل‌های ۴ (الف، ب)، خروجی مشتق‌گیر نوری در ناحیه کوپلینگ بحرانی توافقی خوبی با خروجی مشتق‌گیر مرتبه اول ریاضی دارد. برای تحقق مشتق مرتبه کسری  $\alpha > 1$ ، میکرورزوناتور باید با اعمال ولتاژ با یاس مستقیم پیوندهای P-I-N و P-N در ناحیه کوپلینگ فوق بحرانی قرار گیرد. مطابق شکل‌های ۴ (ج، د)، خروجی‌های مشتق‌گیر نوری توافقی خوبی با خروجی‌های مشتق‌گیر مرتبه کسری ریاضی دارند. مطابق شکل ۲ (ه، و)، به دلیل تغییرات بیشتر فرکانس رزونانس میکرورزوناتور مبتنی بر پیوند P-N با یاس مستقیم نسبت به پیوند P-I-N با یاس مستقیم، استفاده از P-N با یاس مستقیم برای ولتاژهای اعمالی بالا از دقت کافی برخوردار نبوده و خروجی آن مطابق شکل‌های ۴ (ه، و)، توافقی خوبی با مشتق‌گیر ریاضی ندارد. همچنین مطابق شکل‌های ۴ (ز، ه)، با اعمال با یاس معکوس به پیوند P-N، مشتق مرتبه کسری کوچکتر از یک را می‌توان به خوبی توسط میکرورزوناتور حلقوی در ناحیه زیر بحرانی تحقق داد.



شکل ۱: میکرورزوناتور حلقوی سیلیکونی فوق فشرده با پیوندهای P-I-N (ج و د)، P-N (ب و د)

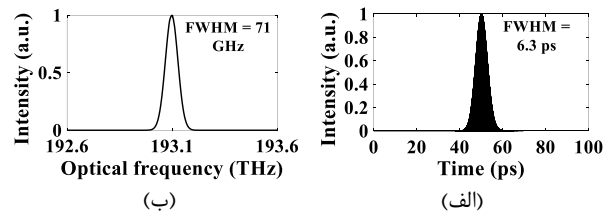


شکل ۲: انتقال شدت و پاسخ فاز میکرورزوناتور حلقوی به ازای ولتاژهای مختلف؛ (الف و ب) با یاس مستقیم P-I-N، (ج و د) با یاس معکوس P-I-N، (ه و و) با یاس مستقیم P-N، (ز و ح) با یاس معکوس P-N.

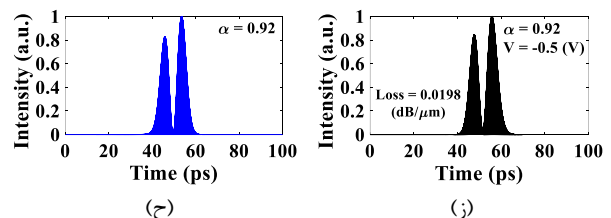
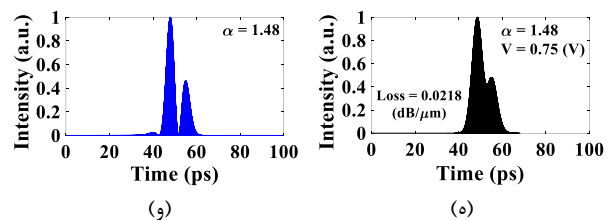
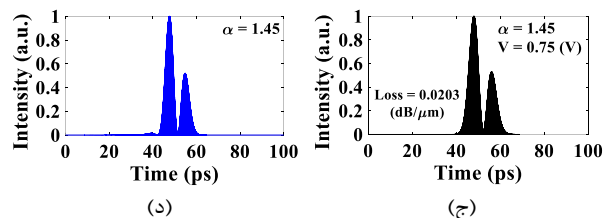
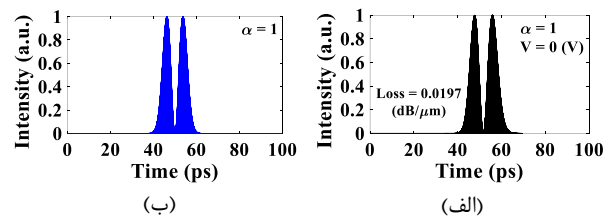
کوچکتر از یک نیست. از طرفی، با اعمال یک پالس گوسی فوق سریع با FWHM زمانی ۶/۳ پیکوثانیه در ورودی مشتق‌گیر زمانی نشان داده شد که نتایج شبیه‌سازی‌های حوزه زمان با نتایج مدل ریاضی از توافق خوبی برخوردارند.

### مرجع‌ها

- [1] A. Zheng, J. Dong, L. Zhou, X. Xiao, Q. Yang, X. Zhang, J. Chen, "Fractional-order photonic differentiator using an on-chip microring resonator", *Opt. Lett.*, Vol. 39, No. 21, pp. 6355-6358, 2014.
- [2] I. Podlubny, *Fractional differential equations*, Elsevier, 1998.
- [3] H. Shahoei, D.-X. Xu, J. H. Schmid, J. Yao, "Photonic fractional-order differentiator using an SOI microring resonator with an MMI coupler", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, Vol. 25, No. 15, pp. 1408-1411, 2013.
- [4] M. Li, L.-Y. Shao, J. Albert, J. Yao, "Continuously tunable photonic fractional temporal differentiator based on a tilted fiber Bragg grating", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, Vol. 23, No. 4, pp. 251-253, 2011.
- [5] A. Zheng, T. Yang, X. Xiao, Q. Yang, X. Zhang, J. Dong, "Tunable fractional-order differentiator using an electrically tuned silicon-on-insulator Mach-Zehnder interferometer", *Opt. Express*, Vol. 22, No. 15, pp. 18232-18237, 2014.
- [6] T. L. Huang, A. L. Zheng, J. J. Dong, D. S. Gao, A. X. L. Zhang, "Terahertz-bandwidth photonic temporal differentiator based on a silicon-on-insulator directional coupler", *Opt. Lett.*, Vol. 40, No. 23, pp. 5614-5617, 2015.
- [7] V. Van, *Optical Microring Resonators: Theory, Techniques, and Applications*, Taylor & Francis Group, CRC Press, 2017.
- [8] C.A. Barrios, V.R. Almeida, R. Panepucci, M. Lipson, "Electrooptic modulation of silicon-on-insulator submicrometer-size waveguide devices", *Lightwave Technol.*, Vol. 21, No. 10, pp. 2332-2339, 2003.
- [9] R. Soref, B. Bennett, "Kramers-Kronig analysis of electro-optical switching in silicon," *Integrated Opt. Circuit Engineering*, Vol. 704, pp. 32-37, 1987.
- [10] M. Sahafi, A. Habibzadeh-Sharif, "All-optical trapping, relocation and manipulation of nanoparticles using SOI ring-resonators", *J. Opt. Am. B*, Vol. 36, pp. 2178-2183, 2019.
- [11] A. Habibzadeh-Sharif, M. Soleimani, "Analysis and design of a rib-like-based slot waveguide for nonlinear silicon nanophotonics", *J. Modern Opt.*, Vol. 60, No. 11, pp. 891-899, 2013.



شکل ۳: پالس گوسی در (الف) حوزه زمان، (ب) حوزه فرکانس.



شکل ۴: خروجی‌های میکرورزوناتور حلقوی (الف) بدون ولتاژ

بایاس با مرتبه  $\alpha = 1$  (ج و ه) به ازای ولتاژ بایاس مستقیم ۰/۷۵ ولت در پیوند P-N و P-I-N با مرتبه‌های  $\alpha = 1.45$  و  $\alpha = 1.48$  به ازای ولتاژ بایاس معکوس ۰/۵- ولت در پیوند P-N با مرتبه  $\alpha = 0.92$  (ب، د، و، ح) خروجی‌های مشتق‌گیر ریاضی با مرتبه‌های  $\alpha = 1$ ،  $\alpha = 1.45$ ،  $\alpha = 1.48$  و  $\alpha = 0.92$ .

### ۴- نتیجه‌گیری

طراحی و تحلیل تمام-موج یک مشتق‌گیر زمانی مرتبه کسری نوری تنظیم‌پذیر مبتنی بر میکرورزوناتور حلقوی فوق فشرده با استفاده از اثر پاشندگی حامل‌های آزاد ارائه شد. نشان داده شد که پیوند P-I-N بایاس معکوس گزینه مناسبی برای طراحی مشتق‌گیر تنظیم‌پذیر با مرتبه