

## بررسی انتشار پالس گاوسی از یک سیستم تار نوری به روش ماتریسی

فاطمه نگهبان، علیرضا کشاورز، محسن حاتمی

دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز

چکیده - امروزه بررسی انتشار پالس در سیستم فیبر نوری موضوعی با اهمیت است. روش معمول حل معادله موج حاکم است که در بسیاری از سیستم‌های تار نوری پیچیده است. در این مقاله ضمن معرفی روش ماتریس ABCD، برای یک سیستم خاص شامل مدولاتور دامنه AM و فیلترهای اپتیکی و یک خط پاشنده ماتریس‌های زمانی معرفی شده و با استفاده از آن‌ها شبیه سازی خروجی مورد نظر با وارد کردن پالس گاوسی به این سیستم نوری انجام می‌گردد. نتایج حاصل به عنوان یک پالس مدوله شده در لیزرهای تار نوری قفل شده مد قابل استفاده است.

کلید واژه- پالس گاوسی، ماتریس ABCD، مدولاتور دامنه، فیلتر گذردهی

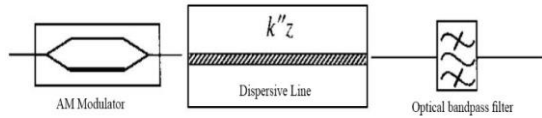
## Investigation of Gaussian Pulse Propagation in an Optical Fiber System with Matrix Method

**Fateme Negahban, Alireza Keshavarz, Mohsen Hatami**

Department of Physics, Shiraz University of Technology, Shiraz

Abstract-Todays, investigation of pulse propagation in an optical system is an important topic. The usual method is solving the wave equation which is complicated in many optical fiber systems. In this paper in addition to introduce the ABCD matrix method, a specific system including amplitude modulator, optical band pass filter and dispersive line is considered and the temporal matrices is introduced, then with considering a Gaussian pulse as input, the output is simulated. Results can be used as a modulated pulse in mode locking fiber lasers.

Keywords: Gaussian pulse, temporal matrix, ABCD matrix, AM modulator



شکل ۱ سیستم نوری طراحی شده شامل مدولاتور دامنه، فیلتر و محیط پاشنده

پالس ورودی سیستم بالا یک پالس گاوسی خواهد بود. برای یک پالس گاوسی به عنوان ورودی می‌توان رابطه‌ی زیر را در نظر گرفت [۴]

$$U(0, T) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{T}{T_0}\right)^2\right] \quad (1)$$

در این رابطه  $T_0$  مقدار نصف عرض در  $1/e$  نقطه‌ی شدت را نشان می‌دهد. اما مقدار دامنه‌ی عبارت  $U(z, T)$  در فاصله‌ی  $z$  در طول سیستم تار نوری ساده با استفاده از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود [۵]

$$U(z, T) = \frac{T_0}{(T_0^2 - i\beta_2 z)^{1/2}} \exp\left(\frac{-T^2}{2(T_0^2 - i\beta_2 z)}\right) \quad (2)$$

بنابراین یک پالس گاوسی در طول انتشار شکل خود را حفظ می‌کند اما با تغییر مقدار  $z$  عرض پالس متغیر خواهد بود.

#### ۲-۱ ماتریس ABCD در حوزه‌ی زمان

هنگام ورود پرتو به یک سیستم نوری و عبور آن از عناصر متفاوت نوری پارامتر  $q$  ورودی به پارامتر  $q$  خروجی تبدیل خواهد شد. در این شرایط می‌توان اثر هر کدام از عناصر نوری را به صورت یک ماتریس ABCD نمایش داد. با دانستن پارامتر  $q_{in}$  پرتو گاوسی و عناصر ماتریس انتقال پرتو می‌توان مقدار  $q_{out}$  را از قانون

$$q_{out} = \frac{Aq_{in} + B}{Cq_{in} + D} \quad (3)$$

بدست آورد. در بعد زمانی پارامتر  $q$  با استفاده از رابطه‌ی زیر مشخص خواهد شد [۶]:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{\tau^2} - jC \quad (4)$$

#### ۱- مقدمه

استفاده از ادوات نوری به ویژه تارهای نوری می‌تواند به انتقال سریع‌تر، بهتر و دقیق‌تر اطلاعات کمک کند [۱]. یک پالس می‌تواند در فضای آزاد، هوا و یا تار نوری منتشر شود [۲]. در این راستا شبیه‌سازی انتشار پالس این سیستم‌ها از اهمیت خاصی برخوردار است. روش معمول برای شبیه‌سازی و شناخت تحول زمانی پالس در این سیستم‌ها شناخت و حل معادلات حاکم است که به دلیل پیچیدگی حل تحلیلی برای دستیابی به جواب باید به حل عددی متوسل شد. با این وجود هنوز هم می‌توان با استفاده از روش ماتریسی ABCD در بعد زمان به حل تحلیلی پرداخت. هر چند این روش به دلیل عدم شناخت ماتریس حاکم همیشه امکان‌پذیر نیست و همچنین از تقریب‌های لازم نمی‌توان چشم‌پوشی کرد با این وجود در بسیاری از موارد بسیار سودمند است. در این مقاله ضمن معرفی این روش به اعمال آن برای یک سیستم تار نوری خاص شامل مدولاتور دامنه، یک فیلتر و یک خط پاشنده که از مهم‌ترین المان‌های یک سیستم تار نوری هستند پرداخته می‌شود.

#### ۲- مبانی نظری

در طراحی یک سیستم نوری پارامترهای متفاوتی مانند مدولاتور دامنه، مدولاتور فرکانس، فضای آزاد، فیلترهای گوناگون و غیره را می‌توان به کار برد. مطابق شکل ۱ فرض کنید یک سیستم تار نوری شامل مدولاتور دامنه AM، مسیر پاشنده و فیلتر گذردهی نور می‌باشد. پس از ورود پالس به فیبر نوری از یک مدولاتور دامنه عبور می‌کند و پس از آن یک مسیر پاشنده (که اصطلاحاً آن را خط پاشنده می‌نامیم) و در نهایت یک فیلتر باند عبوری نوری در مسیر آن قرار خواهد گرفت. مدولاتور دامنه از دسته‌ی مدولاتورهای آنالوگ است و وظیفه‌ی کنترل دامنه‌ی پالس را به عهده دارد. بهره‌گیری از فیلترهای قابل تنظیم نیز در سیستم‌های مخابرات نوری به دلیل افزایش طول موج ارسالی و دریافتی کانال‌ها و همچنین کاهش ابعاد قطعات رو به افزایش است [۳]. بنابراین می‌توان دلیل انتخاب سیستم نوری مورد نظر را دریافت.

پارامتر  $\gamma$  قابلیت انتقال فیلتر در طول واحد برای فرکانس مرکزی یعنی  $\omega = \omega_0$  را اندازه گیری می کند و  $\Delta\omega$  مقدار نصف پهنا را در میانه ی مقدار بیشینه نشان می دهد. بنابراین ماتریس مورد نظر برای فیلتر به صورت زیر خواهد بود

$$\begin{pmatrix} 1 & 2\gamma/\Delta\omega^2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

بهره ی نوری از عنصر فعال به طور همزمان در این ماتریس بیان می گردد که در آن  $\gamma$  و  $\Delta\omega$  به ترتیب ضریب بهره و پهنا ی پالس می باشند.

#### ۲-۴ خط پاشنده

پارامترهای یک ماتریس  $ABCD$  پس از گذشتن از یک محیط پاشنده در بعد زمان به صورت زیر نمایش داده می شوند [۶]

$$\begin{pmatrix} 1 & jk''z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (10)$$

این ماتریس نشان دهنده ی یک محیط پاشنده با فاصله ی  $z$  و با ضریب پاشندگی  $k''$  است.

از قانون ضرب ماتریس ها جهت ردیابی پرتو در خروجی استفاده خواهد شد. برای این کار از ماتریس های معرفی شده برای هر عنصر نوری کمک می گیریم [۷].

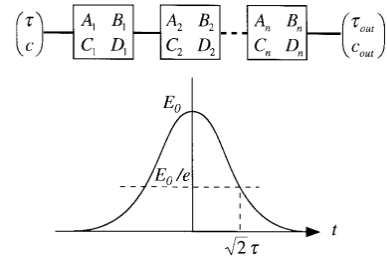
$$F_{AM} F_{filter} F_{DL} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \alpha_a & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2\gamma/\Delta\omega^2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & jk''z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & jk''z + 2\gamma/\Delta\omega^2 \\ \alpha_a & \alpha_a jk''z + 1 + 2\alpha_a\gamma/\Delta\omega^2 \end{pmatrix}$$

مقدار عبارت  $2\alpha_a\gamma/\Delta\omega^2$  بسیار کوچک تر از واحد است. بنابراین در محاسبات و شبیه سازی ها در نظر گرفته نمی شود. در نتیجه شکل کلی ماتریس انتقال به صورت زیر خواهد بود

$$F_{Total} = \begin{pmatrix} 1 & jk''z + 2\gamma/\Delta\omega^2 \\ \alpha_a & \alpha_a jk''z + 1 \end{pmatrix} \quad (12)$$

که  $\tau$  مقدار  $1/e$  پهنا ی پالس و  $C$  چیرپ شدگی را نمایش می دهند.



شکل ۲. نمودار ماتریس ABCD حوزه ی زمان بر اساس توزیع دامنه [۶]

#### ۲-۲ مدولاتور دامنه

معادله ی اصلی برای یک مدولاتور دامنه به صورت تقریبی مانند زیر نوشته می شود

$$\exp[-M(1 - \cos \omega t)] \cong \exp[-\frac{1}{2}M\omega t] \quad (5)$$

بنابراین پس از گذشت پالس ازین بخش عامل  $1/q_{out}$  به شکل زیر خواهد بود

$$\frac{1}{q_{out}} = \frac{1}{\tau^2} - jC + \alpha_a \quad (6)$$

$$\alpha_a = M\omega_M^2$$

$M$  دامنه ی مدولاسیون و  $\omega_M$  فرکانس زاویه ای مدولاسیون هستند. بنابراین عناصر ماتریس  $ABCD$  با ماتریس زیر بیان می شوند

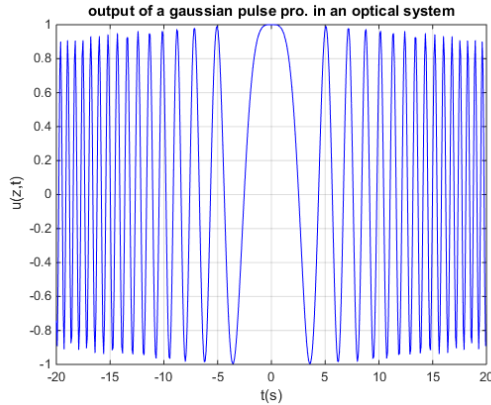
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \alpha_a & 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

تمام عناصر ماتریس مقادیری حقیقی هستند و از رابطه ی  $-1 \leq (A+D)/2 \leq 1$  تبعیت می کنند.

#### ۲-۳ فیلتر گذردهی نوری

با کمک یک تقریب سهموی فیلتر گذردهی نوری برای فیبر معادله ی زیر را برآورده می کند

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\gamma}{\Delta\omega^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} u \quad (8)$$



شکل ۴ تغییرات پالس گاوسی پس از گذشتن از سیستم طراحی شده

#### نتیجه گیری

در این مقاله به معرفی روش ماتریسی برای تحلیل انتشار پرتو گاوسی برای یک سیستم تار نوری بویژه شامل مدولاتور دامنه، یک فیلتر و یک خط پاشنده که از مهم‌ترین المان‌های یک سیستم تار نوری هستند با در نظر گرفتن اثر پاشندگی پرداخته شد. در صورت دانستن ماتریس‌های زمانی و پارامترهای آن‌ها استفاده از روش ماتریسی  $ABCD$  جایگزین مناسبی برای حل معادلات انتشار پالس می‌باشد. نتایج حاصل از بررسی انتشار پالس در لیزرهای فیبری حلقوی قفل شده مد و در بسیاری از طراحی‌های سیستم‌های ارتباطی تار نوری روشی ساده و پرکاربرد می‌باشد.

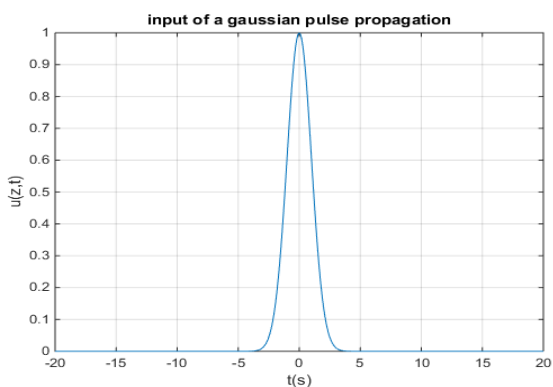
#### مراجع

- [1] Agrawal, Govind P. "Optical receivers." Fiber-Optic Communication Systems, Fourth Edition (2010): 128-181.
- [2] A. Yariv, *Introduction to Optical Electronics*. New York: Holt, Rinehart, and Winston, 1971
- [۳] بهمهء، زهرا. لطفی، حسین. جمشیدیقلعه، کاظم، پایان‌نامه: طراحی فیلترهای تمام نوری با استفاده از بلورهای فوتونی یک بعدی، ص ۴-۹، ۱۳۹۰
- [4] Mookerjee, S., and A. Yariv. *Analysis of Optical Pulse Propagation with ABCD Matrices*. No. physics/0103011. 2001.
- [5] Agrawal, Govind P. *Nonlinear fiber optics*. Academic press, 2007.
- [6] Nakazawa M, Kubota H, Sahara A, Tamura K. *Time-domain ABCD matrix formalism for laser mode-locking and optical pulse transmission*. IEEE Journal of Quantum Electronics. 1998 Jul; 34(7):1075-81.
- [7] Verdeyen, J. T., *Laser electronics. Laser electronics/2nd edition*, 1989, 640 p.

#### ۳- شبیه سازی

در این مقاله شبیه سازی انتشار پالس ورودی پالس گاوسی بدون چیرپ شدگی مطابق شکل ۳ از سیستم تار نوری معرفی شده در شکل ۱ شامل مدولاتور دامنه و فیلتر گذردهی نوری و سپس خط پاشنده توسط نرم‌افزار متلب انجام شده است. در این جا سعی شده است از ماتریس‌ها در بعد زمان استفاده شود. از طرفی در طراحی سیستم‌ها معمولاً از اثرات پاشندگی و غیرخطی فیبرها صرف نظر می‌شود که در این مقاله اثر پاشندگی در محاسبات در نظر گرفته شده است. همچنین در شبیه سازی‌ها  $z = 100(m)$  و  $\gamma = 0.02(W^{-1}m^{-1})$  می‌باشند.

شبیه سازی انتشار پالس از سیستم مورد نظر با استفاده از ماتریس انتقال (۱۲) و قانون  $ABCD$  معرفی شده با رابطه (۳) در حوزه زمان به سادگی امکان پذیر بوده و نتیجه در شکل ۴ گزارش شده است. همان طور که انتظار می‌رفت پس از ورود پالس گاوسی به سیستم مورد نظر شکل پالس دچار دگرگونی زمانی در طول انتشار ناشی از تاثیر سه المان طراحی شده گردیده است. همان گونه که مشاهده می‌شود استفاده از روش ماتریسی به شرط شناخت ماتریس  $ABCD$  هر المان جایگزین مناسبی برای حل معادلات انتشار حاکم می‌باشد. نتایج حاصل از انتشار پالس در سیستم تار نوری معرفی شده در لیزرهای فیبری قفل شده مد قابل استفاده است.



شکل ۳ شبیه سازی یک پالس گاوسی بدون چیرپ شدگی به عنوان ورودی  $t = T/T_0$