



بیست و ششمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران و دوازدهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران.  
۱۵-۱۶ بهمن ۱۳۹۸



## بررسی رابطه پایستگی بین شار نویزها با در نظر گرفتن آهنگ‌های میرایی متفاوت برای مدهای نوسانی لیزر

شریفه موسوی بصری<sup>۱</sup>، الناز خلیل زاده<sup>۲\*</sup>، جعفر جهان پناه<sup>۱</sup>

۱. دانشکده فیزیک، دانشگاه خوارزمی

۲. پژوهشکده فیزیک پلاسما و گداخت هسته‌ای، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، تهران، ایران

چکیده: در این مقاله رابطه پایستگی بین شار نویزها برای یک لیزر کلاس A در حالت سه مد طولی با آهنگ‌های میرایی متفاوت به صورت تحلیلی بدست آمده است. برای این منظور، معادلات حرکت ماکسول-بلوخ وابسته به نوسان هم‌زمان برای مد مرکزی و دو مد مجاور چپ و راست آن را در حضور سه نیروی لانژوین کاواک حل شده است. سپس شار نویز تولید شده توسط افت و خیز مولفه‌های میدان الکتریکی کاواک و وارونی جمعیت اتمی و پمپاژ محاسبه شده است. در نهایت نشان داده شده است که شار نویز ورودی سیستم پمپاژ لیزر طبق رابطه پایستگی بدست آمده بین شار نویز تابش خودبخودی و شار نویز تابش القایی سه مد نوسانی لیزر توزیع شده است.

کلیدواژه- پایستگی شار نویز، آهنگ اتلاف، معادلات ماکسول-بلوخ، نیروی لانژوین کاواک

## Investigating of Conservation Relation between Noises Flux by Considering the Different Damping Rate for Laser Oscillation Modes

Sharifeh Mousavi Basri<sup>1</sup>, Elnaz Khalilzadeh<sup>2\*</sup>, Jafar Jahanpanah<sup>1</sup>

1-Physics Faculty, Kharazmi University, Tehran, Iran

2- Plasma Physics & Fusion Research School, Nuclear Science and Technology Research Institute, Tehran, Iran

**Abstract-** In this paper, the conservation relation for noises flux by Considering the Different Damping Rate for three laser oscillation modes is analytically achieved. For this regards, the Maxwell-Bloch equations of motion are thus solved in the presence of three cavity Langevin forces associated with the simultaneous oscillations of cavity central mode and its left and right adjacent modes. Then, the noise of the cavity electric field, spontaneous emission radiation and laser pumping are calculated. It is finally demonstrated that the input noise flux of laser pumping is between the output noise fluxes of spontaneous and stimulated emission radiations of three oscillating modes according to the flux conservation law.

**Keywords:** Noises Flux Conservation, Damping Rate, Maxwell-Bloch Equations, Cavity Langevin Force

## مقدمه

نویز سفید و رنگی نقش بسیار مهمی در بسیاری از حوزه‌های مختلف فیزیک دارند که از مهمترین آنها می‌توان به رفتار دو پایداری لیزرها، سوئیچ اپتیکی، کد گذاری و رمز گشایی سیگنال‌های اپتیکی و فرایندهای مربوط به قفل شدگی مدها اشاره کرد [۵-۱]. در اینجا تنها نویز سفید که توسط آهنگ میرایی آینه‌های کاواک و طبق تئوری افت و خیز-اتلاف تولید می‌شوند مورد مطالعه قرار می‌گیرد [۶]. در بسیاری از کارهای قبلی معمولاً نیروی لانژوین کاواک  $\Gamma_\alpha$  به عنوان یک نیروی افت و خیز کننده ضعیف در نظر گرفته می‌شد [۷ و ۸]. تا اینکه مرتبه بزرگی  $\Gamma_\alpha$  با حل معادلات حرکت ماکسول-بلوخ در غیاب نیروهای لانژوین مربوط به وارونی جمعیت اتمی  $\Gamma_D$  و گشتاور دوقطبی  $\Gamma_d$  برای یک لیزر تک مد و سه مد کاواک با آهنگ میرایی یکسان بدست آمد و نشان داده شد که نتایج در توافق با نتایج تجربی بدست آمده است [۹-۱۲]. نویز ویژگی اجتناب ناپذیر تمامی لیزر های واقعی است و منابع و عوامل مختلفی هم باعث تشکیل نویز می‌شوند. در این مقاله نویز ناشی از افت و خیز میدان الکتریکی کاواک (که با نیروی لانژوین نشان داده شده است) برای لیزر class A (مانند لیزرهای  $\text{Ar}^+$ ، نیمه رسانا و ...) برای آهنگ‌های میرایی متفاوت  $\gamma_c$  و  $\gamma_L = \gamma_R = \gamma_c (1 + \varepsilon)$  محاسبه شده است. این نویزها حتماً در نتایج آزمایشگاهی وجود دارند و قابل مشاهده اند فقط به صورت تجربی امکان تفکیک عوامل بوجودآورنده آنها وجود ندارد و ارزش کار موجود نیز همین می‌باشد.

## ۱- معادلات حرکت ماکسول- بلوخ برای

### لیزر کلاس A

برای یک لیزر کلاس A با میدان الکتریکی متغیر  $\alpha(t)$  داریم [۱۳ و ۱۴]:

$$\alpha(t) = \sum_j \alpha_j(t) = \sum_j \left[ |\bar{\alpha}_j| + \delta\alpha_j(t) \right] \quad (1)$$

$$\times \exp(-i [\omega_j t + \bar{\phi}_j + \delta\phi_j(t)])$$

$$D(t) = D'_0 + \delta D'_0 + (D_1 + \delta D_1) e^{-i(\Delta t + \varphi_D + \delta\varphi_D)} + (D_1^* + \delta D_1^*) e^{i(\Delta t + \varphi_D + \delta\varphi_D)} \quad (2)$$

در روابط بالا ( $j = L, C, R$ ) اندیس L اشاره به مد چپ، C مد مرکزی و R مد راست دارند.  $|\alpha_j|$  و  $\varphi_j$  به ترتیب دامنه و فاز مولفه‌های میدان الکتریکی کاواک، و  $\delta\alpha_j(t)$  و  $\delta\varphi_j(t)$  افت و خیزهای مربوط به این دو متغیر و  $\delta D_0$  افت و خیز مربوط به وارونی جمعیت ایستای اتم و  $\Delta$  جدایی فرکانسی بین مدهای طولی کاواک است. دینامیک لیزر برای سه مد طولی با معادلات حرکت ماکسول - بلوخ به شکل زیر توصیف می‌شود [۱۵ و ۱۶]:

$$\alpha_j + (\gamma_j + i\omega_j) \alpha_j = \left( \frac{g^2}{\gamma_\perp} \alpha(t) D(t) \right)_{jih} + \Gamma_{\alpha j} \quad (3)$$

$$\gamma_\parallel D(t) = \gamma_\parallel D_p - \frac{2g^2}{\gamma_\perp} |\alpha(t)|^2 D(t) \quad (4)$$

به طوری که  $\gamma_\parallel$  و  $\gamma_\perp$  به ترتیب نرخ‌های میرایی متغیرهای وارونی جمعیت اتمی و گشتاور دوقطبی و  $\gamma_j$  نرخ میرایی آینه‌های کاواک برای مد j است که برای مد مرکزی برابر با  $\gamma_c$  و برای مدهای مجاور برابر با  $\gamma_c(1 + \varepsilon)$  است.  $\gamma_\parallel D_p$  نرخ کل پمپاژ و  $g$  ثابت جفت‌شدگی بین میدان الکتریکی کاواک و وارونی جمعیت اتمی است.  $a = \gamma_\parallel / \gamma_c$  و  $C' = \gamma_\parallel D_p / \gamma_\parallel D'_0$  نرخ پمپاژ نرمال‌شده در حالت نوسان سه مد است. کمیت نرمال‌شده وارونی جمعیت ایستای اتمی  $x = D'_0 / D_0$ ، ارتعاشات میانگین در وارونی جمعیت اتمی  $(D_1 + D_1^*) / D_0$  و تعداد متوسط فوتونهای نوسانی مدهای مرکزی، راست و چپ  $|\alpha_c|^2 / D_0$ ،  $|\alpha_r|^2 / D_0$  و  $|\alpha_L|^2 / D_0$  از حل معادلات ماکسول- بلوخ به دست می‌آید [۱۷]. در ادامه با قرار دادن جواب‌های فرضی (۱) و (۲) در معادلات (۳) و (۴) و با استفاده از روابط مربوط به

(۵) به صورت زیر محاسبه می شود [۱۸]:

$$N_i^{LN}(\omega) = 2\gamma_i \left( \frac{1}{2\pi} \int d\omega' \langle \delta\alpha_i(\omega) \delta\alpha_i^*(\omega') \rangle e^{i(\omega-\omega')t} \right) \\ = 2\gamma_i \left( |h_{ii}^{LN}(\omega)|^2 + \sum_{j \neq i} |h_{ij}^{LN}(\omega)|^2 \right) \quad (۶)$$

که در آن  $|h_{ii}^{LN}(\omega)|^2 = (1/4\pi\gamma_i |M(\omega)|^2) \times |D_{ii}'(\omega)|^2$  مؤلفه شار نویز  $i$  امین مد تولید شده توسط نیروی لائزوی  $\Gamma_{\alpha_i}$  است و  $|h_{ij}^{LN}(\omega)|^2 = (1/4\pi\gamma_j |M(\omega)|^2) |D_{ij}'(\omega)|^2$  مؤلفه شار نویز مدهای مجاور می باشد که توسط نیروی لائزوی  $\Gamma_{\alpha_i}$  تولید شده اند و  $D_{ij}'(\omega) = D_{ij} / \gamma_j$  در ادامه افتوخیز وارونی جمعیت اتمی  $\delta D_0'$  با جایگزینی  $\delta\alpha_L$ ،  $\delta\alpha_R$  و  $\delta\alpha_C$  از رابطه ی (۴) بدست می آید و از آنجا شار نویز گسیل به صورت زیر محاسبه می شود [۱۸]:

$$N_{total}^{spN}(\omega) = \frac{1}{2\sum_i \gamma_i |\alpha_i|^2} \left( \frac{1}{2\pi} \int d\omega' \left\{ \begin{aligned} &\langle [\gamma_{\parallel} \delta D_0'(\omega')] \rangle \\ & * \langle [\gamma_{\parallel} \delta D_0'^*(\omega)] \rangle e^{i(\omega-\omega')t} \end{aligned} \right\} \right) \quad (۷)$$

$$N_{total}^{spN}(\omega) = \sum_{i=L,C,R} |h_i^{spN}(\omega)|^2 \quad (۸)$$

که در آن

$$|h_c^{spN}(\omega)|^2 = \frac{a^2}{8\pi \frac{|\alpha_c|^4}{D_0^2} \left( 1 + \frac{(1-x)(1+\varepsilon)}{(1+\varepsilon-x)} \right) |M(\omega)|^2} \\ \times |b_1 D_{cc}'(\omega) + b_2 (D_{lc}'(\omega) + D_{Rc}'(\omega))|^2 \\ |h_L^{spN}(\omega)|^2 = |h_R^{spN}(\omega)|^2 \\ = \frac{a^2}{8\pi \frac{|\alpha_c|^4}{D_0^2} \left( 1 + \frac{(1-x)(1+\varepsilon)}{(1+\varepsilon-x)} \right) |M(\omega)|^2} \\ \times \left( \frac{1}{1+\varepsilon} \right) \times |b_1 D_{cl}'(\omega) + b_2 (D_{ll}'(\omega) + D_{Rl}'(\omega))|^2$$

با استفاده از قانون بقای شار:

$$\gamma_{\parallel} \delta D_p(\omega) = \gamma_{\parallel} \delta D_0'(\omega) + 4\gamma_C \left[ (1+\varepsilon) |\bar{\alpha}_L| \delta\alpha_L(\omega) \right. \\ \left. + |\bar{\alpha}_C| \delta\alpha_C(\omega) + (1+\varepsilon) |\bar{\alpha}_R| \delta\alpha_R(\omega) \right] \quad (۹)$$

قفل شدگی مدها، روابط مربوط به افتوخیز کمیتهای میدان الکتریکی و وارونی جمعیت اتمها معادلات حرکت مربوط به  $\delta\alpha_L(\omega)$ ،  $\delta\alpha_C(\omega)$  و  $\delta\alpha_R(\omega)$  در قلمرو فرکانس به دست می آید:

$$\begin{bmatrix} \delta\alpha_L(\omega) \\ \delta\alpha_C(\omega) \\ \delta\alpha_R(\omega) \end{bmatrix} = \frac{1}{2M(\omega)} \begin{bmatrix} D_{ll} & D_{lc} & D_{lR} \\ D_{cl} & D_{cc} & D_{cR} \\ D_{Rl} & D_{Rc} & D_{RR} \end{bmatrix} \\ \times \begin{bmatrix} \Gamma_{\alpha_L}(\omega + \omega_L) + \Gamma_{\alpha_L}^*(\omega + \omega_L) \\ \Gamma_{\alpha_C}(\omega + \omega_C) + \Gamma_{\alpha_C}^*(\omega + \omega_C) \\ \Gamma_{\alpha_R}(\omega + \omega_R) + \Gamma_{\alpha_R}^*(\omega + \omega_R) \end{bmatrix} \quad (۵)$$

$$D_{ll}(\omega) = D_{RR}(\omega) \\ = \gamma_l^{-1} \left\{ \frac{\frac{\omega}{\gamma_c} \frac{\omega}{\gamma_c(1+\varepsilon)} - i \left( C_{lc} \frac{\omega}{\gamma_c(1+\varepsilon)} + C_{2R} \frac{\omega}{\gamma_c} \right) + C_{ll} C_{2c} - C_{lc} C_{2R}}{\left( C_{2R} - C_{2l} + i \frac{\omega}{\gamma_c(1+\varepsilon)} \right)} \right\}$$

$$D_{cc}(\omega) = -\gamma_c^{-1} \left( C_{lc} + i \frac{\omega}{\gamma_c} \right) \left( C_{2R} + C_{2l} + i \frac{\omega}{\gamma_c(1+\varepsilon)} \right)$$

$$M(\omega) = \left( C_{lc} + i \frac{\omega}{\gamma_c} \right) \left( C_{2R} + C_{2l} + i \frac{\omega}{\gamma_c(1+\varepsilon)} \right) - 2C_{ll} + C_{2c}$$

$$C_{ll} = C_{lR} = \left\{ \left( \frac{D_1 + D_1^*}{2D_0} \right) + b_2 + \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \left( \frac{1-x}{1+\varepsilon-x} \right) \left( \frac{1}{2} \right) b_4 \right\}$$

$$C_{lc} = \left\{ x - 1 + b_1 + \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \left( \frac{1-x}{1+\varepsilon-x} \right) \left( \frac{1}{2} \right) b_3 \right\}$$

$$C_{2l} = C_{3R} = \frac{0.5}{1+\varepsilon} \left\{ \sqrt{2} \left( \frac{1-x}{1+\varepsilon-x} \right) \left( \frac{1}{2} \right) b_2 + b_4 \right\}$$

$$C_{2c} = C_{3c} = \frac{0.5}{1+\varepsilon} \left\{ \left( \frac{D_1 + D_1^*}{D_0} \right) + \sqrt{2} \left( \frac{1-x}{1+\varepsilon-x} \right) \left( \frac{1}{2} \right) b_1 \right\} \\ + b_3$$

$$C_{3l} = C_{2R} = \left\{ \left( \frac{x}{1+\varepsilon} - 1 \right) + \frac{0.5}{1+\varepsilon} \left[ \sqrt{2} \left( \frac{1-x}{1+\varepsilon-x} \right) \left( \frac{1}{2} \right) \right] \times b_2 + b_4 \right\}$$

## ۲- شارهای نویز لیزر و گسیل خودبخود و

### پمپاژ لیزر

در ادامه با داشتن کمیت مربوط به متغیر افتوخیزکننده ی میدان الکتریکی کاواک،  $\delta\alpha_i(\omega)$ ، شار نویز لیزر مربوط به مد  $i$ ام ( $N_i^{LN}$ ) با استفاده از رابطه ی

با استفاده از روابط (۶)، (۷) و (۱۰) پس از یکسری محاسبات حجیم، رابطه‌ی پایستگی شار نویز به صورت زیر به دست می‌آید:

$$N_{total}^{PN}(\omega) = P_{total}^{SPN} N_{total}^{SPN}(\omega) + P_C^{LN} N_C^{LN}(\omega) + P_R^{LN} N_R^{LN}(\omega) + P_L^{LN} N_L^{LN}(\omega) \quad (12)$$

طبق رابطه بالا، شار نویز ورودی سیستم پمپاژ بین شار نویز تابش خودبخودی و شار نویز تابش القایی سه مد نوسانی لیزر توزیع شده است. مطابق انتظار به ازای که  $\varepsilon = 0$  که معادل برابر بودن سه آهنگ میرایی مربوط به مد مرکزی و چپ و راست می باشد رابطه (۱۲) به رابطه بدست آمده در مرجع [۱۰] (رابطه ۳۱) تبدیل می شود که نشاندهنده صحت رابطه بدست آمده است.

#### ۴- مرجع‌ها

- [1] T. Naseri, R. Sadighi-Bonabi, J. Opt. Soc. Am. B 32, 76 (2015).
- [2] N. Goto, Y. Miyazaki, Appl. Opt. 53, 3379 (2014).
- [3] R. Paschotta, Opt. Express 18, 5041 (2010).
- [4] A. Fiasconaro, S. Boccaletti, Phys. Rev. E 80, 041110 (2009).
- [5] H. Oike, A. Kikkawa, N. Kanazawa, Y. Taguchi, M. Kawasaki, Y. Tokura, and F. Kagawa, Nature Physics 12, 62–66 (2016).
- [6] W.H. Louisell, *Quantum Statistical Properties of Radiation* (Wiley, New York, 1973).
- [7] M. Harris, R. Loudon, T.J. Shepherd, J.M. Vaughan, Opt. Commun. 91, 383 (1992).
- [8] M.O. Scully, M.S. Zubairy, *Quantum Optics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1997).
- [9] J. Jahanpanah, A. Soleimani, F. Shavandi, IEEE J. Quantum Electron. 48, 1237 (2012).
- [10] E. Khalilzadeh, J. Jahanpanah, Appl. Phys. B 122, 67 (2016).
- [11] A. Soleimani, J. Jahanpanah, Opt. Commun. 332, 264 (2014).
- [12] C.A. Slotz, D. Labukhin, N. Zakhleniuk, R. Loudon, M.J. Adams, Opt. Commun. 282, 2074 (2009).
- [13] J. Jahanpanah, A.A. Rahdar, Opt. Laser Technol. 44, 2135 (2012).
- [14] I.P. Kononov, Laser Phys. 12, 520 (2002).
- [15] J.D. Ellis, K. Joo, E.S. Buice, J. Spronck, Opt. Express 18, 1373 (2010).
- [16] J. Jahanpanah, H.R. Eslami, Opt. Commun. 293, 102 (2013).
- [17] J. Jahanpanah, A.A. Rahdar, Laser Phys. 24, 025001 (2014).
- [18] K.J. Blow, R. Loudon, S.J.D. Phoenix, Phys. Rev. A 42, 4102 (1990).

شار نویز پمپاژ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$N_{total}^{pN}(\omega) = \frac{1}{2 \sum_j \gamma_j |\alpha_j|^2} \left( \frac{1}{2\pi} \int d\omega' \langle [\gamma_{\parallel} \delta D_p(\omega)] \rangle \right) \left( \frac{1}{2\pi} \int d\omega' \langle [\gamma_{\parallel} \delta D_p^*(\omega')] \rangle e^{i(\omega-\omega')t} \right) \quad (10)$$

$$= \sum_{i=L,C,R} |h_i^{pN}(\omega)|^2$$

$$|h_i^{pN}(\omega)|^2 = |h_R^{pN}(\omega)|^2 = \frac{1}{8\pi |M(\omega)|^2 \left( 1 + \frac{(1-x)(1+\varepsilon)}{(1+\varepsilon-x)} \right)} \times \left( \frac{1}{1+\varepsilon} \right) |b_1' D_{cl}'(\omega) + b_2' (D_{ll}'(\omega) + D_{rl}'(\omega))|^2$$

$$|h_c^{pN}(\omega)|^2 = \frac{1}{8\pi |M(\omega)|^2 \left( 1 + \frac{(1-x)(1+\varepsilon)}{(1+\varepsilon-x)} \right)} \times |b_1' D_{cc}'(\omega) + b_2' (D_{lc}'(\omega) + D_{rc}'(\omega))|^2$$

#### ۳- رابطه پایستگی شارهای نویز

رابطه‌ی پایستگی (۱۸) با ضرب در مزدوج مختلطش تبدیل به رابطه‌ی پایستگی برای شار نویز پمپاژ، شار نویز تابش خودبخودی و شار نویز لیزر مربوط به هر کدام از مدها، می‌شود.

$$\left\langle \left[ \gamma_{\parallel} \delta D_p^*(\omega) \right] \left[ \gamma_{\parallel} \delta D_p(\omega') \right] \right\rangle = \left\langle \left[ \gamma_{\parallel} \delta D_0^*(\omega) \right] \left[ \gamma_{\parallel} \delta D_0'(\omega') \right] \right\rangle$$

$$+ 16\gamma_c^2 |\alpha_c|^2 \langle \delta \alpha_c^*(\omega) \delta \alpha_c(\omega') \rangle$$

$$+ 16\gamma_c^2 (1+\varepsilon) |\alpha_R|^2 \langle \delta \alpha_R^*(\omega) \delta \alpha_R(\omega') \rangle$$

$$+ 16\gamma_c^2 (1+\varepsilon) |\alpha_L|^2 \langle \delta \alpha_L^*(\omega) \delta \alpha_L(\omega') \rangle$$

$$+ 4\gamma_i \gamma_c |\alpha_c|^2 \langle \delta D_0^*(\omega) \delta \alpha_c(\omega') \rangle$$

$$+ \langle \delta \alpha_c^*(\omega) \delta D_0'(\omega') \rangle + 4\gamma_i \gamma_c (1+\varepsilon) |\alpha_R| \langle \delta D_0^*(\omega) \delta \alpha_R(\omega') \rangle + \langle \delta \alpha_R^*(\omega) \delta D_0'(\omega') \rangle$$

$$+ 4\gamma_i \gamma_c (1+\varepsilon) |\alpha_L| \langle \delta D_0^*(\omega) \delta \alpha_L(\omega') \rangle + \langle \delta \alpha_L^*(\omega) \delta D_0'(\omega') \rangle + 16\gamma_c^2 (1+\varepsilon) |\alpha_c| |\alpha_R| \langle \delta \alpha_c^*(\omega) \delta \alpha_R(\omega') \rangle + \langle \delta \alpha_R^*(\omega) \delta \alpha_c(\omega') \rangle$$

$$+ 16\gamma_c^2 (1+\varepsilon) |\alpha_c| |\alpha_L| \langle \delta \alpha_c^*(\omega) \delta \alpha_L(\omega') \rangle + \langle \delta \alpha_L^*(\omega) \delta \alpha_c(\omega') \rangle + 16\gamma_c^2 (1+\varepsilon)^2 |\alpha_R| |\alpha_L| \langle \delta \alpha_R^*(\omega) \delta \alpha_L(\omega') \rangle + \langle \delta \alpha_L^*(\omega) \delta \alpha_R(\omega') \rangle$$

(۱۱)