تحلیل عددی ایجاد میدان دنباله پالس میکروموج گاوسی در یک موجبر پلاسمایی

رضا فلاح، سید محمد خراشادی‌زاده

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

چکیده-در این مقاله، انتشار پالس میکروموجی درون یک موجبر پلاسمایی مستطیلی درحضور یک میدان مغناطیسی یکنواخت خارجی بررسی شده است. برای این منظور، با استفاده از معادلات ماکسول و معادلات هیدرودینامیکی سیال، معادله‌دیفرانسیلی برای پتانسیل دنباله پالس در موجبر محاسبه شده است. در ادامه با حل این معادله دیفرانسیل با استفاده از روش محاسباتی رانگ-کوتا مرتبه ۴، توزیع میدان الکتریکی دنباله پالس $(\vec{E}_w)$ در موجبر پلاسمایی با فرض اینکه طول زمانی پالس برابر با دوره زمانی موج پلاسمایی است، شبیه‌سازی شده است. نتایج عددی نشان می‌دهد که میدان دنباله پالس میکروموج، با افزایش شدت پالس، طول زمانی پالس و میدان مغناطیسی خارجی تقویت یافته و با افزایش چگالی پلاسما، فرکانس پالس و عرض موجبر تضعیف می‌شود. بنابراین با بهینه سازی پارامترهای مربوط به پالس گاوسی و موجبر پلاسمایی، ایجاد میدان دنباله پالس قوی به منظور شتابدهی ذرات باردار امکان‌پذیر می‌باشد.

کلیدواژه-برهمکنش میکروموج با پلاسما، میدان دنباله، موجبر پلاسمایی مستطیلی، پالس میکروموج گاوسی، میدان مغناطیسی خارجی

Numerical analysis of wakefield generated by a Gaussian microwave pulse in a plasma waveguide

Reza Fallah, Seyed Mohammad Khorashadizadeh

Department of Physics, Faculty of Science, University of Birjand, Brjand, Iran

Abstract-In this paper, the propagation of microwave pulse is investigated in the rectangular waveguide filled with plasma in the presence of constant external magnetic field. For this purpose, by using the Maxwell's equations and the hydrodynamic fluid equations, the differential equation is calculated for the wake potential in the plasma waveguide. In the following, the differential equation is solved by the fourth order Runge-Kutta method, the distribution of the wakefield in the plasma waveguide is simulated by assuming that the pulse duration is equal to the plasma wave duration. The numerical results show that the microwave wakefield is amplified by increasing the pulse intensity, pulse width and external magnetic field, and decreased by increasing the plasma density, the pulse frequency and the waveguide width. Therefore, by optimizing parameters related to Gaussian pulse and plasma waveguide, creating a strong wakefield can be possible to accelerate the charged particles.

Keywords: Microwave-plasma interaction, Wakefield, Plasma filled rectangular waveguide, Gaussian microwave pulse, External magnetic field.

۱- مقدمه

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from opsi.ir on 2025-07-13]

شتابدهی ذرات باردار همواره موضوعی جالب برای تحقیقات نظری و آزمایشگاهی در زمینه برهمکنش لیزر با پلاسما بوده است، از سال ۱۹۷۹ که تاجیما و داوسون [۱] برای اولین بار استفاده از پالس‌های کوتاه لیزری برای تحریک امواج پلاسما به منظور شتابدهی الکترون‌ها پیشنهاد دادند، کارهای نظری و تجربی فراوانی در این زمینه صورت گرفته است[۴-۲]. اگر یک پالس پرتوان از پلاسما عبور کند، نیروی اثرگذار پالس باعث جدایی بارها شده و یک میدان دنباله‌بسیار قوی ایجاد می‌شود که به صورت طولی نسبت به زمینه ساکن یونی نوسان کرده و زمینه‌ساز شتابدهی ذرات باردار می‌شود[۵-۶]. به استثنای تلاش‌هایی که برای ایجاد میدان دنباله در موجبر پلاسمایی توسط بیم‌های الکترونی صورت گرفته است، لیزرها به طور گسترده برای شتابدهی به کار گرفته شده و مقدار انرژی چشمگیری هم بدست آمده است. اما لیزرهای پرتوان بسیار گران و نگهداری آنها هزینه بر است، همچنین ابزارهای پیچیده و دقیقی برای اندازه گیری نیاز است، از این رو از میکروموج‌ها نیز برای شتابدهی ذرات باردار استفاده شده است[۸-۷]. در این پژوهش، با توجه به ساختار کم‌هزینه سیستم‌های میکروموج و توانایی آن‌ها در شتابدهی قابل توجه ذرات باردار، انتشار پالس میکروموجی گاوسی در یک موجبر پلاسمایی مستطیلی در حضور میدان مغناطیسی یکنواخت خارجی بررسی می‌شود.

۲- انتشار پالس میکروموج در موجبر

فرض می‌شود پالس میکروموجی با فرکانس ω، شدت $I_\circ$ و پهنای زمانی($\tau = \frac{2\pi}{\omega_p}$)از یک موجبر مستطیلی (به عرض a و ارتفاع b) پر شده با یک پلاسما با چگالی $n_\circ$ عبور می‌کند. معادلات حاکم بر انتشار پالس، معادلات ماکسول و هیدرودینامیکی سیال هستند. توزیع میدان الکتریکی و مغناطیسی میکروموج به ترتیب$\vec{E} = \hat{j}\, E(\xi) sin(\frac{\pi x}{a})$ و $\vec{B} = \hat{i}B_x(\xi)\, sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) + \hat{k}B_z(\xi)cos(\frac{\pi x}{a})$ در نظر گرفته می‌شود. برای انجام محاسبات از تئوری اختلال استفاده می‌شود. با در نظر گرفتن معادلات حاکم به صورت مولفه‌ای، تغییر متغیر $\xi = z - u_g t$ و چگالی اختلالی n'_e، روابط زیر نتیجه می‌شود

$$-\frac{u_g \partial n'_e}{\partial \xi} + \frac{n_\circ \partial u_z}{\partial \xi} + \frac{u_z \partial n'_e}{\partial \xi} = 0 \qquad (۱)$$

$$-\frac{u_g \partial u_z}{\partial \xi} + \frac{u_x \partial u_z}{\partial x} + \frac{u_z \partial u_z}{\partial \xi} = \frac{e}{m_e}\frac{\partial \varphi_w}{\partial \xi} + \frac{e u_y B_x(\xi)}{m_e}\sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) + \frac{e u_y B_\circ}{m_e} \qquad (۲)$$

$$\mu_\circ e(n_\circ + n'_e)u_y + (\frac{u_g}{c^2}\frac{\partial E(\xi)}{\partial \xi} + \frac{\pi B_z(\xi)}{a} + \frac{\partial B_x(\xi)}{\partial \xi})\sin(\frac{\pi x}{a}) = 0 \qquad (۳)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi_w}{\partial \xi^2} = \frac{e n'_e}{\varepsilon_\circ} \qquad (۴)$$

که $E_w = -\frac{\partial \varphi_w}{\partial Z}$ میدان دنباله، $\omega_p^2 = \frac{n_\circ e^2}{m_e \varepsilon_\circ}$ فرکانس پلاسمایی، $u_g = c\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - \frac{c^2}{\omega^2}(\frac{m^2\pi^2}{a^2} + \frac{n^2\pi^2}{b^2})}$ سرعت گروه پالس در موجبر، m و n ثابت‌هایی هستند که تغییرات میدان‌ها در امتداد مختصات عرضی را توصیف می‌کنند. با فرض یک رژیم نسبیتی ضعیف $n'_e \ll n_\circ$ و ترکیب روابط بالا، معادله زیر برای پتانسیل ردپای پالس با توزیع میدان طولی $E(\xi) = E_\circ exp(-\frac{(\xi - \frac{L}{2})^2}{W_\circ^2})$ بدست می‌آید

$$\frac{d^2\varphi_w}{d\xi^2} + \frac{\omega_p^2}{u_g^2}\varphi_w = \frac{e c^2 E_\circ^2 sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right)}{2 m_e u_g^4} \times [e^{-\frac{2(\xi - \frac{L}{2})^2}{W_\circ^2}}\left(1 - \frac{u_g^2}{c^2}\right) - \frac{\pi^3 W_\circ^2\, erf\,(\frac{(\xi - \frac{L}{2})}{W_\circ})^2}{4\, a^2}] + \frac{e c^2 B_\circ E_\circ sin\left(\frac{\pi x}{a}\right)}{m_e u_g^3}[e^{-\frac{(\xi - \frac{L}{2})^2}{W_\circ^2}}\left(1 - \frac{u_g^2}{c^2}\right) - \frac{\pi^2\sqrt{\pi}\, W_\circ E_\circ}{2a^2}[\frac{W_\circ e^{-\frac{(\xi - \frac{L}{2})^2}{W_\circ^2}}}{\sqrt{\pi}} + (\xi - \frac{L}{2})\, erf(\frac{\xi - \frac{L}{2}}{W_\circ})]] \qquad (۵)$$

به منظور بررسی ایجاد میدان دنباله پالس، معادله دیفرانسیل بالا با روش رانگ-کوتا مرتبه ۴ حل می‌شود و توزیع میدان دنباله پالس ($\vec{E}_w$)برای مقادیر مختلف شدت پالس، فرکانس پالس، عرض موجبر(a)، بزرگی میدان مغناطیسی خارجی و چگالی پلاسما شبیه‌سازی می‌شود.

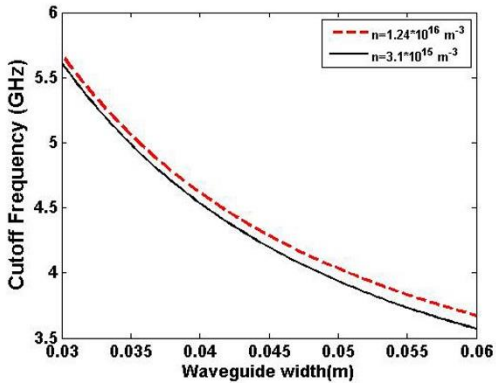
[1] Wakefield

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

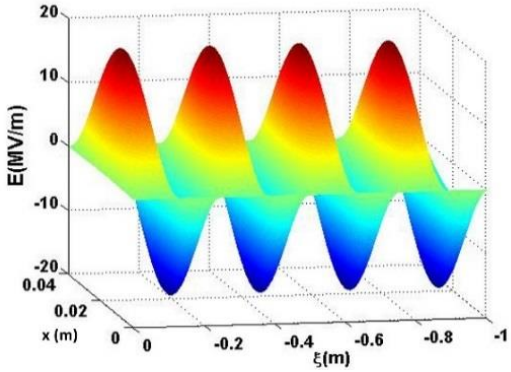
[Downloaded from opsi.ir on 2025-07-13]

۳- تحلیل عددی

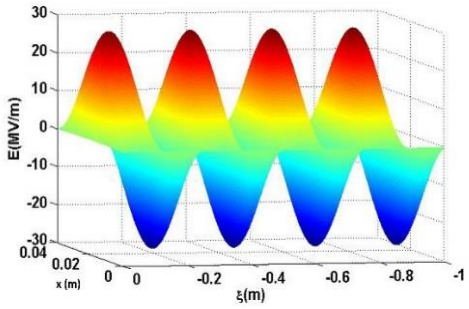
برای شبیه‌سازی میدان ردپا، شرایط اولیه‌ای فرض می‌شود که پتانسیل دنباله φ_w و مشتق آن $\frac{d\varphi_w}{d\xi}$ در $\xi = \frac{L}{2}$ صفر است. در انتشار پالس میکروموج در موجبر، برای مقادیر خاصی از ابعاد موجبر، فرکانس پالس و چگالی پلاسما، حالت قطع در موجبر اتفاق می‌افتد. لذا در شکل ۱، تغییرات فرکانس قطع بر حسب عرض موجبر برای حالتی که ارتفاع موجبر $b = 6\ cm$ باشد برای چگالی‌های پلاسمایی $3.1 \times 10^{15} m^{-3}$ و $1.24 \times 10^{16} m^{-3}$ شبیه‌سازی شده است. بررسی این شکل و رابطه فرکانس قطع $f_c = \sqrt{f_p^2 + \frac{c^2}{4}(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2})}$ به وضوح نشان می‌دهند که با افزایش ابعاد موجبر، فرکانس قطع کاهش می‌یابد. همچنین این شکل نشان می‌دهد که با افزایش چگالی پلاسما (فرکانس پلاسمایی) مقدار فرکانس قطع افزایش می‌یابد. لذا در انتشار پالس در موجبر پلاسمایی، باید در انتخاب ابعاد موجبر و چگالی پلاسمایی که آن را پر می‌کند، دقت شود.



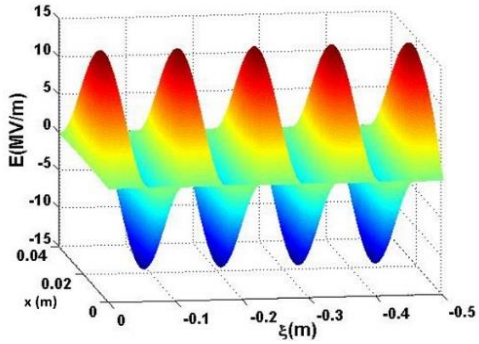
شکل ۱. تغییرات فرکانس قطع موج پلاسمایی بر حسب عرض موجبر برای $f = 6\ GHz$.



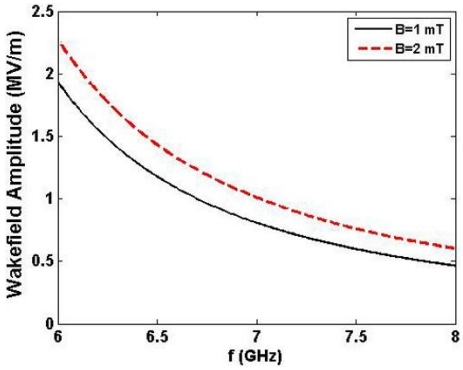
شکل ۲. توزیع میدان دنباله پالس در موجبر به عرض a=4 cm برای $f = 5\ GHz$ ،B=1 mT ,$I = 10^{10}\frac{w}{m^2}$



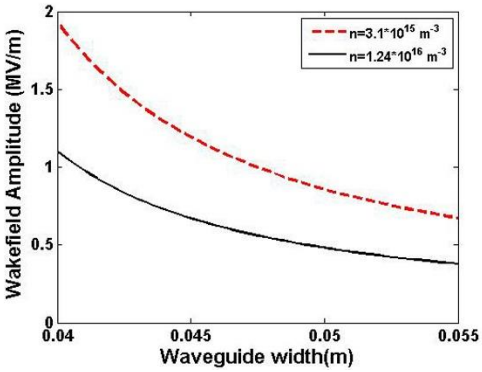
شکل ۳. تغییرات میدان دنباله در موجبر به عرض a=4 cm برای $I = 1.5 \times 10^{10}\frac{w}{m^2}$



شکل ۴. تغییرات میدان دنباله پالس در موجبر مستطیلی به عرض a=4 cm برای $n_\circ = 1.24 \times 10^{16}\ m^{-3}$



شکل ۵. تغییرات ماکزیمم دامنه میدان دنباله پالس در موجبر مستطیلی بر حسب فرکانس پالس به عرض a=4 cm



شکل ۶. تغییرات ماکزیمم دامنه میدان دنباله پالس گاوسی بر حسب عرض موجبر برای $f = 5\ GHz$,$I = 10^{10}\frac{w}{m^2}$.

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from opsi.ir on 2025-07-13]

شکل۲ تغییرات میدان دنباله پالس در موجبر مستطیلی به عرض a=4 cm و ارتفاع b=6cm برای حالتی که شدت پالس $I = 10^{10}\,\frac{w}{m^2}$، فرکانس پالس $f = 5\,GHz$، بزرگی میدان مغناطیسی خارجیB=1mT و چگالی پلاسمای درون موجبر$n_\circ = 3.1 \times 10^{15} m^{-3}$ باشد را نشان می‌دهد. با انتخاب مقادیر بالا، فرکانس قطع $f_c = 4.53\,GHz$ محاسبه می‌شود. از شکل۲ مشاهده می‌شود، دامنه‌ی میدان دنباله به $19\,\frac{MV}{m}$ می‌رسد که با فرکانس $f_p = 4.9 \times 10^8 Hz$ نسبت به زمینه یونی نوسان می‌کند. در شکل۳ برای مشاهده میزان تاثیر شدت پالس میکروموج، تغییرات میدان دنباله را با در نظرگرفتن پارامترهای فرض شده در شکل ۲ با این تفاوت که در این حالت شدت پالس $I = 1.5 \times 10^{10}\,\frac{w}{m^2}$ باشد، شبیه‌سازی شده است. با مقایسه شکل ۳ با ۲ مشاهده می‌شود که با افزایش شدت پالس از $10^{10}\,\frac{w}{m^2}$ به$1.5 \times 10^{10}\,\frac{w}{m^2}$ دامنه میدان دنباله پالس ۵۲٪ افزایش پیدا می‌کند و مقدار آن به حدود$29\,\frac{MV}{m}$ می‌رسد. چگالی الکترونی پلاسمایی که موجبر را پر می‌کند نیز نقش مهمی در انتشار پالس در موجبر ایفا می‌کند، لذا در شکل ۴ تغییرات میدان دنباله پالس درون موجبر مستطیلی برای $n = 1.24 \times 10^{16} m^{-3}$ و بر حسب سایر پارامترهای درنظر گرفته شده در شکل ۲ شبیه‌سازی شده است. مقایسه‌ی شکل‌های ۴ با ۲ نشان می‌دهد که با افزایش چگالی پلاسما، میدان دنباله پالس به تدریج تضعیف می‌شود و دامنه‌ی آن از مقدار $19\,\frac{MV}{m}$به $14\,\frac{MV}{m}$ می‌رسد. با افزایش چگالی پلاسما تا مقدار $1.24 \times 10^{16} m^{-3}$، فرکانس قطع نیز به $f_c = 4.61\,GHz$ افزایش می‌یابد. در شکل ۵، با درنظر گرفتن پارامترهای فرض شده در شکل۲، توزیع دامنه بیشینه میدان دنباله بر حسب فرکانس پالس شبیه‌سازی شده است. این شکل به وضوح نشان می‌دهد که افزایش فرکانس پالس سبب تضعیف میدان دنباله پالس شده اما تقویت میدان مغناطیسی خارجی می‌تواند باعث افزایش دامنه میدان دنباله شود. کاهش شدید میدان دنباله با افزایش فرکانس پالس را می‌توان با توجه به رابطه سرعت گروه و همچنین رابطه (۵) که نشان می‌دهد پتانسیل دنباله به صورت معکوس به سرعت گروه وابسته است، توجیه و تفسیر کرد. در شکل ۶ تغییرات ماکزیمم دامنه میدان دنباله پالس بر حسب عرض موجبر رسم شده است. بررسی این شکل نشان می‌دهد که با افزایش عرض موجبر، ماکزیمم دامنه میدان دنباله کاهش یافته و برای حالتی که چگالی پلاسما $3.1 \times 10^{15} m^{-3}$ است مقدار آن از $19\,\frac{MV}{m}$ برای عرض موجبر 4 cm به مقدار $2.24\,\frac{MV}{m}$ برای عرض موجبر 5.5 cm می‌رسد، همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش چگالی پلاسما، ماکزیمم دامنه میدان دنباله پالس در موجبر کاهش می‌یابد.

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله، انتشار پالس میکروموجی با نمایه گاوسی در یک موجبر پلاسمایی مستطیلی در حضور میدان مغناطیسی خارجی بررسی شد. با استفاده از معادلات حاکم بر پلاسما، رابطه‌ای برای پتانسیل الکتریکی دنباله پالس (ردپای پالس) محاسبه گردید، سپس با استفاده از محاسبات عددی توزیع میدان الکتریکی دنباله پالس درون موجبر پلاسمایی بر حسب پارامترهای مختلف مربوط به پالس و موجبر شبیه‌سازی و بررسی شد. با توجه به نتایج تحلیل عددی، برای ایجاد میدان دنباله پالس قوی به منظور شتابدهی ذرات باردار، پیشنهاد می‌شود پالس میکروموج گاوسی با شدت بالا و فرکانس کم در یک موجبر باریک که با پلاسمایی با چگالی کم پر شده و تحت تاثیر یک میدان مغناطیسی قوی قرار دارد منتشر شود.

مراجع

[1] T. Tajima, J. M. Dawson, *Phys. Rev. Lett*. **43** (1997) 267.

[2] M. Litos, E. Adli, W. An, C.I. Clarke, C.E. Clayton, et al., *Nature* **515** (2014) 92.

[3] W. P. Leemans,A.J. Gonsalves, H.S. Mao, K. Nakamura, C. Benedetti, C.B. Schroeder, et al., *Phys. Rev. Lett*. **113** (24) (2014) 245002.

[4] A. J. W.Reitsma, D. A.Jaroszynski, *Laser Part. Beams* **22** (2004) 407-13.

[5] Y. Nishida, N. Sato, *Phys. Rev. Lett*. **59** (1987) 653.

[6] H. K. Malik, S. Kumar, Y. Nishida, *Opt. Comm.* **280** (2007) 417-23.

[7] S. Y. Park, J. L. Hirshfield, *Phys. Rev. E* **62** (1997) 1266-83.

[8] Y. Nishida, S. Kusaka, N. Yugami, *Phys. Scr.* **T 52** (1994) 65-8.

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from opsi.ir on 2025-07-13]