

## مطالعه کارایی لیزر های آبشار کوانتومی در فرایند تولید اعداد تصادفی تحت اثر پسخوراند نوری متداول و پسخوراند نوری مزدوج فازی

خسرو مبهوتی، اکبر جعفری و یوسف مهدی زاده

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه ارومیه

چکیده - در این مقاله کارایی استفاده از خروجی لیزر آبشار کوانتومی در حضور پسخوراند نوری در فرایند تولید اعداد تصادفی بررسی شده است. بدین منظور از خروجی لیزر آبشار کوانتومی به عنوان مولد سیگنال نمونه بردار از خروجی لیزرهای نیمه رسانای آشوبناک استفاده شد. بررسی ها در دو حالت حضور پسخوراند نوری متداول و پسخوراند مزدوج فازی صورت گرفت و حالت مطلوب انتخاب شد. نتایج بدست آمده از شبیه سازی و حل عددی معادلات نشان می دهد که نرخ تولید اعداد تصادفی سریع تر از حالتی است که از لیزرهای دیودی مرسوم استفاده می شود.

کلید واژه - اعداد تصادفی، پسخوراند نوری، دوپایداری نوری، لیزر های نیمه رسانای آبشار کوانتومی، نمونه برداری نوری

## Study of the Performance of quantum cascade lasers in the process of random number generating, under influence of conventional optical feedback and Phase conjugate feedback

Khosro Mabhouti, Akbar Jafari and Yousef Mehdizadeh

Physics Department, Faculty of Sciences, Urmia University

Abstract- In this paper, the Performance of quantum cascade laser, subjected to optical feedback, in the process of random number generating is investigated. For this purpose, the output of the quantum cascade laser was used as a sampler signal generator from the output of chaotic semiconductor lasers. Investigations were done in two situations; conventional optical feedback and Phase conjugated feedback; and the optimal mode was selected. The obtained results show that the generation rate of random numbers is faster than that used by conventional laser diode.

Keywords: Random Numbers, Optical Feedback, Optical Bistability, Optical Sampling, Quantum Cascade Laser

## ۱- مقدمه

تولید اعداد تصادفی مشابه در زمینه کاربرد لیزرهای نیمه رسانا مقایسه می‌گردد.

## ۲- تئوری و مدل

### ۲-۱ معادلات نرخ لیزر نیمه رسانا

برای محاسبه تحول زمانی خروجی های لیزر آبشار کوانتومی لازم است که معادلات نرخ این لیزرها معرفی گردند. این معادلات در حضور پسخوراند حاصل از آینه خاچی متداول به صورت زیر خواهند بود: [3]

$$\frac{dE(t)}{dt} = \frac{1}{\tau} (1 + i\alpha) \left[ N_p g (N_\tau - N_\tau) - \frac{1}{\tau_p} \right] E + \eta' \exp(-i\Omega_0 \theta) E(t - \theta) \quad (2-1)$$

$$\frac{dN_\tau(t)}{dt} = \frac{I}{q} - \left( \frac{1}{\tau_{\tau_2}} + \frac{1}{\tau_{\tau_1}} \right) N_\tau(t) - g (N_\tau - N_\tau) |E|^2 \quad (2-2)$$

$$\frac{dN_\tau(t)}{dt} = \frac{N_\tau(t)}{\tau_{\tau_2}} - \frac{N_\tau(t)}{\tau_\tau} + g (N_\tau - N_\tau) |E|^2 \quad (2-3)$$

در معادلات فوق،  $E$  میدان الکتریکی،  $N_\tau$  و  $N_\tau$  به ترتیب جمعیت ترازهای سوم و دوم بوده و  $I_{in}$  جریان تزریقی به تراز سوم می‌باشد.  $q$  بار الکترون و  $g$  ضریب بهره است. زمان پراکندگی فوتون بین ترازهای سوم و دوم، و بین ترازهای سوم و اول، بین ترازهای دوم و اول به ترتیب با  $\tau_{\tau_1}$ ،  $\tau_{\tau_2}$  و  $\tau_p$  طول عمر فوتون،  $\alpha$  ضریب پهن شدن موثر است.  $\eta'$  شدت پسخوراند،  $\theta$  تاخیر پسخوراند و  $\Omega_0 \theta$  فاز پسخوراند می‌باشد. ثابت‌های عددی مورد استفاده در این مقاله مقادیر مورد استفاده در مرجع [9] می‌باشند. در حالتی که از آینه مزدوج فازی استفاده می‌کنیم، معادله (۲-۱) به صورت زیر اصلاح می‌گردد [3]:

$$\frac{dE(t)}{dt} = \frac{1}{\tau} (1 + i\alpha) \left[ N_p g (N_\tau - N_\tau) - \frac{1}{\tau_p} \right] E + \eta' \exp(-i\delta(t - \frac{\tau}{2}) + i\Omega_0 \theta) E(t - \theta) \quad (2-4)$$

که در آن  $(-i\delta(t - \frac{\tau}{2}) + i\Omega_0 \theta)$  فاز پسخوراند می‌باشد.  $\delta$  نامیزانی فرکانسی و  $\tau$  تاخیر زمانی درون آینه است. در این مقاله برای  $\delta$  مقدار صفر در نظر گرفته شده است. برای پردازش سیگنال نیاز است که داده‌ها به حوزه فرکانسی منتقل گردند. بدین منظور از تبدیل فوری<sup>۱</sup> استفاده می‌نماییم [7]. بدین ترتیب اگر سیگنال  $x(n)$

تولید اعداد تصادفی یکی از مدرن‌ترین روش‌های رمزنگاری است که برای تامین امنیت حریم خصوصی و ذخیره سازی اطلاعات بکار می‌رود [1].

به طور کلی دو روش برای تولید اعداد تصادفی وجود دارد، روش‌های مبتنی بر پردازش‌های نرم‌افزاری و روش‌های مبتنی بر پدیده‌های فیزیکی. در گذشته امکان تولید اعداد شبه تصادفی با سرعت‌های بالا تا چندین گیگا بیت بر ثانیه، با بهره‌گیری از الگوریتم‌های قطعی وجود داشت. این نوع اعداد تصادفی مشکل آسیب‌پذیر بودن را داشتند. بعدها تولید اعداد تصادفی فیزیکی با توجه به ماهیت غیر قابل پیش بینی بودن فرایندهای فیزیکی پیشنهاد شد. برای مثال نویزهای تصادفی می‌توانند به عنوان منابع بی‌نظمی در تولید اعداد تصادفی فیزیکی بکار روند. اما این سیستم‌ها نرخ بیت‌های خیلی پایینی دارند [۲].

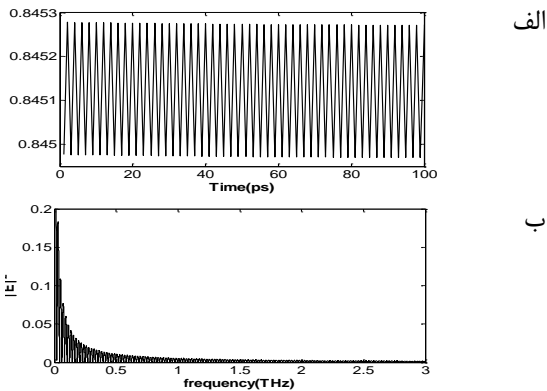
درسال‌های اخیر لیزرهای آشوبناک توجه بسیاری را در این زمینه به خود جلب کرده‌اند [3]. اولین تولیدکننده اعداد تصادفی آزمایشگاهی ساخته شده، دارای نرخ بیت ۱/۷ گیگابیت بر ثانیه بود [۴]. در کار دیگری، یک تولیدکننده اعداد تصادفی تمام اپتیکی پیشنهاد شد. این مولد اعداد تصادفی بر مبنای لیزرهای آشوبناک کار می‌کرد و در آن تمام فرایندهای پردازش سیگنال در یک دامنه اپتیکی انجام می‌شد [۵]. در کارهای قبلی که در زمینه تولید اعداد تصادفی انجام شده است تاثیر سیگنال نمونه بردار در افزایش نرخ تولید اعداد باینری بررسی نشده است.

در این مقاله، امکان استفاده از خروجی‌های لیزرهای نیمه رسانای آبشار کوانتومی با پسخوراند نوری به عنوان نمونه بردار اپتیکی، در تولید اعداد باینری بررسی می‌شود. این بررسی‌ها در دو حالت، لیزر آبشار کوانتومی با پسخوراند نوری حاصل از آینه خارجی رایج و پسخوراند حاصل از آینه مزدوج فازی صورت می‌گیرد. خروجی‌های لیزر در هر دو وضعیت، با استفاده از نمودارهای تحول زمانی شدت خروجی لیزر و طیف فرکانسی این خروجی‌ها، مقایسه شده و لیزر مناسب انتخاب می‌شود. سپس با استفاده از مدل هوپبرجتس [6] خروجی‌های این لیزرها به اعداد باینری تبدیل شده و نتیجه حاصله با نتایج حاصل از یک روش

متداول علی رغم داشتن فرکانس بالا انتخاب مناسبی برای استفاده به عنوان سیگنال نمونه بردار نیست.

### ۲-۲-۲ استفاده از پسخوراند مزدوج فازی

در وضعیت استفاده از پسخوراند مزدوج فازی با بهره گیری از معادلات نرخ مربوطه (معادلات ۲-۲ تا ۲-۴) و همچنین معادله (۲-۵) نمودارهای تحول زمانی و طیف فرکانسی را برای لیزر آبخار کوانتومی تحت شرایط مورد نظر بدست می آوریم (شکل ۲).

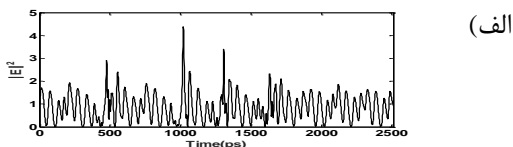


شکل ۲: نمودار شدت خروجی لیزر آبخار کوانتومی در حضور پسخوراند نوری حاصل از آینه مزدوج فازی (الف تحول زمانی ب) تحول فرکانسی برای  $\eta' = 0.01$  و  $\Omega, \theta = 0$ .

همانطور که در شکل (۲) دیده می شود. خروجی لیزر آبخار کوانتومی تحت اثر پسخوراند مزدوج فازی پایدار بوده و دارای فرکانس بالایی می باشد. این امر نشان می دهد که این نوع پسخوراند برای لیزرهای کوانتوم آبخاری می توانند انتخاب مناسبی برای امر نمونه برداری از سیگنال های رایج در تولید اعداد تصادفی فیزیکی باشد.

### ۲-۳ استخراج اعداد باینری

داده های باینری همان نمایش اعداد در مبنای دو می باشد (۰ و ۱) که اساس کار مخابرات دیجیتال و فیبر نوری را تشکیل می دهد [8]. برای بررسی عملکرد لیزر کوانتوم آبخاری در حضور پسخوراند مزدوج فازی، خروجی لیزر را به عنوان سیگنال نمونه برداری کننده از خروجی یک لیزر نیمه رسانای آشوبناک (شکل ۳) بکار بردیم. سپس خروجی نمونه برداری شده را با استفاده از مدل هوپبرچتس به اعداد باینری تبدیل کردیم.



(الف)

باشد، تبدیل فوریه آن به صورت زیر خواهد بود:

$$X(k) = \sum_n^{N-1} x(n) e^{-\frac{i\pi mk}{N}} \quad (2-5)$$

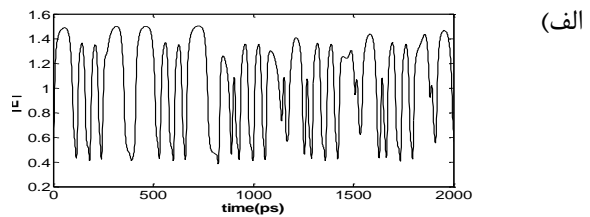
$$k = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

بزرگی  $X(k)$  را طیف  $x(n)$  گویند. مقادیر  $k$  با فرکانس سیگنال خروجی از لیزر متناظر است:  $f_k = \frac{kF_s}{N}$ . طول سیگنال نمونه برداری شده است. در این محاسبات  $F_s = 6.9 THz$  و  $N = 5091$  در نظر گرفته شده است.

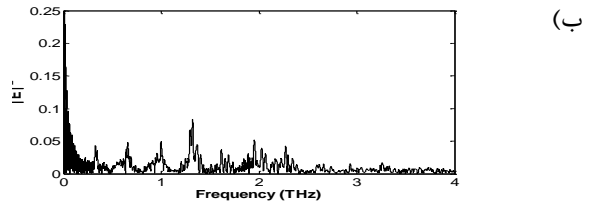
### ۲-۲ بررسی نتایج

#### ۲-۲-۱ استفاده از پسخوراند متداول

با استفاده از معادلات نرخ (۲-۱) تا (۲-۳) می توان نمودار تحول زمانی شدت خروجی لیزرهای آبخار کوانتومی تحت اثر پسخوراند نوری متداول را ترسیم نمود (شکل ۱-الف). نمودار حاصله، نشان دهنده مولفه های مختلف با پهنای متفاوتی می باشد که این مشخصات با ویژگی های سیگنال نمونه بردار ایده آل سازگار نیست. زیرا یک سیگنال نمونه بردار ایده آل باید پایدار بوده و دارای فرکانس بالایی جهت بالابردن نرخ نمونه برداری باشد [8]. لذا برای بررسی دقیق تر با استفاده از معادله (۲-۵) طیف فرکانسی سیگنال خروجی لیزر آبخار کوانتومی تحت اثر پسخوراند نوری متداول را رسم می نماییم (شکل ۱-ب).



(الف)



(ب)

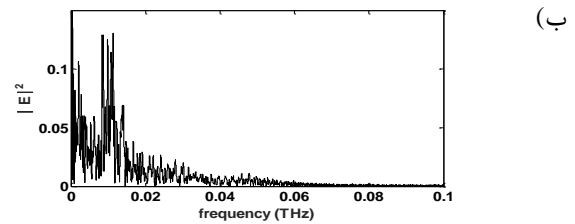
شکل ۱: نمودار شدت خروجی لیزر آبخار کوانتومی تحت اثر پسخوراند نوری متداول (الف تحول زمانی ب) تحول فرکانسی برای  $\eta' = 0.01$  و  $\Omega, \theta = 0$ .

با توجه به شکل ۱\_ب مشاهده می شود که پیک اصلی طیف فرکانسی که در محدوده  $1.25 THz$  قرار دارد، تک مولفه ای نمی باشد. بنابراین لیزر آبخار کوانتومی تحت اثر پسخوراند

خروجی‌های لیزر آشبار کوانتومی با پسخوراند نوری در دو وضعیت، تحت اثر پسخوراند متداول و تحت اثر پسخوراند مزدوج فازی مورد بررسی قرار گرفت. عمل نمونه برداری با استفاده از یک فرایند نمونه برداری تمام اپتیکی انجام می‌گیرد [8]. همچنین تبدیل پالس‌های خروجی به اعداد باینری با بهره‌گیری از یک مقایسه‌گر تمام اپتیکی بر پایه روشن-خاموش<sup>۲</sup> که توسط هوپبرچتس پیشنهاد شده - بود، صورت گرفت [6]. نتایج نشان داد که نوع پسخوراند اپتیکی مورد استفاده در عملکرد لیزر نیز دارای اهمیت می‌باشد (شکل ۱ و ۲). در مقایسه پسخوراند‌های اپتیکی در نظر گرفته شده در این مقاله، تاثیر پسخوراند مزدوج فازی نسبت به پسخوراند متداول در کاواک خارجی لیزر مطلوب تر می‌باشد. شبیه‌سازی‌ها نشان داد که لیزر آشبار کوانتومی تحت اثر پسخوراند مزدوج فازی می‌تواند موجب بالا رفتن نرخ بیت تولید کننده‌های تمام اپتیکی گردد و این لیزرها جایگزین مناسبی برای لیزرهای دیودی معمول در فرآیند تولید اعداد تصادفی هستند.

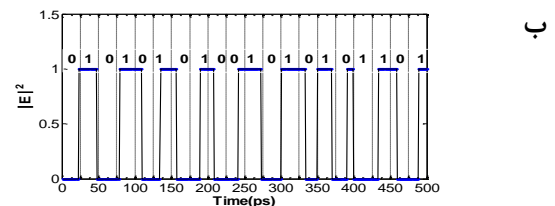
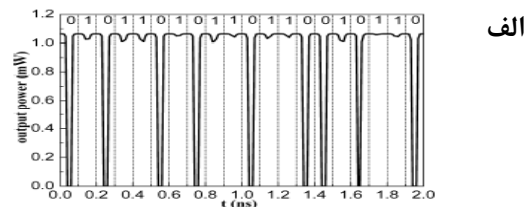
## مراجع

- [1] J.D. Hart, et al; "Recommendations and illustrations for the evaluation of photonic random number generators" APL Photonics 9 (2017) p. 090901.
- [2] L. Zhang et al; "640-Gbit/s fast physical random number generation using a broadband chaotic semiconductor laser" Scientific Reports 8 (2017).
- [3] J.Ohtsubo; "Semiconductor lasers: stability, instability and chaos"; Fourth ed. Vol. ۱۱۱ (۲۰۱۷).
- [4] A.Uchida, et al.; "Fast physical random bit generation with chaotic semiconductor lasers" Nature Photonics 2 (2008).
- [5] P.Li, C. Wang, and J.-Z. Zhang; "All-optical fast random number generator" Optics express 18 (2010).
- [6] K. Huybrechts; "Numerical and experimental study of the switching times and energies of DFB-laser based All-optical flip-flops", International Conference on Photonics in Switching, Pisa, Italy, (2009) 15-19.
- [7] S R Taghizade; "Digital Signal Processing" (2000).
- [8] S.Kumar and M.J. Deen; "Fiber optic communications: fundamentals and applications"; (2014).
- [9] G.Friart et al; "Analytical stability boundaries for quantum cascade lasers subject to optical feedback. Physical Review E, 93 (2016).



شکل ۳: خروجی لیزر آشوبناک با پهنای پالس فوق پهن الف) شدت بر حسب زمان ب) شدت بر حسب فرکانس. برای فاز پسخوراند  $\pi$  و شدت پسخوراند ۰.۰۴۵۵.

برای مقایسه درستی نتیجه بدست آمده، در شکل (۴) نتایج حاصل از شبیه سازی‌ها و حل عددی معادلات را (شکل ۴-ب) با نتایج مستخرج از عملکرد یک نمونه بردار نیمه رسانای مرسوم قفل مدی [5]، مقایسه می‌نماییم (شکل ۴-الف). همانطور که مشاهده می‌شود در شکل (۴-الف) مجموعاً ۲۰ عدد در بازه زمانی ۲ نانو ثانیه تولید شده است. این در حالی است که همان تعداد عدد توسط لیزرهای کوانتوم آشباری در حضور پسخوراند مزدوج فازی در بازه زمانی ۰.۵ نانو ثانیه تولید می‌گردد. این موضوع نشان دهنده بالاتر بودن سرعت تولید اعداد تصادفی در روش پیشنهادی این مقاله است.



شکل ۴: مقایسه داده‌های حاصل از کار ما با داده‌های حاصل از روش‌های رایج قبلی الف) داده‌های باینری حاصل از خروجی آشوبناک با نمونه برداری توسط لیزر مد قفل شده [5] ب) داده‌های باینری بدست آمده در این مطالعه.

## ۳- نتیجه‌گیری

در این کار نرخ تولید اعداد باینری در استفاده از

Flip-flop<sup>۲</sup>