



بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران  
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران  
۸ تا ۱۰ بهمن ماه ۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز



## انتقال حرارت بین نوسانگرهای میکرو مکانیکی از طریق کانال‌های نوری

فرناز فرمان<sup>۱</sup>، سپیده سادات ذاکری<sup>۲</sup>، سارا توفیقی<sup>۱</sup> و علیرضا بهرامپور<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup> دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف

<sup>۲</sup> European Laboratory for Non-linear Spectroscopy (LENS), University of Florence, Italy

چکیده - در این مقاله کاواک اپتومکانیکی با دو آینه قابل نوسان بررسی شده است. این آینه‌ها به علت نیروی فشار تابشی ناشی از نور ورودی سرد می‌شوند. انتقال حرارت بین دو نوسانگر میکرو مکانیکی مورد بررسی قرار گرفته است. نشان داده‌ایم که نور درون کاواک نقش واسطه را در این فرایند بازی می‌کند. هنگامی که اختلاف فرکانس مکانیکی بین دو نوسانگر کم باشد، اعوجاجات آینه با دمای بالاتر از طریق نور به آینه با دمای پایین‌تر منقل می‌شود. به علت این پدیده حد پایینی برای سرد سازی دو آینه به دست می‌آید.

کلید واژه- اعوجاجات کوانتومی، انتقال حرارت، سردسازی، سیستم اپتومکانیکی

## Heat transfer between micro mechanical resonators through optical channels

Farnaz Farman<sup>1</sup>, Sepideh S. Zakeri<sup>2</sup>, Sara Tofighi<sup>1</sup> and Alireza Bahrampour<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Physics, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

<sup>۲</sup> European Laboratory for Non-linear Spectroscopy (LENS), University of Florence, Italy

Abstract- We consider dynamics of two vibrating mirrors coupled through optical cavity mode in an optomechanical system. These mirrors are cooled via radiation pressure force inside the cavity. The heat transfer between two mechanical resonators through the cavity mode is investigated. We show that light mediates heat transfer between two micro-mirrors. When detuning frequency of the mechanical resonators is low, fluctuations flow through the light channel from the resonator with high temperature toward the one with low temperature. Due to the resonance condition, there is a minimum limit for cooling temperature of micro-mirrors.

Keywords: Optomechanical system, Cooling process, Heat transfer, Quantum fluctuations

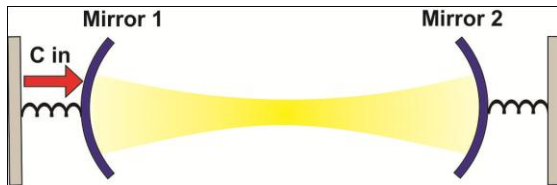
## ۱- مقدمه

در سالهای اخیر سیستمهای اپتومکانیکی مورد توجه گروه زیادی از پژوهشگران قرار گرفته‌اند. با استفاده از نیروی فشار تابشی می‌توان دمای نوسانگرهای میکرو مکانیکی را به میزان زیادی کاهش داد و مدهای مکانیکی سیستم را به حالت پایه کوانتومی نزدیک کرد [1-3]. این امر بستری مناسب برای مطالعه پدیده‌های کوانتومی در سیستمهای ماکروسکوپی فراهم می‌کند. در این مقاله کاواک اپتومکانیکی با دو آینه متحرک در نظر گرفته شده است. نتایج بررسی ما نشان می‌دهد که به علت حضور نور درون کاواک، انتقال حرارت بین نوسانگرها وجود دارد. چنانچه فرکانس مکانیکی نوسانگرها به هم نزدیک باشد، اعوجاجات نوسانگر (آینه) با دمای بیشتر از طریق نور به نوسانگر با دمای کمتر منتقل می‌شود. نام این پدیده را انتقال حرارت تشدید می‌نهادیم. این انتقال حرارت منجر به بالا رفتن دمای دو آینه می‌شود. در حالت متقارن یعنی حالتی که فرکانس نوسانگرها مانند هم باشد و شرایط دو آینه یکسان باشند، دمای نهایی دو آینه تقریباً به نصف دمای اولیه آنها می‌رسد. در حالت نامتقارن با آینه‌هایی با فرکانس متفاوت، به علت کم شدن انتقال حرارت، میزان سرد سازی دو آینه بیشتر می‌شود. این مقاله به شرح زیر نوشته شده است: در بخش ۲ سیستم اپتومکانیکی و مبانی نظری سرد سازی با استفاده از نور توضیح داده شده است. همچنین معادلات حاکم بر سیستم به دست آمده‌اند. در بخش ۳ نتایج محاسبات برای سیستم‌های متقارن و در بخش ۴ برای سیستم‌های نامتقارن نشان داده شده است و بالاخره مقاله با نتیجه‌گیری در فصل ۵ پایان می‌یابد.

## ۲- مبانی نظری

کاواک اپتومکانیکی مورد نظر ما، از ۲ میکرو آینه با قابلیت نوسان تشکیل شده است (شکل ۱). نور ورودی با فرکانس  $\omega_L$  از آینه ۱ وارد کاواک با فرکانس تشدید  $\omega_C$  می‌شود، در حالی که آینه ۲ دارای ضریب بازتاب ۱ است. به علت فشار تابشی نور درون کاواک، به دو آینه نیرو وارد می‌شود. ضریب کوپلاژ بین میدان داخل کاواک و آینه‌ها از رابطه  $G_i = G = \omega_C/L$  ( $i=1,2$ ) به دست می‌آید

که  $L$  طول کاواک است. هر کدام از آینه‌ها به صورت نوسانگر هماهنگی با فرکانس  $\omega_{m_i}$ ، جرم  $m_i$  و ضریب افت  $\gamma_i$  در نظر گرفته می‌شوند که با حمام گرمایی با دمای  $T_i$  ( $i=1,2$ ) در تماس هستند.



شکل ۱: نمایی از سیستم اپتومکانیکی با دو آینه متحرک. نور از آینه ۱ به درون کاواک کوپل می‌شود و آینه ۲ کاملاً نور را منعکس می‌کند.

مکان و مومنتم هر آینه به ترتیب با عملگرهای  $q_i$  و  $p_i$  نشان داده می‌شود. هامیلتونی سیستم در دستگاه مختصات چرخنده با فرکانس  $\omega_L$  به صورت زیر است:

$$H = \hbar(\omega_C - \omega_L)a^+a - \hbar G a^+ a (q_1 + q_2) + \frac{1}{2} \sum_{i=1,2} \left( \frac{p_i^2}{m_i} + m_i \omega_{m_i}^2 q_i^2 \right) + i\hbar E (a^+ - a) \quad (1)$$

که  $a$  و  $a^+$  به ترتیب عملگر فنا و خلق میدان داخل کاواک هستند.  $E$  میدان ورودی داخل کاواک است که با

$$\text{رابطه } E = \sqrt{\frac{2\kappa P}{\hbar\omega_L}}, \text{ به توان ورودی } (P) \text{ و افت کاواک } (\kappa)$$

مربوط می‌شود. با استفاده از معادلات لانژوین و با در نظر گرفتن اثرات نویز، معادلات حرکت برای عملگرها به دست می‌آیند. این معادلات غیر خطی هستند. به علت کوچک بودن میزان غیر خطیت، از روش خطی سازی استاندارد استفاده می‌کنیم [2]. عملگرها را به صورت مجموع مقدار حالت پایدار و اعوجاجات حول این مقدار می‌نویسیم ( $Q = Q_s + \delta Q$ ;  $Q = q, p, a$ ). مقدار پایدار عملگرها با قرار دادن تغییرات این عملگرها برابر با صفر و حل معادلات جبری به دست می‌آیند ( $i=1,2$ );

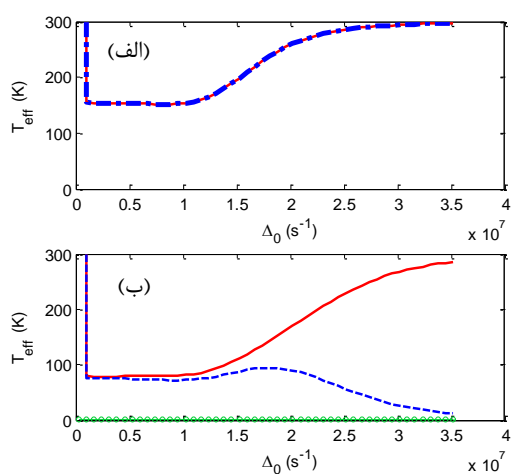
$$\text{که } (a_s = \frac{E}{\kappa + i\Delta}, \quad p_{i_s} = 0, \quad q_{i_s} = \frac{\hbar G |a_s|^2}{m_i \omega_{m_i}^2})$$

و  $\Delta_0 = \omega_C - \omega_L$  و  $\Delta = \Delta_0 - G(q_{1_s} + q_{2_s})$  است. پس از انجام مقداری عملیات ریاضی، معادلات حرکت برای اعوجاجات عملگرها به دست می‌آیند. برای بررسی

( $i=1,2$ ) به دست می آیند [6].

### ۳- سیستم متقارن

در این قسمت با فرض یکسان بودن پارامترهای دو نوسانگر مکانیکی، نتایج محاسبات برای سیستم متقارن بررسی می شود. در سیستم متقارن  $\omega_{m_1} = \omega_{m_2}$  و در نتیجه معادله مشخصه سیستم به معادله  $D_3 = D_4$  و  $D_3(DD_3 - 2X) = 0$  تقلیل می یابد. در محاسبات عددی وزن دو آینه  $m = 145 \text{ ng}$ ، افت نوسانگرها  $\omega_m = \gamma \times 10^4$  فرکانس نوسانگرها  $\gamma = 2\pi \times 140 \text{ s}^{-1}$  افت کاواک برابر با  $\kappa = 0.227 \times \omega_m$  در نظر گرفته شده است. لیزر ورودی، لیزر پیوسته Nd YAG با طول موج وارد کاواکی به طول  $L = 25 \text{ nm}$  می شود. دمای اولیه آینه ها و حمام گرمایی  $T = 300 \text{ K}$  است. در شکل ۲. الف تغییرات دمای موثر دو آینه بر حسب ناکوکی فرکانس ( $\Delta_0$ ) رسم شده است.



شکل ۲: الف) دمای موثر آینه ۱ (خط ممتد قرمز) و آینه ۲ (خط - نقطه چین آبی) بر حسب تغییرات ناکوکی فرکانس. ب) خط قرمز نشان دهنده اثر نویز حمام گرمایی ۱ و ۲ بر روی دمای آینه ۱ و ۲ است، خط چین آبی نمایانگر اثر متقابل نویز حمام ۱ و ۲ بر روی دمای آینه ۱ و ۲ است و خط سبز دایره دار، اثر اعوجاجات نور درون کاواک بر روی دمای آینه ها را نشان می دهد.

همانطور که انتظار می رود، تغییرات دمای دو آینه مانند هم است و کمترین دمای به دست آمده برای آینه ها  $T = 151.8 \text{ K}$  است. در شکل ۲. ب، نقش نویزهای

پایداری جوابها از روش روتز-هرویتز<sup>۱</sup> استفاده می شود. اعوجاجات عملگر مکان در حوزه فوریه از رابطه (۲) به دست می آید:

$$\delta q_i(\omega) = \frac{1}{d(\omega)} \left\{ \xi_i \left[ \frac{-X_j + D_{j+2} D}{m_i} \right] + \xi_j \left[ \frac{X_j G_i}{m_i G_j} \right] + \sqrt{2k} \frac{\hbar G_i}{m_i} (a_{in}^- [-a_s^* D_2 D_{j+2}] + a_{in}^+ [a_s D_1 D_{j+2}]) \right\} \quad (2)$$

( $i, j = (1,2), (2,1)$ )

که  $D_1(\omega) = i(\Delta - \omega) + \kappa$ ,  $D_2(\omega) = -D_1^*(-\omega)$  و  $D = -D_1 D_2$  چند جمله ایهای مربوط به کاواک و  $D_{j+2} = \omega_{m_j}^2 - \omega^2 - i\omega\gamma_j$ ; ( $j=1,2$ )

مربوط به آینه  $j$  ام هستند.  $X_j = \frac{2\hbar G^2 |a_s|^2 \Delta}{m_j}$  ضریب

کوپلاژ موثر بین آینه ها و میدان داخل کاواک است و  $d(\omega) = DD_3 D_4 - X_2 D_3 - X_1 D_4$  چند جمله ای مشخصه سیستم است. ریشه های  $d(\omega)$  فرکانس های مختلط تشدید سیستم هستند.  $a_{in}$  نویز ورودی تابشی خلا با تابع هم دوسی  $\langle a_{in}(\omega) a_{in}^+(\Omega) \rangle = 2\pi \delta(\omega + \Omega)$ <sup>۲</sup>

است.  $\xi_1$  و  $\xi_2$  عملگر نویز براونی<sup>۳</sup> ورودی که از دمای حمام های گرمایی ناشی می شود هستند [4]. پس از انجام مقداری عملیات ریاضی، چگالی طیف نویز<sup>۴</sup> (DNS) برای عملگر مکان ( $Sq_i$ ;  $i=1,2$ ) و مومنتم ( $Sp_i$ ;  $i=1,2$ ) به دست می آید [5]. دمای موثر آینه ها از رابطه

$$T_i = \frac{m_i \omega_{m_i}^2 \langle q_i^2 \rangle}{2K_B} + \frac{\langle p_i^2 \rangle}{2m_i K_B}; (i=1,2)$$

محاسبه میشود،

که عدم قطعیت در مکان و مومنتم از رابطه  $\langle q_i^2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \int S_{q_i}(\omega) d(\omega)$ ,  $\langle p_i^2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \int S_{p_i}(\omega) d(\omega)$

<sup>۱</sup> Routh-Hurwitz  
<sup>۲</sup> Correlation function  
<sup>۳</sup> Brownian noise  
<sup>۴</sup> Density Noise Spectrum

مقایسه با حالت متقارن کم شده است. کمترین دمای آینه ۱،  $T = 11.32 K$  و کمترین دمای آینه ۲،  $T = 10.47 K$  است که در ناکوکی های مختلفی اتفاق می افتند.

#### ۵- نتیجه گیری

در سیستم اپتومکانیکی متقارن، اعوجاجات آینه با دمای بالاتر توسط میدان داخل کاواک جذب می شود. فرکانس این نوسانات مطابق با فرکانس آینه دوم است و مقداری از این نوسانات از طریق نور به آینه ۲ منتقل می شوند. معنی این فرایند این است که حرارت توسط نور از آینه با دمای بالاتر به آینه با دمای پایین تر منتقل می شود که به آن انتقال حرارت تشدید می گوئیم. با زیاد کردن فاصله بین فرکانس آینه ۱ و ۲، میزان این انتقال حرارت توسط نور کم و اثر آینه ها روی هم کم می شود.

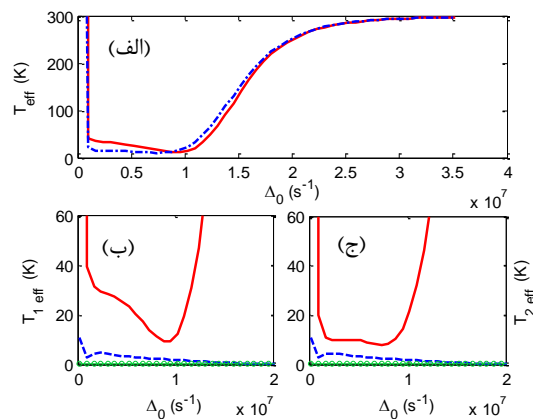
#### مراجع

- [1] S. Gigan, H. R. Bohm, M. Paternostro, F. Blaser, G. Langer, J. B. Hertzberg, K. C. Schwab, D. Bauerle, M. Aspelmeyer, and A. Zeilinger, *Self-cooling of a micromirror by radiation pressure*, **Nature** 444 (2006) 67-70.
- [2] M. Paternostro, S. Gigan, M. S. Kim, F. Blaser, H. R. Bohm, and M. Aspelmeyer, *Reconstructing the dynamics of a movable mirror in a detuned optical cavity*, **New J. Phys.** 8 (2006) 107.
- [3] A. Schliesser, R. Riviere, G. Anetsberger, O. Arcizet, and T. J. Kippenberg, *Resolved-sideband cooling of a micromechanical oscillator*, **Nat. Phys.** 4 (2008) 415-419.
- [4] D. Vitali and V. Giovannetti, *Phase-noise measurement in a cavity with a movable mirror undergoing quantum Brownian motion*, **Phys. Rev. A** 63, 023812 (2001).
- [5] F. Farman and A. R. Bahrampour, *Effects of optical parametric amplifier pump phase noise on the cooling of optomechanical resonators*, **J. Opt. Soc. Am. B.** 30, 7 (2013).
- [6] S. Huang and G. S. Agarwal, *Enhancement of cavity cooling of a micromechanical mirror using parametric interactions*, **Phys. Rev. A** 79, 013821 (2009).

مختلف بر روی دمای آینه ها به صورت جداگانه رسم شده است. در ناکوکی های پایین، اثر نویز حمام گرمایی ۱ و ۲ بر روی دمای آینه ۱ و ۲ و همینطور اثر نویز متقابل حمام گرمایی ۱ و ۲ بر روی دمای آینه ۱ و ۲، تقریباً برابر است که پارامتر دوم میزان انتقال حرارت بین دو آینه را نشان می دهد. در ناکوکی های بالا، هنگامی که شدت میدان داخل کاواک کم می شود، اثر متقابل نویز حمام گرمایی ۱ و ۲ بر روی دمای آینه ۱ و ۲ کم می شود. یعنی با کم شدن میدان داخل کاواک، اعوجاجات از آینه ۱ کمتر به آینه ۲ منتقل می شوند و بالعکس. اثر اعوجاجات نور درون کاواک بر روی دمای آینه ها در مقایسه با اثر نویز براونی بسیار کم است (شکل ۲.ب).

#### ۴- سیستم نامتقارن

برای بررسی سیستم نامتقارن، پارامترهای سیستم مانند مثال قبل در نظر گرفته شده اند با این تفاوت که فرکانس آینه ۲ برابر با 1.005 برابر فرکانس آینه ۱ گرفته شده است. شکل ۳. الف تغییرات دمای دو آینه بر حسب ناکوکی و شکل ۳. ب و ۳. ج اثرات نویز های مختلف بر روی دمای آینه ۱ و ۲ را نشان می دهند.



شکل ۳: الف) دمای موثر آینه ۱ (خط ممتد قرمز) و آینه ۲ (خط-نقطه چین آبی) بر حسب تغییرات ناکوکی فرکانس. ب و ج) خط قرمز نشان دهنده اثر نویز حمام گرمایی ۱ و ۲ بر روی دمای آینه ۱ و ۲ است، خط چین آبی نمایانگر اثر متقابل نویز حمام ۱ و ۲ بر روی دمای آینه ۱ و ۲ است و خط سبز دایره دار اثر اعوجاجات نور درون کاواک بر روی دمای آینه ها را نشان می دهد.

به علت عدم تقارن در سیستم، دمای دو آینه مانند هم رفتار نمی کنند. همینطور از شکل ۳. ب و ۳. ج مشخص می شود که میزان انتقال نویز از آینه ۱ به ۲ و بالعکس در