



بیست و پنجمین کنفرانس اپتیک و  
فوتونیک ایران و یازدهمین کنفرانس  
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،  
دانشگاه شیراز،  
شیراز، ایران.  
۱۳۹۷ بهمن ۹-۱۱



## اثر اپتیک کوانتومی دو لایه‌ی متقارن پاریته-زمان بر نور کوانتومی چلانده عبوری

الناز پیله‌ور<sup>۱</sup>، احسان عموقربان<sup>۲،۳</sup> و محمدکاظم مروج‌فرشی<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup> دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، هسته پژوهشی نانو پلاسمو فوتونیک، دانشگاه تربیت مدرس

<sup>۲</sup> دانشگاه شهرکرد، دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک

<sup>۳</sup> دانشگاه شهرکرد، مرکز تحقیقات نانوتکنولوژی

چکیده - در این مقاله اثرات محیط دو لایه‌ی متقارن پاریته-زمان (PT) در دمای صفر را بر ویژگی‌های اپتیک کوانتومی نور چلانده فرودی بررسی می‌کنیم. بدین منظور، با استفاده از رهیافت کانونی در کوانتش میدان الکترومغناطیسی در محیط‌های جاذب و تقویت‌کننده و الگوسازی توابع گذردهی الکتریکی لایه‌های تشکیل دهنده‌ی یک سامانه‌ی PT توسط الگوی لورنتس، چلانده‌ی کوادراتوری حالت خروجی از این سامانه را برای وضعیتی که حالت فرودی از سمت چپ و راست آن به ترتیب خلاء و نور چلانده باشد، محاسبه می‌کنیم. نشان داده خواهد شد علی‌رغم این که اثر اتلافی دولایه PT در ناحیه‌ی تقارن فاز جبران می‌شود، نور خروجی ویژگی‌های کوانتومی خود را از دست می‌دهد.

کلیدواژه- کوانتش میدان الکترومغناطیسی، دولایه متقارن پاریته-زمان (PT)، چلانده‌ی کوادراتوری.

## The Quantum Optic Effect of the two-Layer PT Symmetric on an Incident Quantum Squeezed Light

Elnaz Pilehvar<sup>1</sup>, Ehsan Amooghorban<sup>2,3</sup>, and Mohammad Kazem Moravvej-Farshi<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Faculty of Electrical and Computer Engineering, Nano Plasm-Photonic Research Group, Tarbiat Modares University

<sup>1</sup> Shahrekord University, Faculty of Science, Department of Physics

<sup>2</sup> Shahrekord University, Nanotechnology Research Center

Abstract- We investigate the medium effect of the two-layer parity time (PT) symmetric on the quantum optical properties of an incident squeezed light at zero temperature. For this purpose, we calculate the quadrature squeezing of the output states of a two-layer PT, using the canonical approach in quantization of the electromagnetic field and modeling the electric permittivity functions of the constituent layers by the Lorentz model, for a situation in which the incident states on the right and left side of the two-layer PT are the quantum vacuum and squeezed states, respectively. It will be shown that although the PT loss effect is compensated in the phase symmetry regime, the output light is no longer squeezed.

Keywords: Quantization of electromagnetic field, Parity-Time (PT) Symmetry, Quadrature squeezing.

## مقدمه

در دهه ۹۰ بندر و همکاران [۱-۳] نشان دادند، طیف انرژی بعضی از هامیلتونی‌ها علی‌رغم غیرهرمیتی بودن، می‌تواند حقیقی باشد. آن‌ها این نوع هامیلتونی غیرهرمیتی را هامیلتونی متقارن پاریته-زمان (PT) نامگذاری کردند. شرط لازم برای این که یک هامیلتونی هرمیتی باشد این است که  $V(x) = V^*(-x)$ . به عبارت دیگر بخش حقیقی پتانسیل باید یک تابع زوج و بخش موهومی آن یک تابع فرد از مکان  $x$  باشد. ولی در عمل پتانسیل مختلط مفهوم فیزیکی ندارد، در عوض می‌توان از معادل نوری آن یعنی متقارن بودن ضریب شکست،  $n(r) = n^*(-r)$ ، استفاده کرد. از آنجا که از قسمت موهومی ضریب شکست برای توصیف بهره/تلف در سامانه استفاده می‌شود، ساختارهای PT بیانگر گونه‌ای از مهندسی قسمت موهومی ضریب شکست ماده‌اند. به‌طوری‌که، بهره و تلف در یک سامانه‌ی PT همدیگر را جبران می‌کنند. در حقیقت محیط نوری ساختارهای PT توسط دو جفت موجبر یا دو جفت تیغه دی‌الکتریک جفت شده بهره/تلف (دایمر PT) و از قبیل آن فراهم می‌شود. با در نظر گرفتن دایمر PT، برای بهره/تلف زیر مقدار آستانه ( $\gamma < \gamma_{PT}$ ) آبر مادی وجود دارد که نشان دهنده توزیع یکسان میدان بین موجبرهای بهره/تلف است. به این ناحیه تقارن فاز PT می‌گویند. اتفاق جالب زمانی می‌افتد که مقدار بهره/تلف از حد آستانه بالاتر برود ( $\gamma > \gamma_{PT}$ ) و وارد ناحیه شکست فاز PT شود. در این صورت، میدان الکتریکی فقط در موجبر بهره یا تلف باقی خواهد ماند. مقدار  $\gamma_{PT}$ ، مرز گذار فاز نام دارد.

تیغه‌های دی‌الکتریک در سامانه‌های اپتیکی چهاردرگاهی مثل فیبرهای نوری و تداخل‌سنج‌ها استفاده می‌شوند و کاربردهای وسیعی در اپتیک کوانتومی و کلاسیک دارند. انتشار نور در تیغه‌های دی‌الکتریک از جمله مسائل پرکاربرد در الکتروپدینامیک کوانتومی است که در ارتباط با کوانتش میدان‌های الکترومغناطیسی در حضور یک ماده قطبش‌پذیر است. دی‌الکتریک‌ها توسط تابع گذردهی الکتریکی  $\mathcal{E}(\omega)$  به صورت تابعی مختلط از بسامد توصیف می‌شوند که

قسمت موهومی این تابع نشان‌دهنده بهره یا تلف در سامانه است. بر طبق قضیه افت‌وخیز-اتلاف، در این سامانه‌ها به خاطر ماهیت اتلافی آن‌ها به طور حتم نوبه نیز حضور دارد. به همین خاطر، اثر این نوبه‌های کوانتومی بر ویژگی‌های کوانتوم اپتیک حالت‌های عبوری از سامانه‌های اپتیکی از اهمیت زیادی برخوردار است. برای توصیف و بررسی این اثرات بر حالت‌های کوانتومی فرودی، نخست لازم است تا کوانتش میدان الکترومغناطیسی در حضور محیط‌های دی‌الکتریک پاشنده و جاذب بررسی شود. تاکنون روش‌های متعددی برای کوانتش میدان الکترومغناطیسی در حضور محیط‌های دی‌الکتریک ارائه شده است که می‌توان آن‌ها را در دو رهیافت کلی پدیده‌شناختی [۴] و کانونی [۵-۶] دسته‌بندی کرد. در این مقاله کوانتش امواج الکترومغناطیسی مبتنی بر رویکرد کانونی را برای بررسی اثرات محیط متقارن PT دولایه بر حالت چلانده فرودی به کار می‌بریم. سپس با بررسی چلانگی کوادراتوری نور خروجی به مطالعه ویژگی‌های کوانتومی آن می‌پردازیم.

## چلانگی کوادراتوری

سامانه‌ی متقارن PT متشکل از دو لایه‌ی بهره و تلف با گذردهی‌های الکتریکی  $\mathcal{E}_l(\omega)$  و  $\mathcal{E}_g(\omega)$  و ضخامت کل  $2l$  را در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم سامانه مزبور توسط خلاء احاطه شده باشد (شکل ۱). اگر عملگر نابودی میدان الکترومغناطیسی پیش‌رونده به سمت راست در مکان  $x_1$  را با  $a_{1-}(x_1, \omega)$  و عملگر نابودی میدان الکترومغناطیسی پیش‌رونده به سمت چپ در مکان  $x_3$  را با  $a_{4+}(x_3, \omega)$  نشان دهیم، با استفاده از روابط کوانتومی ورودی-خروجی مدهای خروجی میدان بر حسب مدهای فرودی و نوبه‌های کوانتومی ناشی شده از فرایند جذب و تقویت در لایه‌ها به صورت زیر نوشته می‌شود [۴، ۵]:

$$\begin{pmatrix} a_{1-}(x_1, \omega) \\ a_{4+}(x_3, \omega) \end{pmatrix} = \mathcal{A} \begin{pmatrix} a_{1+}(x_1, \omega) \\ a_{4-}(x_3, \omega) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_-(\omega) \\ F_+(\omega) \end{pmatrix}. \quad (1)$$

که در آن:

$$\begin{pmatrix} F_-(\omega) \\ F_+(\omega) \end{pmatrix} = B^{(2)} \begin{pmatrix} c_{2+}(\omega) \\ c_{2-}(\omega) \end{pmatrix} + B^{(3)} \begin{pmatrix} c_{3+}(\omega) \\ c_{3-}(\omega) \end{pmatrix},$$

$$\mathcal{A} = A_{22}^{(-1)} \begin{pmatrix} -A_{21} & 1 \\ A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} & A_{12} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

طولانی، چلانندگی کوادراتوری نور عبوری از سامانه PT به صورت زیر نوشته می شود:

$$\langle [\Delta E(\phi_{LO}, \omega_{LO})]^2 \rangle^{out} = 1 + \quad (4)$$

$$|A_{21}|^2 \left\{ 2 \sinh^2 \rho - \operatorname{Re} \left( e^{2i(\phi_{LO} - \arg(A_{22}) - \frac{\phi_\rho}{2})} \sinh 2\rho \right) \right\} + 4i|\gamma_g| \left\{ \frac{|B_{21}^{2k+1}|^2}{n_g - n_g^*} e^{-2\gamma_g \frac{\omega}{c} x_{2k+1}} \left[ e^{-i(n_g - n_g^*) \frac{\omega}{c} x_{2k+1}} - e^{-i(n_g - n_g^*) \frac{\omega}{c} x_{2k}} \right] - \frac{|B_{22}^{(2k+1)}|^2}{n_g - n_g^*} \left[ e^{i(n_g - n_g^*) \frac{\omega}{c} x_{2k+1}} - e^{i(n_g - n_g^*) \frac{\omega}{c} x_{2k}} \right] + \frac{B_{22}^{(2k+1)} B_{21}^{*(2k+1)}}{n_g + n_g^*} \left[ e^{-i(n_g - n_g^*) \frac{\omega}{c} x_{2k+1}} - e^{-i(n_g - n_g^*) \frac{\omega}{c} x_{2k}} \right] - \frac{B_{21}^{(2k+1)} B_{22}^{*(2k+1)}}{n_g + n_g^*} \right\}$$

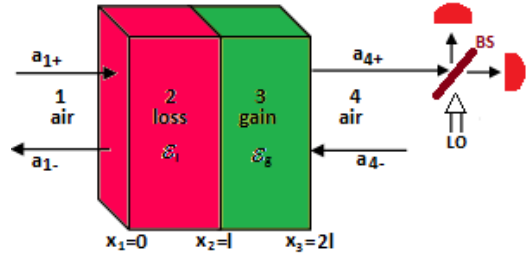
که در آن  $\zeta = \zeta e^{i\varphi_\zeta}$  پارامتر چلانندگی،  $n_g = \sqrt{\varepsilon_g} = \beta_g + i\gamma_g$  ضریب شکست لایه ی بهره و  $n_l = \sqrt{\varepsilon_l} = \beta_l + i\gamma_l$  ضریب شکست لایه ی تلف است. در این جا به منظور سادگی محاسبات دمای سامانه PT برابر با صفر در نظر گرفته شده است.

### اثر دولایه متقارن PT بر نور کوانتومی فرودی

با توجه به پیچیدگی روابط قبلی، در ادامه به بررسی نتایج عددی رابطه (۳) می پردازیم. بدین منظور ضریب گذردهی الکتریکی لایه های بهره/تلف را توسط الگوی لورنتس زیر مدل سازی می کنیم [۷]:

$$\varepsilon_j(\omega) = \varepsilon_{0j} - \frac{\alpha_j \omega_{0j} \gamma_j}{\omega^2 - \omega_{0j}^2 + i\omega \gamma_j}, \quad (5)$$

که در آن  $j = g, l$  اشاره به لایه های بهره و تلف دارد. در این جا،  $\varepsilon_{0j}$  ضریب دی الکتریک محیط زمینه،  $\omega_{0j}$  بسامد تشدید،  $\gamma_j$  پهنای خط بهره/تلف و  $\alpha_j$  ضریب بهره/تلف است. برای این که شرط PT در این سامانه مهیا شود لازم است که قسمت حقیقی ثابت دی الکتریک در دو محیط بهره و تلف یکسان و قسمت موهومی آن دو یکسان و قرینه هم باشند یعنی:  $\operatorname{Re} \varepsilon_g(\omega) = \operatorname{Re} \varepsilon_l(\omega)$ ،  $\operatorname{Im} \varepsilon_g(\omega) = -\operatorname{Im} \varepsilon_l(\omega)$ . بنابراین، برای محیط اتلافی با  $\operatorname{Im} \varepsilon_l(\omega) > 0$



شکل ۱: طرحواره ای از دو لایه ی متقارن PT با لایه های تلف  $\varepsilon_l$  و بهره  $\varepsilon_g$ . پیکان ها و عملگرهای روی آن ها نشان دهنده مدهای میدان های ورودی و خروجی اند. سمت راست سامانه نشان دهنده آشکارساز هموداین است.

$B^{(j)}$   

$$= A_{22}^{(-1)} \begin{pmatrix} -B_{21}^{(j)} & -B_{22}^{(j)} \\ B_{11}^{(j)} A_{22} - A_{12} B_{21}^{(j)} & B_{12}^{(j)} A_{22} - A_{12} B_{22}^{(j)} \end{pmatrix}$$
 در این جا ماتریس های  $B^{(j)}$  روابط بازگشتی  $B^{(k-1)} = B^{(k)}.R^{(k)}.S^{(k-1)}$  و  $B^{(N)} = S^{(N)}$  را برآورده می کنند به طوری که داریم:  $k = 3, 4, \dots, N$  و  $A = B^{(2)}.R^{(2)}.S^{(1)}$  در حقیقت در این جا اثر بازتاب و عبور از لایه های مختلف توسط ماتریس انتقال  $\mathcal{A}$ ، در حالی که اثرات اتلاف و تقویت درون هر لایه توسط ماتریس های نوفه  $B^{(j)}$  نشان داده می شود. در این جا درایه های ماتریس پراکندگی  $S^{(j)}$  به صورت زیر نوشته می شود:

$$S_{11}^{(j)} = \sqrt{\frac{\beta_j}{\beta_{j+1}}} \frac{n_{j+1} + n_j}{2n_j} e^{-i(\beta_{j+1} - \beta_j)\omega x_j/c}, \quad (3)$$

$$S_{12}^{(j)} = \sqrt{\frac{\beta_j}{\beta_{j+1}}} \frac{n_{j+1} - n_j}{2n_j} e^{-i(\beta_{j+1} + \beta_j)\omega x_j/c},$$

$$S_{21}^{(j)} = \sqrt{\frac{\beta_j}{\beta_{j+1}}} \frac{n_{j+1} - n_j}{2n_j} e^{i(\beta_{j+1} + \beta_j)\omega x_j/c},$$

$$S_{22}^{(j)} = \sqrt{\frac{\beta_j}{\beta_{j+1}}} \frac{n_{j+1} + n_j}{2n_j} e^{i(\beta_{j+1} - \beta_j)\omega x_j/c}.$$

به علاوه، درایه های ماتریس  $R$  به صورت  $R_{11}^j = e^{-\gamma_j l_j \omega/c}$  و  $R_{22}^j = e^{+\gamma_j l_j \omega/c}$  و  $R_{ij}^{(j)} = R_{ii}^{(j)} \delta_{ij}$  تعریف می شوند.

اکنون فرض می کنیم که حالت های فرودی از سمت چپ و راست دولایه متقارن PT، حالت خلاء کوانتومی و نور کوانتومی چلاننده باشد. بر این اساس، با قرار دادن یک آشکارساز هموداین در سمت راست سامانه مزبور و مطالعه ی چلانندگی کوادراتوری نور عبوری از آن، می توان به مطالعه ی اثرات کوانتومی سامانه PT بر نور کوانتومی فرودی پرداخت. با به کار بردن رابطه ی کوانتومی ورودی-خروجی و ماتریس های انتقال و نوفه (۱) و (۲) و انجام محاسبات بسیار

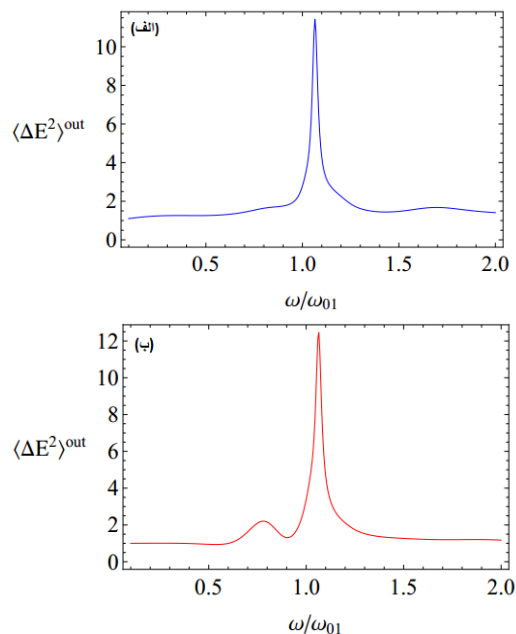
طور مشابه، با انتقال آشکارساز هموداین به سمت چپ سامانه PT و اندازه‌گیری چلانگی کوادراتوری برای نور بازتابی نتایج مشابهی را مشاهده می‌کنیم که در شکل ۲(ب) رسم شده‌اند.

### نتیجه‌گیری

در این مقاله اثرات محیط یک سامانه‌ی متقارن PT دو لایه بر ویژگی‌های نور چلانده فرود آمده بر آن بررسی شد. با محاسبه چلانگی کوادراتوری نشان داده شد که با وجود نوفه‌های کوانتومی حتی در شرایطی که سامانه کوانتومی در تقارن فاز PT به سر می‌برد و دمای سامانه نیز صفر کلوین است نور عبوری ویژگی‌های کوانتومی خود را از دست می‌دهد و دیگر چلانده نیست.

### مرجع‌ها

- [1] C. M. B. a. S. Bottcher, "Real spectra in non-hermitian hamiltonians having PT symmetry," Phys. Rev. Let, Vol. 80, pp.5243-5246, 1998.
- [2] S. B. a. P.N. M. Bender, "PT-symmetric quantum mechanics," J. Math Phys, Vol. 40, pp. 2201-2229, 1999.
- [3] M. Nazari, F. Nazari, M. K. Moravvej-Farshi, "Dynamic behavior of spatial solitons propagating along scarf II parity-time symmetric cells," J. Opt. Soc. Am. B, Vol. 29, pp. 3057-3062, 2012.
- [4] R Matloob, G. Pooseh, "Scattering of coherent light by a dielectric slab," Optics Communications, Vol. 181, pp. 109-122, 2000.
- [5] E. Amooghorban, N. A. Mortensen, M. Wubs, "Quantum optical effective-medium theory for loss-compensated metamaterials," Phys. Rev. Lett., Vol. 110, 153602 (1-5), 2013.
- [6] E. Amooghorban, M. Wubs, "Quantum optical effective-medium theory for layered metamaterials," Arxiv:1606.07912v1, 2016.
- [7] O. V. Shramkova, K. G. Makris, D. N. Christodoulides, G. P. Tsironis, "Dispersive non-hermitian optical heterostructures," Photonics Research , Vol. 6, pp. A1-A5, 2018.



شکل ۲: چلانگی کوادراتوری برای نور چلانده عبوری از دو لایه متقارن PT. در این جا آشکارساز هموداین (الف) در سمت راست و (ب) در سمت چپ دو لایه متقارن PT قرار دارد و به ترتیب نورهای عبوری و بازتابی از سامانه PT را آشکارسازی می‌کنند.

۰، لازم است که  $\alpha_1, \gamma_1 > 0$  و برای محیط تقویت کننده با  $\text{Im } \varepsilon_g(\omega) < 0$  لازم است که  $\alpha_g < 0$  و  $\gamma_g > 0$  باشد. با اندکی محاسبات ساده می‌توان نشان داد که با انتخاب پارامترهای مادی  $\gamma_l = 0.067 \text{ PHz}$ ،  $\omega_{01} = 1 \text{ PHz}$ ،  $|\alpha_1| = 20.86$  برای محیط اتلافی و پارامترهای مادی  $\alpha_2 = 2$  و  $\gamma_2 = 0.14 \text{ PHz}$ ،  $\omega_{02} = 1.2 \text{ PHz}$  شرایط بالا برقرار است و سامانه در تقارن فاز PT به سر می‌برد [۷]. حال با جایگذاری پارامترهای مادی بالا در رابطه‌ی (۶) و به کار بردن آن‌ها در رابطه‌ی (۳)، نتایج عددی چلانگی کوادراتوری برای نور چلانده عبوری از دو لایه متقارن PT در شکل ۲ رسم شده است. در شکل ۲ (الف)، برخلاف انتظارمان مشاهده می‌کنیم که چلانگی نور عبوری بالاتر از عدد یک و این انحراف از عدد یک برای بسامد تشدی به بیشینه مقدار خود می‌رسد. این نتیجه به معنای آن است که نور عبوری دیگر چلانده نیست. به عبارت دیگر اگر چه سامانه در تقارن فاز PT به سر می‌برد و اثرات اتلافی توسط تیغه‌ی بهره جبران می‌شود ولی در این جا اثرات نوفه‌های کوانتومی بر آن غالب و موجب می‌شوند تا نور عبوری ویژگی‌های کوانتومی خود را از دست بدهد. به