بیست و پنجمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و یازدهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه شیراز،
شیراز، ایران.
۹-۱۱ بهمن ۱۳۹۷

حل دقیق معادله‌ی انتقال شدت با کمک حسگر جبهه‌ی موج هارتمن روی تراشه

مهدی سودی، احمد درودی و پیمان سلطانی

mahdi_soudi@znu.ac.ir

گروه فیزیک دانشگاه زنجان

استفاده از حل معادله انتقال شدت (TIE) یک روش ساده، غیر تداخل سنجی و با توان تفکیک فضایی بالا برای اندازه‌گیری فاز جبهه‌ی موج است. در شرایطی که نمی‌توان از روش‌های تداخل سنجی به دلیل همدوسی کم چشمه‌ی نور و یا وجود ارتعاش در سیستم اپتیکی برای اندازه‌گیری جبهه‌ی موج استفاده کرد، می‌توان از این روش بهره برد. تا کنون محاسبه‌ی فاز به روش حل معادله‌ی انتقال شدت به دلیل وابستگی آن به مقدار فاصله‌ی دو صفحه‌ی ثبت شدت از هم (Δz)، همواره با خطا همراه بوده است. بنابراین تعیین مقدار بهینه برای Δz برای حل دقیق معادله‌ی انتقال شدت ضروری است. از این رو در این مقاله قصد داریم با تلفیق روش TIE با روش شاک هارتمن مقدار مناسب برای Δz ارائه دهیم.

کلید واژه- توان تفکیک فضایی، حسگر شاک- هارتمن، معادله انتقال شدت.

Accurate solution of the transport of intensity equation by the Hartmann wavefront sensor

Mahdi Soudi, Ahmad Darudi and Peyman Soltani
Physics Department, University of Zanjan

The TIE is a simple, Non-Interferometric method with high spatial resolution to measure the phase of the wavefront. In situations that interferometry methods can not be used TIE can be applied such as: low-coherency of light source or the presence of vibration in the optical system for measuring the wavefront. The accuracy of the reconstructed wavefront by the TIE depends on amount of Δz. In this paper, we intend to find optimum Δz by merging the TIE and the Shack-Hartmann method.

Keywords: high spatial resolution, Shack-Hartman wavefront sensor, Transport of Intensity Equation, TIE

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

۱.مقدمه

اندازه‌گیری جبهه‌ی موج امروزه به دلیل اهمیت آن در زمینه‌های مختلف به خصوص آزمون سطوح اپتیکی مورد توجه بسیاری قرار گرفته است. برای اندازه‌گیری جبهه‌ی‌موج روش‌های مختلفی وجود دارد که عبارت‌اند از: روش‌های تداخل سنجی و حسگر جبهه‌ی موج هارتمن. اما در شرایطی خاص مثل همدوسی کم چشمه‌ی نور یا وجود ارتعاش در سیستم اپتیکی، نمی‌توان از روش‌های تداخل سنجی استفاده کرد. بنابراین ضرورت وجود جایگزینی مناسب با توان تفکیک بالا برای روش‌های تداخل سنجی برای شرایطی که نمی‌توان از این روش ها استفاده کرد، پیداست. از جمله روش‌هایی که می‌توان به عنوان جایگزین از آن‌ها استفاده کرد، روش حل معادله‌ی انتقال شدت است. بازسازی فاز با استفاده از روش معادله انتقال شدت اولین بار توسط تیگو و استریبل ارائه شده و رودایر طراحی تجربی از بازسازی فاز بر اساس این معادله را گزارش داده است [۱]. در چند سال اخیر روش‌های متفاوتی برای حل معادله‌ی انتقال شدت مثل روش‌های محاسباتی بر پایه‌ی تابع گرین[3]، روش بسط چند جمله‌ای‌های زرنیکه[4,5]، ارائه شده است. همچنین می‌توان به روش‌هایی که در نتایج مطالعاتمان در دهه‌ی اخیر که عبارت‌اند: آزمون سطوح غیر کروی با استفاده از معادله‌ی انتقال شدت[6]، آزمون سطوح اپتیکی با استفاده از معادله‌ی انتقال شدت[7]، آزمون دقیق سطوح کروی با استفاده از معادله‌ی انتقال شدت[8]، به دست آمده، اشاره کرد. امروزه معادله انتقال شدت به صورت گسترده برای انجام عمل حسگری در نجوم، دید سنجی ، آزمون اپتیکی ابزارآلات، اندازه‌گیری پارامترهای اپتیکی مثل ضریب شکست و ... به کار برده می شود.

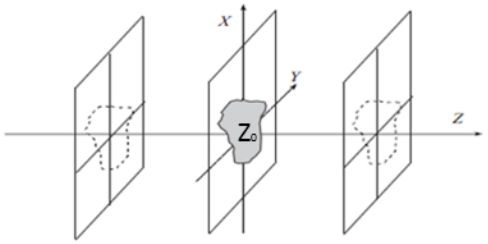
در این روش ابتدا شدت را در دو صفحه در فاصله‌ی Δz از هم ثبت می‌کنیم، سپس با استفاده از مشتق شدت ثبت شده فاز را محاسبه می‌کنیم. در طی این فرایند به دلیل اهمیت مقدار Δz در محاسبه‌ی مشتق شدت و همچنین به دلیل عدم وجود مقدار مناسبی برای Δz محاسبه‌ی دقیق فاز همواره با خطا همراه بوده است. بنابراین در صورتی که بتوان مقدار مناسبی برای Δz تعیین کرد می‌توان TIE را جایگزین مناسب برای روش‌های تداخل سنجی برای شرایطی که نمی‌توان از این روش‌ها استفاده کرد، دانست. حسگر هارتمن که در سال ۱۹۰۰ توسط هارتمن برای آزمون عدسی های نازک ابداع گردید، از آرایه‌ای از روزنه‌ها برای اندازه گیری جبهه موج استفاده می کرد، سپس شیک و پلات در سال ۱۹۷۱ به جای آرایه‌ی روزنه ها از آرایه‌ی عدسی‌های ریز استفاده کردند [۲]. مهمترین مزیت هارتمن نسبت به روش‌های تداخل سنجی این است که از شیب جبهه‌موج به جای اختلاف راه‌نوری (OPD) در اندازه‌گیری جبهه‌موج استفاده می‌کند، از این رو دقت این روش بالاست اما در مقابل توان تفکیک فضایی آن کم است. امروزه از این حسگر برای آزمون قطعات و سطوح اپتیکی، تنظیم چیدمان‌های آزمایشگاهی و به طور عمده در اپتیک تطبیقی استفاده می شود [۲]. بنابر مطالبی که گفته شد روش حل معادله‌ی انتقال شدت به دلیل عدم وجود مقدار مناسب برای Δz با خطا همراه است. از این رو در این مقاله قصد داریم از حسگر جبهه‌ی هارتمن استفاده کنیم تا بتوانیم مقدار مناسبی برای Δz پیش بینی کنیم.

۲. بازسازی جبهه‌ی موج به روش معادله‌ی انتقال شدت

مفهوم ساده‌ای که تیگو برای اولین بار برای اندازه‌گیری به روش TIE ارائه کرده است بر پایه تغییرات شدت در انتشار موج اپتیکی است . بنا به پراش فرنل تغییرات شدت در جهت انتشار جبهه موج با شدت فضایی و فاز جبهه موج مرتبط است . در روش TIE با استفاده از اندازه‌گیری تغییرات شدت موج اپتیکی در دو صفحه عمود بر جهت انتشار(شکل ۱)، به‌وسیله حل معادله دیفرانسیل زیر:

$$\nabla^2\varphi = -\left(\frac{k}{I}\right)\frac{\partial I}{\partial z}.$$

به بازسازی فاز پرداخته می شود. از این روش معمولاً زمانی که نیاز به توان تفکیک فضایی بالایی است، استفاده می‌شود [۹].



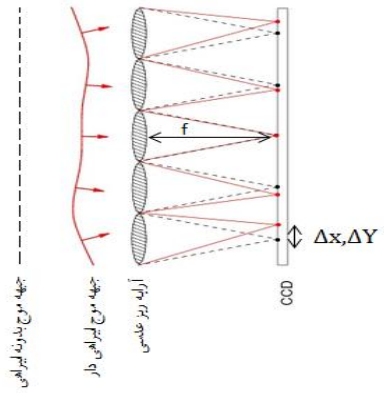
شکل۱- صفحات ثبت شدت موج برای بازسازی فاز

مهمترین پارامتر در معادله‌ی انتقال شدت فاصله‌ی بین صفحات ثبت شدت موج است . دقت باز سازی فاز با استفاده از روش TIE به طور عمده بستگی به دقت تقریب فاصله بین دو تصویر شدتی (Δz) دارد.

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

۳.حسگر شاک هارتمن

حسگر شاک-هارتمن ترکیب یک آرایه ریزعدسی با آشکارسازی مانند CCD است. آرایه ریزعدسی مجموعه‌ای از عدسی‌های محدب است که دارای قطر و فاصله کانونی کوچک می‌باشند و CCD دقیقا در صفحه کانونی آرایه ریزعدسی قرار دارد. روش کلی عمل حسگر شاک-هارتمن در شکل ۲ نشان داده شده است.

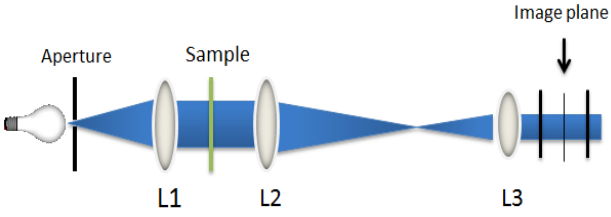


شکل۲ - طرح واره حسگر شاک-هارتمن

لازم به ذکر است برای اندازه‌گیری جبهه‌ی موج به روش هارتمن، از حسگر جبهه‌ی موج هارتمن روی تراشه، (HWS-AP20) ساخت شرکت دانش بنیان پرتو افزار صنعت که از یک عنصر پراشی که بر روی تراشه‌ی دوربین لایه نشانی شده است، استفاده می‌کنیم. عنصر پراشی کاری مشابه با آرایه‌ی ریز عدسی انجام می‌دهد.

۴.چیدمان آزمایش و نتایج تجربی

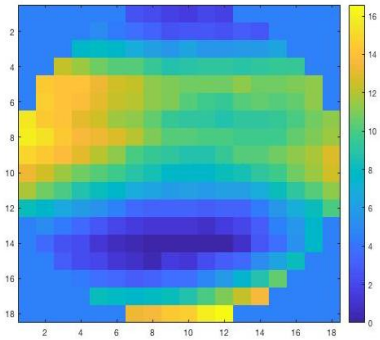
به منظور اندازه‌گیری ابیراهی جبهه‌ی موج عبوری از نمونه از چیدمان آزمایشگاهی زیر استفاده می‌کنیم.



شکل ۳- طرح واره چیدمان تجربی

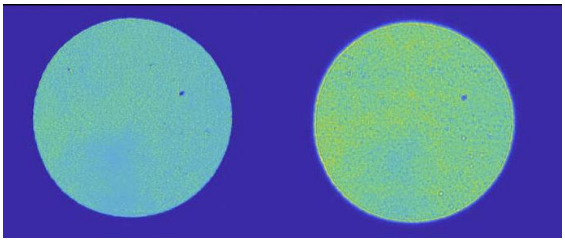
در شکل ۳ چیدمان تجربی نشان داده شده است. در این چیدمان از یک منبع LED با طول موج 550 نانومتر به عنوان منبع نور استفاده کرده‌ایم. پرتو نور LED پس از عبور از یک روزنه توسط عدسی L1 موازی شده و از سطح نمونه عبور می کند. نمونه‌ای که از آن برای انجام این آزمایش استفاده کرده‌ایم، یک تیغه‌ی شیشه‌ای به ضخامت ۳ میلی‌متر و ضریب شکست ۱,۵ است. تصویر جبهه موج عبوری از نمونه توسط عدسی های L2 و L3 در صفحه z_0 تشکیل می‌شود.

در بازسازی فاز به روش هارتمن، حسگر جبهه‌ی موج در صفحه‌ی تصویر (z_0) قرار داده می‌شود. در چیدمان حسگر هارتمن ابتدا باید لکه‌های مرجع‌ها ثبت می‌شود و سپس با قرار دادان نمونه مقدار جابجایی لکه ها محاسبه می‌شود و در نتیجه‌ی آن فاز باز سازی شود. سپس از روش TIE برای باز سازی فاز جبهه‌ی موج استفاده می‌کنیم . برای این منظور از یک CCD که دارای 1280×960 پیکسل است که بروی یک میکرومتر نصب شده است و می‌توان آن را با دقت ۰,۰۱ میلیمتر بر روی محور اپتیکی جابه‌جا کرد، استفاده می‌کنیم.



شکل ۴- نمایه فازی سطح نمونه که با استفاده از روش حسگری هارتمن روی تراشه بدست آمده.

با تغییر مکان CCD در امتداد محور اپتیکی می‌توان تصاویر شدتی مورد نیاز برای حل معادله انتقال شدت را در فواصل مختلف در دو طرف محل صفحه تصویر ثبت کرد و از حل معادله انتقال شدت توزیع فاز سطح نمونه را محاسبه کرد. شکل ۵ تصاویر شدتی است که در فاصله 3 میلیمتر در دو سمت صفحه تصویر گرفته شده است .



شکل ۵- تصاویر شدتی از سطح نمونه در دو سمت صفحه تصویر

با استفاده از این توزیع‌های شدت می‌توان تابع سیگنال را تشکیل داد :

$$S = \frac{2k}{\Delta z}\,\frac{I\left(x,y,z_0+\frac{\Delta z}{2}\right)-I\left(x,y,z_0-\frac{\Delta z}{2}\right)}{I\left(x,y,z_0+\frac{\Delta z}{2}\right)+I\left(x,y,z_0-\frac{\Delta z}{2}\right)}$$

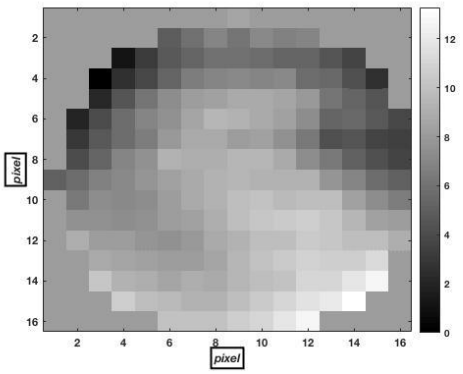
معروف ترین روشی که برای حل معادله‌ی انتقال شدت از آن

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

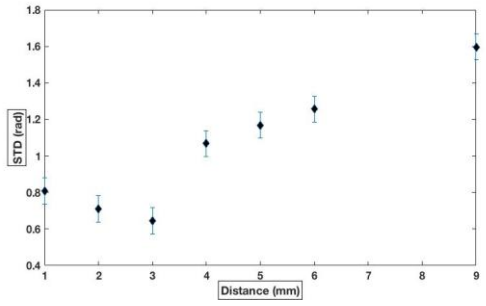
استفاده می‌شود روشی است که توسط رودایر و همکارانش ارائه شده و بر پایه روش تکرار فوریه است. برای محاسبه فاز از لاپلاسین فاز با استفاده از فوریه به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\varphi = IFT\{\frac{1}{q_x^2+q_y^2}[FT(S)]\}$$

که FT و IFT به ترتیب تبدیل فوریه دو بعدی تابع سیگنال و معکوس فوریه دو بعدی است. q_x, q_y نیز فرکانس‌های فوریه در دو بعد هستند. بعد از بازسازی فاز به روش TIE ، تعداد درایه‌های فاز بازسازی شده را به روش دورن یابی به تعداد درایه‌های فاز بازسازی شده توسط حسگر جبهه‌ی موج هارتمن کاهش می‌دهیم. سپس اختلاف فازهای بازسازی شده توسط دو روش را یک به یک تعیین می‌کنیم(شکل ۶) و با محاسبه انحراف معیار (standard deviation) برای هر کدام و رسم نمودار ، مقدار بهینه‌ی فاصله‌ی دو صفحه‌ی ثبت شدت (Δz) به دست می‌آید.

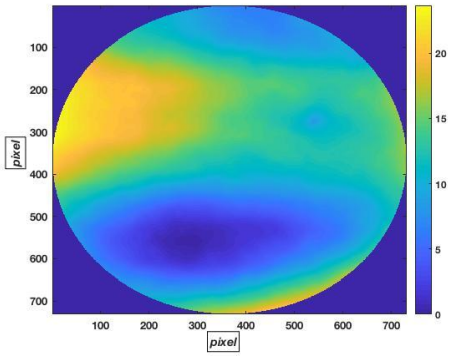


شکل۶- اختلاف فاز باز سازی شده به روش حل معادله‌ی انتقال شدت در فاصله‌ی انتشار ۳ میلی‌متر و هارتمن



شکل ۷- نمودار فاصله‌ی (Δz) دو صفحه‌ی ثبت تصویر شدت بر حسب انحراف معیار

با توجه به نتیجه شکل.۷، فاصله‌ی بهینه‌ی برای دو صفحه‌ی ثبت تصویر شدت 3 میلیمتر خواهد بود که فاز باز سازی شده در این فاصله در شکل ۸ نشان داده شده است. برای گزارش دقت، در روش حل معادله‌ی انتقال شدت برای چند بار متوالی در یک فاصله انتشار معین توزیع شدت را ثبت می‌کنیم و بعد از باز سازی فاز انحراف معیار را محاسبه کرده و دقت را گزارش می‌کنیم. برای گزارش دقت برای روش حسگر جبهه‌ی موج هارتمن، ابتدا یک فاز را بازسازی می‌کنیم و آن را به عنوان مرجع قرار می‌دهیم سپس در فواصل زمانی مختلف به بازسازی فاز پرداخته و بعد از محاسبه‌ی انحراف معیار دقت را گزارش می‌کنیم.



شکل ۸- نمایه فازی سطح نمونه که با استفاده از حل معادله انتقال شدت با دقت ± 0.14 رادیان به دست آمده.

نتیجه‌گیری

مقایسه شکل.۸ و شکل.۴ نشان می‌دهد فاز بازسازی شده توسط روش حل معادله‌ی انتقال شدت دارای رزولوشن بالاتری نسبت به هارتمن و دقت نسبتا خوب حدود ± 0.14 رادیان است. با توجه به محاسبات انجام شده دقت بدست آمده برای هارتمن درحدود ± 0.045 است. بنابراین با این روش می‌توان مقدار مناسبی برای Δz به منظور حل معادله‌ی انتقال شدت پیش‌بینی کرد.

مرجع‌ها

[1] M. R. Teague, "Irradiance moments: their propagation and use for unique retrieval of phase", J. Opt. Soc. Am. 72, 1199- 1209, (1982).

[2] D. Malacara," *optical shop testing*", Wiley-Interscience A John Wiley & Sons, Inc., Publication, (2007).

[3] M. R. Teague, "Deterministic phase retrieval: a Green's function solution," J. Opt. Soc. Am. 73, 1434–1441 (1983).

[4] T. E. Gureyev, A. Roberts, and K. A. Nugent, "Phase retrieval with the transport-of-intensity equation: matrix solution with use of Zernike polynomials," J. Opt. Soc. Am. 12, 1932–1941 (1995).

[5] S. V. Pinhasi, R. Alimi, L. Perelmutter, and S. Eliezer, "Topography retrieval using different solutions of the transport intensity equation," J. Opt. Soc. Am. A 27, 2285–2292 (2010).

[6] شمالی، رامین؛ احمد درودی؛ سعدالله نصیری قیداری و امیر اصغر شرقی بناب، ۱۳۹۰، آزمون سطوح غیر کروی با معادله‌ی انتقال شدت ، دومین همایش ملی مهندسی اپتیک و لیزر ایران، اصفهان، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

[7] A. Darudi, J. Amiri, P. Soltani and G. Nehmetallah "Experimental Verification of Reconstruction of Two Interfering Wavefronts Using the Transport of Intensity Equation" Proc. of SPIE Vol. 9489 948904-1(2015)

[8] P. Soltani, A. Darudi, G. Nehmetallah and J. Amiri "Accurate testing of aspheric surfaces using the transport of intensity equation by properly selecting the defocusing distance" applied optics, Vol. 55, No. 35 (2016)

[9] C. Dorrer and J. D. Zuegel., *"Optical testing using the transport-of-intensity equation"*, J. Opt. Soc. Am., Vol. 15, No. 12, (2007).

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.