



بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران  
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران  
۸ تا ۱۰ بهمن ماه ۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز



## جایگزیدگی اندرسون در ساختارهای لایه ای کاتوره ای متشکل از متامواد

عبدالرحمن نامدار، سیاوش بستان و رعنا فیض الهی عنصرودی

دانشکده فیزیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

چکیده - در این مقاله اثر جایگزیدگی اندرسون را در ساختارهای لایه ای شامل متاماده پاشنده با مشخصه های فیزیکی (ضخامت، گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی) کاتوره ای مطالعه می کنیم. ملاحظه می شود که طول جایگزیدگی در این ساختار در غیاب جذب افزایش می یابد، اما در فرکانسی معینی کاهش قابل توجهی در طول تراگسیل مشاهده می شود که منجر به توقف جایگزیدگی اندرسون می شود. همین جایگزیدگی در مورد تابش عمود، مستقل از قطبش بوده و در مورد تابش مایل، تفاوت در گستره ی معینی از فرکانس ظاهر می شود.

کلید واژه - جایگزیدگی اندرسون، جذب، قطبش.

## Anderson localization in random layered structures composed of metamaterials

Abdolrahman Namdar, Siavash Bostan, and Rana Feizollahi Onsoroudi

Faculty of physics, university of Tabriz, Tabriz, Iran

Abstract- In this paper we investigate the Anderson localization in layered structures composed of dispersive metamaterials with random physical parameters (thickness, electric permittivity and magnetic permeability). It has been shown that the localization length increases in the absence of absorption, and in special frequency there is a considerable decrease in transmission length that leads to suppression of Anderson localization. This localization in the normal incidence is independent of polarization, and for oblique incidence difference appears in special range of frequencies.

Keywords: absorption, Anderson localization, polarization.

## ۱- مقدمه

بصورت تابعی از فرکانس  $f$  توسط مدل نوسانی لورنتز بصورت زیر توصیف می شود:

$$\varepsilon(f) = 1 - \frac{f_{ep}^2 - f_{em}^2}{f^2 - f_e^2 + i\gamma f} \quad (۱)$$

$$\mu(f) = 1 - \frac{f_{mp}^2 - f_m^2}{f^2 - f_m^2 + i\gamma f} \quad (۲)$$

در اینجا  $f_e$  و  $f_m$  فرکانس های تشدید هستند و  $\gamma$  پارامتر جذب می باشد. در این مدل بی نظمی خودش را در کاتوره ای بودن فرکانس های تشدید و ضخامت نمایان می کند. بنابراین:

$$f_e = \bar{f}_e(1 + \delta_e) \quad (۳)$$

$$f_m = \bar{f}_m(1 + \delta_m) \quad (۴)$$

$$d = 0.003 + \delta_d \quad (۵)$$

که در اینجا  $\bar{f}_{e,m} = \langle f_{e,m} \rangle$  مقدار میانگین فرکانس های تشدید هستند (براکت زاویه ای بیانگر میانگین آنسامبلی می باشد) و  $\delta_{e,m,d}$  مقادیر کاتوره ای مستقلی هستند که بطور یکنواخت در محدوده  $[-Q_{e,m,d} + Q_{e,m,d}]$  توزیع شده اند، و فرکانس های  $f_{ep}$  و  $f_{mp}$ ، کاتوره ای نیستند.

بنابراین در محیط غیر اتلافی ( $\gamma=0$ )، هردوی گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی با مقدار میانگین خود جایگزین می شوند:  $\bar{\varepsilon}(f) = \langle \varepsilon(f) \rangle$  و  $\bar{\mu}(f) = \langle \mu(f) \rangle$  در فرکانسهای  $f = f_{ep}$  و  $f = f_{mp}$  به ترتیب  $\varepsilon(f_{ep}) = \bar{\varepsilon}(f_{ep}) = 0$  و  $\mu(f_{mp}) = \bar{\mu}(f_{mp}) = 0$  در این مقاله ما فرض کرده ایم که:

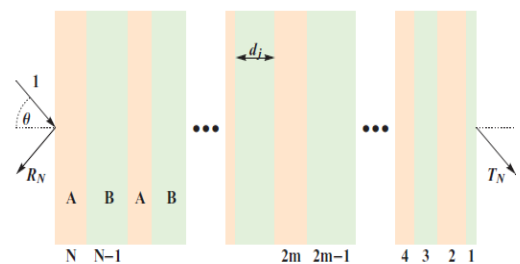
$f_{mp} = 10.95 \text{ GHz}$  و  $f_{mo} = \bar{f}_m = 10.05 \text{ GHz}$  و  $f_{eo} = \bar{f}_e = 10.3 \text{ GHz}$  و  $f_{ep} = 12.8 \text{ GHz}$  و  $\gamma = 10 \text{ MHz}$  این مقادیر از داده های تجربی مراجع [۴،۳] انتخاب گردیده اند.

حداکثر محدوده ی توزیع پارامترهای کاتوره ای  $\delta_{e,m}$  بصورت  $Q_{e,m} \leq 2 \times 10^{-3}$  و  $\delta_d$  بصورت  $Q_d \leq 2 \times 10^{-1}$  می باشد.

یکی از مهمترین اثرات تداخلی در کوانتوم جایگزیدگی الکترونها در محیط بی نظم است. این اثر اولین بار توسط اندرسون در سال ۱۹۵۸ کشف شد [۱]. جایگزیدگی اندرسون یکی از پدیده های اساسی در فیزیک سیستم های نامنظم می باشد، به طوری که مطالعه جایگزیدگی نور در ساختارهای کاتوره ای موضوع داغ چند دهه اخیر را تشکیل می دهد. از طرفی ظهور متاماده به عنوان نوع جدید از ماده اپتیکی مصنوعی با ضریب شکست منفی زمینه های پژوهشی متنوعی را فراهم نموده است. با توجه به اینکه متاماده های قابل دسترس همگی ساخته دست بشر می باشند، معمولاً دارای نقص و عیب فناوری و بی نظمی در مشخصه های فیزیکی خود هستند [۲]. پیش از این به بررسی جایگزیدگی اندرسون در ساختارهایی تنها با گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی همزمان کاتوره ای پرداخته شده است.

## ۲- مدل نظری

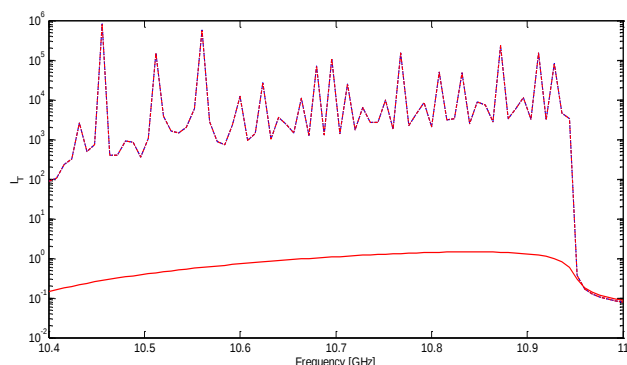
یک ساختار  $N$  لایه ای یک بعدی با مشخصه های فیزیکی کاتوره ای را در نظر می گیریم. این ساختار می تواند شامل  $N$  لایه راستگرد (ماده ی معمولی) یا چپگرد (متاماده) یا مخلوطی از ایندو با لایه های متناوب از راستگرد و چپگرد باشد، مانند شکل (۱). که ما در این مقاله ساختاری متشکل از لایه های چپگرد (متاماده) را انتخاب کردیم.



شکل ۱: نمایش هندسی ساختار لایه ای

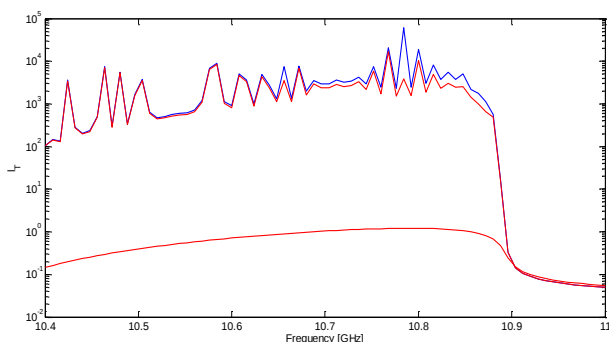
تمامی لایه ها دارای مقادیر کاتوره ای در پارامترهای ضخامت، گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی هستند. گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی لایه های متاماده

فرکانسها طول تراگسیل تا حد زیادی مستقل از قطبش است. بنابراین در تابش عمود هردو منحنی بر هم منطبق می شوند.



شکل ۲: طول تراگسیل  $l_T$  بر حسب فرکانس  $f$  در تابش عمود ( $\theta_a = 0^\circ$ ) برای یک ساختار لایه ای شامل متماده بدون جذب (منحنی بالایی) و در حضور جذب (منحنی پایینی).

در این مرحله بستگی طول تراگسیل به زاویه تابش را مطالعه می کنیم. در شکل (۳) طیف فرکانسی طول تراگسیل را برای یک ساختار متماده همگن با زاویه تابش  $\theta_a = 30^\circ$  نمایش می دهیم. برای فرکانس های  $f < 10.65 \text{ GHz}$ ، طول تراگسیل تا حد زیادی مستقل از قطبش است.



شکل ۳: طول تراگسیل  $l_T$  بر حسب فرکانس  $f$  در حالت  $\theta_a = 30^\circ$  برای یک ساختار متماده، بدون حضور جذب و با قطبش  $p$  (منحنی آبی رنگ) و با قطبش  $s$  (منحنی قرمز رنگ) و در حضور جذب (منحنی پایینی).

مقایسه ی شکل (۲) و (۳) نشان می دهد که با افزایش زاویه ی تابش، فرکانسی که در آن توقف جایگزیدگی

ما مطالعه ی خود را در محدوده ی فرکانسی  $10.40 \text{ GHz} < f < 11.00 \text{ GHz}$  متمرکز می کنیم که در این بازه ی فرکانسی هر دو لایه ی  $A$  و  $B$  دارای گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی منفی هستند و به بررسی تراگسیل یک موج تخت فرودی بر یک ساختار لایه ای کاتوره ای می پردازیم، موج تخت می تواند دارای قطبش  $s$  یا  $p$  باشد. برای محاسبه ی طول تراگسیل نیاز به محاسبه ضریب تراگسیل  $T_n$  (برای جزئیات مرجع [۵] را مشاهده نمایید) یک ساختار  $N$  لایه ای برای یک موج فرودی تخت با قطبش و زاویه تابش مشخص داریم. طول جایگزیدگی اندرسون به عنوان معیاری برای مطالعه جایگزیدگی به صورت زیر تعریف می شود [۵،۶]:

$$\frac{1}{l} = -\text{Re} < \ln t_n > - \text{Re} \frac{< r_n >^2}{1 - < t_n^2 >} \quad (6)$$

به طوری که مطالعات ما نشان می دهد که جایگزیدگی می تواند در بعضی زوایای تابش یا در یک فرکانس خاص یا حتی در یک محدوده ی فرکانسی متوقف شود.

### ۳- نتایج محاسبات

ابتدا تابش عمود بر یک ساختار لایه ای شامل  $N=10^2$  لایه را در نظر می گیریم، شکل (۲) طول تراگسیل  $l_T$  را به صورت تابعی از فرکانس  $f$  نمایش می دهد. دو منحنی منطبق برهم نظیر قطبشهای  $p$  و  $s$  نشانگر تغییرات طول تراگسیل در غیاب جذب می باشد و بیانگر مستقل از قطبش بودن جایگزیدگی است. درحالی که منحنی پایینی تأثیرات جذب را نشان می دهد. منحنی بالایی معرف طول جایگزیدگی برای همه ی فرکانس ها می باشد، بجز فرکانس های در محدوده ی  $f = 10.95 \text{ GHz}$  که طول تراگسیل بطور قابل توجهی کاهش می یابد، و توقف جایگزیدگی اتفاق می افتد [۷]. در غیاب جذب، برای فرکانس های  $f > 10.59 \text{ GHz}$  متماده از دو منفی به تک منفی تبدیل می شود، که در این حالت نتایج مشابه حالتی است که بی نظمی تنها در یکی از آن پارامترها باشد. در این شکل منحنی قرمز رنگ (منحنی بالایی) قطبش  $s$  را نمایش می دهد و منحنی آبی رنگ (منحنی بالایی) قطبش  $p$  را نمایش می دهد. برای تمامی

اتفاق می افتد کاهش می یابد و در فرکانس کوچکتری این توقف روی می دهد.

#### ۴- نتیجه گیری

تراگسیل و جایگزیدگی موج کلاسیکی در ساختارهای لایه ای یک بعدی شامل متاماده با احتساب بی نظمی در سه مشخصه فیزیکی ضخامت، گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی در حضور و غیاب جذب را مورد مطالعه قرار داده ایم. محاسبات عددی نشان می دهد که اثر جذب بر جایگزیدگی به صورت کاهش طول تراگسیل ظاهر می شود. جایگزیدگی در ساختار مورد مطالعه به ازای تابش عمودی در غیاب جذب مستقل از قطبش است، در صورتی که به ازای تابش مایل در یک محدوده ی فرکانسی مشخصی وابستگی به قطبش نمایان می شود. جایگزیدگی در حضور جذب برای هر دو مورد تابش عمودی و تابش مایل مستقل از قطبش است.

#### مراجع

- [1] Anderson, p. w., *absence of diffusion in certain random lattices*, *phys. Rev.*, Vol. 109, pp.1492-1505, 1958.
- [2] P. Marcos and C. M. Soukoulis, *Wave Propagation from Electrons to Photonic Crystals and Left-Handed Materials* (Princeton University Press, Princeton, 2008).
- [3] R. A. Shelby, D. R. Smith, and S. Schultz, *Science* **292**, 77 (2001)
- [4] D. R. Smith, *Phys. Rev. E* **81**, 036605 (2010).
- [5] A. A. Asatryan, S. A. Gredeskul, L. C. Botten, M. A. Byrne, V. D. Freilikher, I. V. Shadrivov, R. C. McPhedran, and Yu. S. Kivshar, *Phys. Rev. B* **81**, 075124 (2010)
- [6] A. A. Asatryan, L. C. Botten, M. A. Byrne, V. D. Freilikher, S. A. Gredeskul, I. V. Shadrivov, R. C. McPhedran, and Yu. S. Kivshar, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 193902 (2007).
- [7] D. Mogilevtsev, F. A. Pinheiro, R. R. dos Santos, S. B. Cavalcanti, and L. E. Oliveira, *Phys. Rev. B* **82**, 081105(R) (2010).