



بیست و پنجمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران و یازدهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران. ۹-۱۱ بهمن ۱۳۹۷



گیت پیشنهادی برگشت پذیر توفولی (CCNOT) بر اساس مخلوط سازی تبهگن چهار موج

اشکان ابوالحسنی^۱، عزالدین مهاجرانی^۲، کیوان ناوی^۳

^۱ دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات تهران، گروه فوتونیک، تهران، ایران

^۲ دانشگاه شهید بهشتی، پژوهشکده لیزر و پلاسما، تهران، ایران

^۳ دانشگاه شهید بهشتی، دانشکده مهندسی و علوم کامپیوتر، تهران، ایران

¹ ashkan.abolhassani@srbiau.ac.ir, ² e-mohajerani@sbu.ac.ir, ³ navi@sbu.ac.ir

چکیده - با پیشرفت روز افزون علوم محاسباتی در قرن حاضر، نیاز به پردازش سریع اطلاعات بیشتر از هر زمانی احساس می شود. با پیشرفت ادوات فوتونیک و کوچک سازی مقیاس آن ها، رفته رفته مدار مجتمع های فوتونیک به دلیل سرعت خیلی بیشتر پردازش نوری نسبت به همتاهاى الکترونیک، جای مدار مجتمع های الکترونیک را پر کرده و کامپیوترهایی تماماً نوری و در ادامه کامپیوترهای کوانتومی از حالت آزمایشگاهی خارج شده و به سمت صنعتی شدن پیش می روند. در این پژوهش، پیشنهادی بر اساس استفاده از پاسخ غیر خطی محیط پلیمری PMMA آلائیده به رنگینه DR1 در آزمایش مخلوط سازی تبهگن چهار موج، و تطبیق نتایج آن با منطق کامپیوترهای کوانتومی و تعریف کیوبیت های فوتونی بر اساس قطبش، برای پیاده سازی گیت برگشت پذیر توفولی (CCNOT) به صورت تمام اپتیکی، ارائه شده است.

کلید واژه: گیت برگشت پذیر، توفولی، کیوبیت، قطبش، مخلوط سازی تبهگن چهار موج

Toffoli (CCNOT) reversible suggested gate based on Degenerate Four Wave Mixing method

Ashkan Abolhassani¹, Ezzedin Mohajerani², Keivan Navi³

¹ Department of Photonic, Science and Research branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

² Laser and Plasma Research Institute, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

³ Faculty of Computer Science and Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

Abstract- Along with the increasing advances of computing science in the current century, we need quick information processing more than ever. By improving photonic devices and their scaling down, integrated photonic circuits have gradually substituted their electronic counterparts due to their much faster optical processing capabilities than that of electronic integrated circuits. Fully optical computers followed by quantum computers are consequently passing through experimental phase and are being commercialized. In this proposed research, implementing fully optical Toffoli reversible gate (CCNOT) is presented which is on the basis of using PMMA polymeric medium contaminated with polymeric dye DR1 non-linear response in Degenerate Four Wave Mixing test and then matching the results against quantum computer logic and the definition of photonic qubits based on polarization.

Keywords: Reversible Gate, Toffoli, Qubit, Polarization, Degenerate Four Wave Mixing

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (1) \quad \text{مقدمه}$$

در اینجا ضرایب α و β در حالت کلی عددی مختلط می باشند، یعنی اعدادی به فرم $z = x + iy$ که $i = \sqrt{-1}$ است. هر سیستم دو حالته فیزیکی نظیر اسپین الکترون یا قطبش عمودی و افقی یک فوتون، را می توان مصداق یک کیوبیت در نظر گرفت [4]. برای کیوبیت های فوتونی داریم [5]:

$$|0\rangle \equiv |H\rangle, |1\rangle \equiv |V\rangle \Rightarrow |\psi\rangle = \alpha|H\rangle + \beta|V\rangle \quad (2)$$

گیت برگشت پذیر توفولی (CCNOT)

یک گیت را می توان نمایشی ریاضی از نحوه پردازش اطلاعات انگاشت. گیت های کلاسیک، اجزای تشکیل دهنده کامپیوتر کلاسیک هستند. هدف اصلی یک گیت منطقی کلاسیک، پردازش اطلاعات در سطح بیت می باشد [3]. در یک کامپیوتر کوانتومی نیز وضع به همین ترتیب است و اطلاعات با استفاده از گیت های که در اینجا گیت های کوانتومی نامیده می شوند، پردازش می شود. با این تفاوت که در گیت های کوانتومی نیازی نیست تا حالت های ورودی و خروجی تنها حالت های پایه محاسباتی $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ باشند، بلکه می توانند در حالت های برهم نهی از حالت های پایه محاسباتی نیز قرار گیرند. در ادبیات مکانیک کوانتومی، گیت کوانتومی، یک عملگر تحول زمانی است که یک حالت کوانتومی را در مدت زمان معینی به وسیله یک نگاشت یک به یک، به حالت کوانتومی دیگری تبدیل می کند [6]. گیت های کوانتومی با عملگرهای یکانی در فضای برداری کیوبیت ها توصیف می شوند. به همین دلیل ممکن است به جای واژه گیت، گاهی واژه ی عملگر یا آپراتور نیز به کار رود. عملگر یکانی، عملگری است که معکوس آن با مزدوج هرمیتی آن برابر باشد، یعنی $UU^\dagger = U^\dagger U = I$. همچنین اگر H یک عملگر هرمیتی باشد، عملگر $U = e^{iHt}$ ، یک عملگر یکانی خواهد بود [3]. از آنجایی که گیت های کوانتومی نگاشت یک به یک را انجام می دهند، عملیات انجام شده توسط آنها برگشت پذیر می باشد. به عبارت دیگر با داشتن خروجی، ورودی گیت را می توان مشخص کرد. در حالی که گیت های کلاسیک به جز گیت NOT برگشت ناپذیر هستند [7]. اتلاف انرژی در مدار های برگشت پذیر کم بوده و بنابراین در کاربردهایی با مصرف توان پایین مناسب هستند. همچنین در بسیاری از کاربردها نیاز به انجام محاسبات بدون پاک شدن اطلاعات اولیه

اهمیت اپتیک غیر خطی در قرن بیست و یکم، شاید بیشتر به لحاظ کاربرد هایی است که در عرصه مهندسی فوتونیک می توان از آن ها انتظار داشت. پیشرفت تحقیقات در زمینه شناسایی عناصر و ترکیبات مناسب و واجد اثرات اپتیک غیر خطی، اعم از ترکیبات آلی و معدنی و نیمه هادی ها، و همچنین کشف اثرات جدید اپتیک غیر خطی نظیر پدیده مزدوج فاز، هولوگرافی متحرک و پویا، شفافیت القایی الکترومغناطیسی، تولید هماهنگ های دوم، سوم و پنجم نوری، همه و همه مقدماتی بودند، برای ساخت ادوات نوری دو حالته و ذخیره کننده های اطلاعاتی به منظور ساخت و توسعه کامپیوترهای نوری، اعم از نوع کلاسیک یا کوانتومی [1]. و همچنین امکان استفاده وسیع تر از نور در نسل جدید مخابرات نوری (استفاده از سالیتون ها) [2] و پردازش اطلاعات در مکان های مختلف. در این مقاله پس از معرفی کیوبیت و گیت کوانتومی توفولی 2 (CCNOT 3)، به طور خاص به مخلوط سازی تبهگن چهار موج 4 که یک پدیده غیر خطی مرتبه سوم بوده و نتایج آن اساس کار مدل پیشنهادی گیت مذکور در این مقاله است، می پردازیم.

کیوبیت (Quantum Bit)

واحد اصلی پردازش اطلاعات در یک کامپیوتر کلاسیک بیت می باشد، که می تواند تنها یکی از دو حالت ۰ یا ۱ را داشته باشد. بر اساس مفهومی مشابه می توانیم واحد اصلی پردازش اطلاعات در یک محاسبه کوانتومی را تعریف کرده و آن را کیوبیت که کوتاه شده ی عبارت بیت کوانتومی (quantum bit) می باشد، بنامیم. در تصویر مکانیک کوانتومی، حالت کیوبیت یک بردار در فضای دو بعدی هیلبرت است که با کیت $(| \rangle)$ نشان داده می شود [3]. در تشابه با بیت کلاسیک، دو حالت پایه کیوبیت $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ می باشند؛ اما برخلاف بیت کلاسیک که همیشه در یک حالت مشخص ۰ یا ۱ قرار دارد، کیوبیت می تواند در حالت برهم نهی (superposition) از دو حالت پایه قرار داشته باشد، به این صورت که:

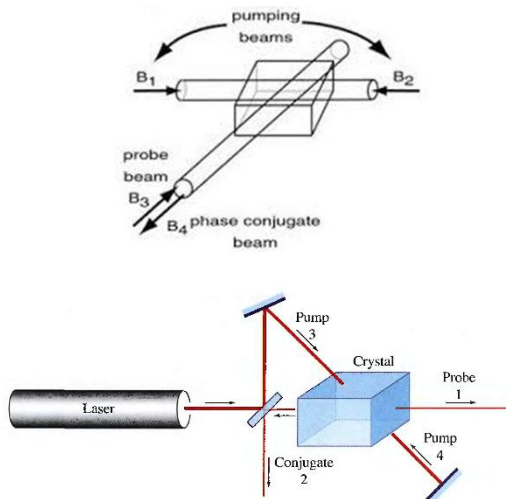
¹ Soliton: در اپتیک، عبارت سالیتون برای بیان هر میدان اپتیکی که در حین انتشار به دلیل تعادل بین اثرات خطی و غیر خطی در محیط تغییر نمی کند استفاده می شود.

² Toffoli

³ Controlled Controlled NOT

⁴ Degenerate Four Wave Mixing (DFWM)

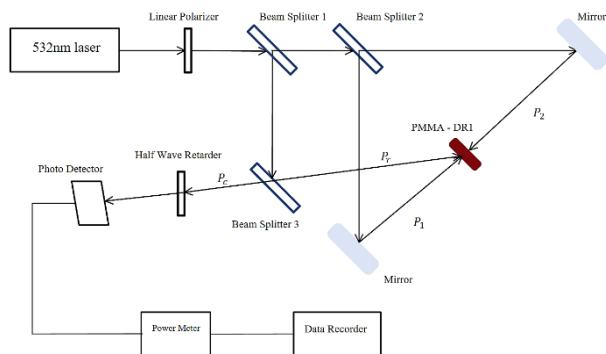
تمامی پرتو ها یکسان است. در این تحقیق، ما چیدمان اپتیکی استاندارد آزمایش DFWM را پیشنهاد می کنیم [9]. شماتیکی ساده از این آزمایش با استفاده از یک کریستال در شکل (۲) نشان داده شده است.



شکل (۲): شماتیک ساده از آزمایش مخلوط سازی تبهگن چهار موج [10]

ساختار گیت پیشنهادی

برای تحقق هدف مد نظر، به منظور فراهم سازی محیط غیر خطی، ماده پلیمری PMMA آلاینده به رنگینه DR1 در آزمایش DFWM پیشنهاد می شود. برای اطلاعات بیشتر در مورد محیط پلیمری مذکور و سازوکار پاسخ غیر خطی آن و چگونگی تولید پرتو چهارم موسوم به OPC، به رفرنس شماره [11] و [8] مراجعه کنید. برای تحقق هدف مطابق با شماتیک شکل (۳) بر سر راه سیگنال (نور) مزدوج فاز تولید شده، یک تیغه نیم موج برای چرخش صفحه قطبش به اندازه 90° درجه قرار می دهیم.

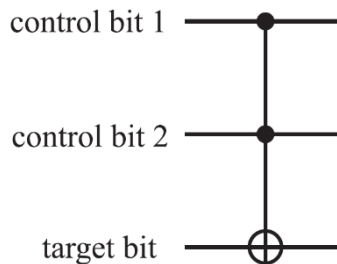


شکل (۳): چیدمان اپتیکی مخلوط سازی چهار موج برای تحقق گیت پیشنهادی CCNOT. از تیغه نیم موج برای تعیین قطبش پرتوهای پمپ و پروب می توان استفاده کرد، که در شکل درج نشده است.

هستیم، که در این موارد استفاده از مدار های برگشت پذیر انتخابی مناسب می باشد [4].

گیت توفولی که در شکل (۱) نشان داده شده است، دارای ۳ ورودی بوده که دو بیت اول، موسوم به بیت کنترل می باشند. در واقع این گیت $C_1 AND C_2$ ، را محاسبه کرده و نتیجه ی آن را با بیت هدف (Target)، XOR می کند [3]. جدول درستی این گیت در زیر آمده است:

جدول (۱): جدول درستی گیت توفولی (CCNOT)					
Input			Output		
0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0
0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	1
1	0	1	1	0	1
0	1	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	0



شکل (۱): نمایش مداری گیت توفولی (CCNOT) [6]

مخلوط سازی چهار موج

مخلوط سازی چهار موج (FWM) فرآیندی برای تولید یک پرتو به وسیله ی برهمکنش سه پرتو در محیطی با پاسخ غیر خطی مرتبه سوم می باشد. پرتو تولید شده به (سیگنال) نور مزدوج فاز^۱ (OPC) معروف است [8]. مخلوط سازی تبهگن چهار موج، موردی خاص از مخلوط سازی چهار موج است که در آن چهار پرتو دارای فرکانس یکسان و دو پرتو از پرتوهای ورودی در خلاف جهت هم هستند. در واقع واژه Degenerate به این منظور به کار می رود که فرکانس

¹ Optical Phase Conjugate

پیشبینی نتایج مدل پیشنهادی

همانطور که در جدول (۲) مشاهده می شود [8]، در شماره ترتیب ۱ و ۲ هر دو کیوبیت کنترلی برابر $|V\rangle \equiv |1\rangle$ بوده که در نتیجه آن، روی کیوبیت هدف که ما آن را قطبش پرتو P_T در نظر گرفتیم، باید عمل NOT صورت گیرد و در واقع صفحه قطبش به اندازه 90° بچرخد، که با عبور نور مزدوج فاز تولید شده P_C از یک تیغه نیم موج، این خواسته تحقق می یابد. همچنین برای شماره ترتیب های ۳ تا ۶ نتایج آزمایش کاملاً با جدول درستی گیت توفولی تطابق دارد. برای شماره ترتیب ۷ و ۸ یعنی وقتی که قطبش پرتوهای کنترلی هر دو افقی باشند، یعنی $|0\rangle \equiv |H\rangle$ ، بدون نیاز به عبور پرتو P_C تولید شده، از تیغه نیم موج، نیاز مسئله برآورد می شود.

مرجع ها

- [1] حسن کاتوزیان، فوتونیک، جلد دوم، انتشارات دانشگاه امیرکبیر تهران، ۱۳۹۵
- [2] نصرت... گرانیپایه، نجمه زهت، علیرضا مولا، تقویت کننده های تار (فیبر) نوری آلاییده به اریوم و رامان، انتشارات دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، ۱۳۹۴
- [3] McMahon, *Quantum Computing Explained*, WILEY Press, 2008
- [4] معصومه طاهرخانی، طراحی شبیه سازی و ساخت گیت های کوانتومی نوری بر اساس زوج فوتون های درهم تنیده، رساله دکتری، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ۱۳۹۳
- [5] Jennifer L. Dodd, Timothy C. Ralph, G. J. Milburn, "Experimental requirements for Grover's algorithm in optical quantum computation", PHYSICAL REVIEW A 68, 042328, 2003
- [6] Mikio Nakahara, Tetsuo Ohmi, *QUANTUM COMPUTING From Linear Algebra to Physical Realizations*, CRC Press, 2008
- [7] شهرام محمد نژاد، معصومه طاهرخانی، اصول کوانتوم الکترونیک و محاسبات کوانتومی نوری، انتشارات دانشگاه علم و صنعت ایران، ۱۳۹۱
- [8] محمود افرا، مشاهده مزدوج فاز نوری در پلیمرهای آلاییده به رنگینه آزو با استفاده از آمیختگی تبهگن چهار موج، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه شهید بهشتی تهران، ۱۳۹۶
- [9] R. A. Fisher, *Optical Phase Conjugation*, pp. 2-3, 1983
- [10] B. E. A. Saleh, M. C. Teich, *Fundamentals of Photonics*, Second Edition, WILEY Press, 2007
- [11] ناهید حسین نتاج، ساخت و مشخصه یابی توری های القایی لیزری در فیلم های پلیمری آلاییده با رنگینه های آزو، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه شهید بهشتی تهران، ۱۳۸۵

همانطور که در جدول (۱) مشخص است، گیت فقط وقتی عمل می کند که دو بیت (کیوبیت در منطق کامپیوترهای کوانتومی) کنترلی هر دو مقدار منطقی ۱ را داشته باشند، هر حالتی غیر از این، گیت عمل نکرده و ورودی ها به همان شکل در خروجی ظاهر می شوند. در واقع دو بیت کنترلی C تعیین می کنند که عمل NOT روی بیت هدف T انجام پذیرد یا خیر. حال با تعریف کیوبیت به صورت $|H\rangle \equiv |0\rangle$ و $|V\rangle \equiv |1\rangle$ که در آن H قطبش خطی افقی و V قطبش خطی عمودی می باشد، گیت فقط وقتی عمل می کند که کیوبیت های کنترلی هر دو مقدار $|1\rangle \equiv |V\rangle$ را داشته باشند، در این صورت نور هدف T با هر قطبش ورودی، در خروجی قطبشش عوض می شود. حال در این پیشنهاد، مطابق با شماتیک شکل (۳)، گیت CCNOT را با پدیده DFWM در محیط PMMA - DR1 به صورت زیر تطبیق می دهیم :

کیوبیت کنترلی $C_1 \equiv$ قطبش پرتو پمپ P_1

کیوبیت کنترلی $C_2 \equiv$ قطبش پرتو پمپ P_2

کیوبیت هدف ورودی $T_{in} \equiv$ قطبش پرتو پروپ P_T

نتیجه نهایی گیت $T_{out} \equiv$ قطبش (سیگنال) نور مزدوج فاز تولید شده P_C پس از عبور از تیغه نیم موج

جدول (۲) : نتایج آزمایش DFWM و تطبیق آن با منطق گیت CCNOT			
شماره ترتیب	ترکیب قطبش	قطبش سیگنال چهارم تولید شده (نور مزدوج فاز)	قطبش سیگنال چهارم P_C پس از عبور از تیغه نیم موج واقع شده قبل از آشکارساز
۱	VVV	V	H
۲	HVV	H	V
۳	VHV	H	V
۴	VVH	H	V
۵	HHV	V	H
۶	HVH	V	H
۷	VHH	V	H
۸	HHH	H	V