بیست و چهارمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک و
دهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۱۰ الی ۱۲ بهمن ۹۶ - دانشگاه شهرکرد
24th Iranian Conference on Optics and Photonics (ICOP 2018) and
9th Iranian Conference on Photonics Engineering and Technology (ICPET 2018)
Jan 30 - Feb 1 , 2018 - Shahrekord University

تاثیر حرکت اتم در حفظ درهم‌تنیدگی دو اتم دوترازی در یک محیط غیرمارکوفی

ساره گل‌کار، محمد کاظم توسلی

گروه اتمی و مولکولی، دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد

چکیده – در این مقاله دینامیک درهم‌تنیدگی دو اتم دوترازی در حال حرکت با در نظر گرفتن برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی در یک محیط غیرمارکوفی مشترک را بررسی می‌کنیم. نتایج نشان می‌دهند که در حضور برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی با انتخاب مناسب حالت اولیه اتم‌ها، امکان حفظ درهم‌تنیدگی فراهم می‌شود. هم‌چنین مشاهده می‌کنیم که حرکت اتمی در غیاب برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی منجر به حفظ درهم‌تنیدگی در مدت زمان طولانی می‌شود.

کلید واژه- غیرمارکوفی، برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی، چگالی طیفی، تلاقی.

The effect of atomic motion on the entanglement protection of two two-level atoms in a non-Markovian environment

S. Golkar, M. K. Tavassoly

Atomic and Molecular Group, Faculty of Physics, Yazd University

Abstract- In this paper, we consider the entanglement dynamics of two moving two-level atoms accompanied by dipole-dipole interaction within a common non-Markovian environment. The results show that, in the presence of dipole-dipole interaction by appropriately choosing the initial states of atoms, entanglement may be protected. Also, we find that atomic motion in the absence of dipole-dipole interaction leads to entanglement preservation in a long time.

Keywords: Non-Markovian, Dipole-dipole interaction, Spectral density, Concurrence.

۱- مقدمه

یک سامانه واقعی به طور اجتناب‌ناپذیری با محیط اطراف خود برهم‌کنش دارد به نحوی که منجر به از دست رفتن اطلاعات ذخیره شده در سامانه می‌شود [۱]. در صورتی که سامانه مورد نظر درون یک محیط مارکوفی قرار گرفته باشد کاهش درهم‌تنیدگی (واهمدوسی) به شکل میرایی نمایی است [۲] هم‌چنین سامانه فیزیکی ممکن است درون یک محیط غیرمارکوفی باشد. در این صورت، محیط قسمتی از اطلاعات را به سامانه برمی‌گرداند و حافظه طولانی مدت محیط منجر به احیای درهم‌تنیدگی می‌شود [۳]. امروزه به دلیل اهمیت روزافزون درهم‌تنیدگی، ایده-های مختلفی برای حفظ درهم‌تنیدگی مطرح شده است [۵، ۴]. در این مقاله به بررسی یک سامانه دوکیوبیتی در حال حرکت درون یک محیط مشترک غیرمارکوفی همراه با برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی می‌پردازیم.

۲- مدل

فرض می‌کنیم که دو کیوبیت مشابه A و B (دو اتم دو-ترازی) با یک محیط مشترک بوزونی در دمای صفر درجه برهم‌کنش می‌کنند. با در نظر گرفتن برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی هامیلتونی کلی این سامانه فیزیکی در تقریب موج چرخان را به صورت زیر معرفی می‌کنیم:

$$\begin{aligned} H &= H_0 + H_{\text{int}} + H_{dd}, \\ H_0 &= \omega_0(\sigma_+^A\sigma_-^A + \sigma_+^B\sigma_-^B) + \sum_k \omega_k a_k^\dagger a_k, \\ H_{\text{int}} &= (\alpha_1\sigma_+^A + \alpha_2\sigma_+^B)\sum_k g_k f_k(z) a_k + \text{H.C}, \\ \text{H}_{\text{dd}} &= K(\sigma_+^A\sigma_-^B + \sigma_+^B\sigma_-^A), \end{aligned} \qquad (۱)$$

که در آن ω_0 بسامد گذار دو کیوبیت، $\sigma_\pm^{A,\text{B}}$ عملگرهای بالابر و پایین‌بر کیوبیت‌های A و B هستند. $a_k, a_k^\dagger$ عملگرهای بوزونی نابودی و آفرینش مد kام منبع با بسامد ω_k و g_k ثابت جفت‌شدگی بین کیوبیت و مد kام منبع، α_1, α_2 ثابت‌های حقیقی بدون بعد هستند که قدرت برهم‌کنش هر کیوبیت را با مد منبع اندازه‌گیری می‌کنند [۶] و $f_k(z)$ بیانگر حرکت کیوبیت است [۷]. هم‌چنین $K = r_{12}^{-3}[\vec{\text{d}}_1.\vec{\text{d}}_2 - 3(\vec{\text{d}}_1.\vec{r}_{12})(\vec{\text{d}}_2.\vec{r}_{12})/r_{12}^2]$ ثابت برهم-کنش دوقطبی-دوقطبی است که در آن $\vec{\text{d}}_1(\vec{\text{d}}_2)$ دوقطبی لحظه‌ای کیوبیت A(B) و پارامتر $\vec{r}_{12} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ موقعیت نسبی دو کیوبیت را نشان می‌دهد. حال فرض می‌کنیم که حالت اولیه سامانه با داشتن یک برانگیختگی در کل سامانه به صورت زیر باشد:

$$|\psi(0)\rangle = (\text{c}_1(0)|1\rangle_1|0\rangle_2 + \text{c}_2(0)|0\rangle_1|1\rangle_2)|0_k\rangle_R \qquad (۲)$$

که در آن $|0_k\rangle_R$ حالت خلا مد kام منبع و $|0\rangle_j, |1\rangle_j\ (j=1,2)$ حالت‌های پایه و برانگیخته کیوبیت‌ها است. با توجه به فرض تک‌برانگیختگی، حالت کوانتومی سامانه در زمان t را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$|\psi(\text{t})\rangle = (\text{c}_1(t)|1\rangle_1|0\rangle_2 + \text{c}_2(t)|0\rangle_1|1\rangle_2)|0_k\rangle_R + \sum_k \text{c}_k(t)|0\rangle_1|0\rangle_2|1_k\rangle_R \qquad (۳)$$

که $|1_k\rangle_R$ حالت منبع با یک فوتون در مد kام است. اگر حرکت کیوبیت‌ها در راستای محور z باشد، تابع مد میدان منبع را به صورت $f_k(v\text{t})$ در نظر می‌گیریم که v سرعت کیوبیت است. برای مدهای TEM_{mnp} شکل این توابع به صورت زیر معرفی شده است [۷].

$$f_k(v\text{t}) = \sin(p_k \pi v t/L) \qquad (۴)$$

که در آن p_k تعداد نصف طول‌موج در مد kام میدان درون یک کاواک به طول L است. با در نظر گرفتن سرعت کیوبیت به صورت $v = g_k L/\pi$ و با فرض اینکه $p_1 = p_2 = \ldots = p_k \equiv p$ باشد، در نتیجه $f_k(z) = \sin(pg_k t)$. اکنون با استفاده از معادله شرودینگر وابسته به زمان $(i\hbar|\dot{\psi}(\text{t})\rangle = H|\psi(t)\rangle)$ به معادلات جفت شده زیر می‌رسیم:

$$i\dot{c}_1(t) = \alpha_1\sum_k g_k f_k(z) c_k(t) e^{-i(\omega_k-\omega_0)\text{t}} + Kc_2(t) \qquad (۵)$$

$$i\dot{c}_2(t) = \alpha_2\sum_k g_k f_k(z) c_k(t) e^{-i(\omega_k-\omega_0)\text{t}} + Kc_1(t) \qquad (۶)$$

$$i\dot{c}_k(t) = g_k^* f_k(z) c_k(t) e^{i(\omega_k-\omega_0)\text{t}} + [\alpha_1 c_1(t) + \alpha_2 c_2(t)] \qquad (۷)$$

با انتگرال‌گیری از معادله (۷) و جایگذاری $c_k(t)$ در معادلات (۵) و (۶)، به معادلات انتگرالی برای دامنه‌های $c_1(t)$ و $c_2(t)$ می‌رسیم:

$$\begin{aligned} \dot{c}_1(\text{t}) &= -\int_0^t dt_1 f(t-t_1)\alpha_1[\alpha_1 c_1(t_1) + \alpha_2 c_2(t_1)] - \text{iKc}_2(\text{t}), \\ \dot{c}_2(\text{t}) &= -\int_0^t dt_1 f(t-t_1)\alpha_2[\alpha_1 c_1(t_1) + \alpha_2 c_2(t_1)] - \text{iKc}_1(\text{t}), \end{aligned} \qquad (۸)$$

که در آن تابع هم‌بستگی $f(t-t_1)$ به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$f(t-t_1) = \int d\omega_k J(\omega_k)\ f_k(v\text{t}) f_k(v\text{t}_1) \exp[-i(\omega_k - \omega_0)(\text{t}-\text{t}_1)]. \qquad (۹)$$

در اینجا $J(\omega_k)$ چگالی طیفی میدان الکترومغناطیسی درون یک کاواک میرا است. هم‌چنین، فرض می‌کنیم که این چگالی طیفی به شکل لورنتسی باشد [۸]:

$$J(\omega_k) = \frac{W^2 \lambda}{\pi[(\omega_k - \omega_0)^2 + \lambda^2]} \qquad (۱۰)$$

پارامتر λ پهنای توزیع لورنتسی و تابع وزن W متناسب با بسامد رابی خلا است. برای بررسی دینامیک کیوبیت‌ها دو رژیم جفت‌شدگی ضعیف و قوی وجود دارد، در رژیم جفت‌شدگی ضعیف $(\lambda < 2W)$، رفتار کلی سامانه مارکوفی است. اما در رژیم قوی $(\lambda > 2W)$، رفتار سامانه غیرمارکوفی است و احیای درهم‌تنیدگی همراه با نوسانات است. با استفاده از چگالی طیفی در (۱۰)، تابع همبستگی $f(t-t_1)$ به صورت زیر خواهد شد:

$$f(t-t_1) = W^2 \sin(\Omega t)\sin(\Omega t_1)\exp[-\lambda(t-t_1)] \qquad (۱۱)$$

در به دست آوردن رابطه بالا، فرض کرده‌ایم $g_1 = g_2 = ... = g_k \equiv g$ و $\Omega = pg$. با قراردادن $f(t-t_1)$ در معادلات (۸) و (۹) و با استفاده از روش شبه‌مد [۹] و تقریب RWA، به چهار معادله جفت‌شده زیر می‌رسیم:

$$\begin{aligned}
\dot{c}_1(t) &= \frac{-iR}{4} r_1[b_1(t) + b_2(t)] - iKc_2(t),\\
\dot{c}_2(t) &= \frac{-iR}{4} r_2[b_1(t) + b_2(t)] - iKc_1(t),\\
\dot{b}_1(t) &= -(\lambda - i\Omega)\, b_1(t) - iR[r_1c_1(t) + r_2c_2(t)],\\
\dot{b}_2(t) &= -(\lambda + i\Omega)\, b_2(t) - iR[r_1c_1(t) + r_2c_2(t)],
\end{aligned} \qquad (۱۲)$$

که در آن $r_j = \alpha_j / \alpha_T,\ j = 1,2$ قدرت جفت‌شدگی نسبی، $\alpha_T = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}$ ثابت جفت‌شدگی جمعی و $R = \alpha_T W$ بسامد رابی خلا است. با گرفتن لاپلاس از چهار معادله بالا و در نظر گرفتن شرایط اولیه $b_1(0) = b_2(0) = 0$، به معادلات زیر می‌رسیم:

$$\begin{aligned}
sc_1(s) - c_1(0) &= \frac{-iR}{4} r_1[b_1(s) + b_2(s)] - iKc_2(s),\\
sc_2(s) - c_2(0) &= \frac{-iR}{4} r_2[b_1(s) + b_2(s)] - iKc_1(s),\\
sb_1(s) &= -(\lambda - i\Omega)\, b_1(s) - iR[r_1c_1(s) + r_2c_2(s)],\\
sb_2(s) &= -(\lambda + i\Omega)\, b_2(s) - iR[r_1c_1(s) + r_2c_2(s)].
\end{aligned} \qquad (۱۳)$$

در انتها با گرفتن عکس لاپلاس از معادلات اخیر، دامنه-های احتمال $c_1(t)$ و $c_2(t)$ به دست می‌آیند که به دلیل حجم بالای جواب‌ها از آوردن شکل صریحشان در اینجا خودداری می‌کنیم.

۳- درهم‌تنیدگی

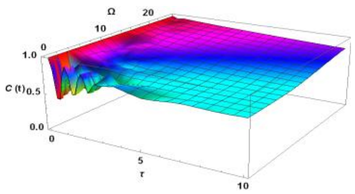
برای به دست آوردن دینامیک درهم‌تنیدگی یک سامانه دوکیوبیتی، سنجه تلاقی [۱۱] را محاسبه می‌کنیم، ماتریس کاهش‌یافته اتمی ρ در پایه‌های اتمی $\{|1\rangle_1|1\rangle_2, |1\rangle_1|0\rangle_2, |0\rangle_1|1\rangle_2, |0\rangle_1|0\rangle_2\}$ در زمان t به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\rho(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & |c_1(t)|^2 & c_1(t)c_2^*(t) & 0 \\ 0 & c_1^*(t)c_2(t) & |c_2(t)|^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-|c_1(t)|^2-|c_2(t)|^2 \end{pmatrix} \qquad (۱۴)$$

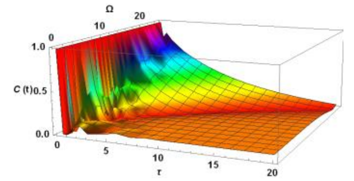
که با استفاده از آن و تعریف شناخته شده تلاقی، این سنجه برای سامانه مورد نظر به صورت بسته زیر به دست می‌آید:

$$C(t) = 2\left|c_1(t)\, c_2^*(t)\right| \qquad (۱۵)$$

اکنون با در نظر گرفتن حالت اولیه کیوبیت‌ها به صورت حالت درهم‌تنیده بل $|\psi_\pm(0)\rangle = 1/\sqrt{2}\,(|1\rangle_1|0\rangle_2 \pm |0\rangle_1|1\rangle_2)$، دینامیک درهم تنیدگی را با توجه به رابطه (۱۵) در رژیم جفت‌شدگی قوی (غیرمارکوفی) تجزیه و تحلیل می‌کنیم. شکل‌های ۱ و ۲، تحول زمانی تلاقی سامانه را برحسب زمان τ و حرکت اتمی Ω به ترتیب به ازای دو حالت اولیه متفاوت $|\psi_\pm(0)\rangle$ برای پارامترهای جفت‌شدگی نسبی $r_1 = \sqrt{1/5},\ r_2 = \sqrt{4/5}$ را نشان می‌دهند. تلاقی سامانه در هر دو نمودار در ابتدا رفتار نوسانی دارد و با گذشت زمان بیشینه مقدار درهم‌تنیدگی کاهش می‌یابد که در شکل ۱، به مقدار پایای غیرصفر، ۰/۷ و در شکل ۲ به مقدار بسیار کوچک ۰/۰۷۸ میرا شده است. لذا مشاهده می‌کنیم که به ازای حالت‌های اولیه مختلف رفتار دینامیکی درهم‌تنیدگی متفاوت است. هم‌چنین، نمودارها حاکی از آن است که در غیاب برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی با افزایش حرکت اتمی، درهم‌تنیدگی حفظ می‌گردد و فرایند میرایی در مدت زمان طولانی‌تری رخ می‌دهد.



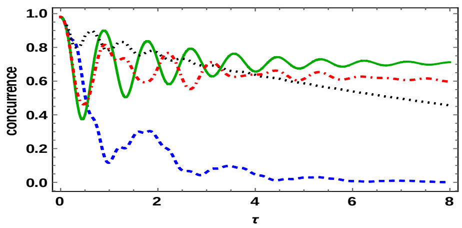
شکل ۱: تلاقی یک سامانه دوکیوبیتی بر حسب τ و Ω به ازای $K=0$ و $|\psi_-(0)\rangle$ در یک محیط غیرمارکوفی $R=10$.



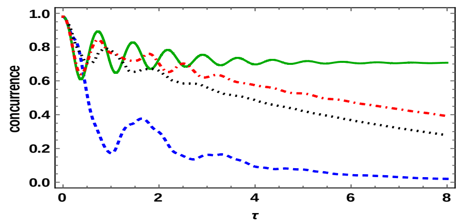
شکل ۲: تلاقی یک سامانه دوکیوبیتی بر حسب τ و Ω به ازای $K=0$ و $|\psi_+(0)\rangle$ در یک محیط غیرمارکوفی $R=10$.

شکل‌های ۳ تا ۶ تحول زمانی تلاقی سامانه را برحسب زمان، به ازای حالت اولیه $|\psi_-(0)\rangle$ و $|\psi_+(0)\rangle$ در یک

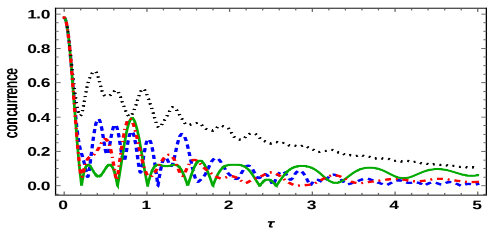
محیط غیرمارکوفی نشان می‌دهند. در این نمودارها تاثیر برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی و حرکت اتمی مورد بررسی قرار گرفته است. در شکل ۳ به ازای $|\psi_{-}(0)\rangle$ مشاهده می‌کنیم که در غیاب حرکت اتمی با افزایش قدرت برهم-کنش دوقطبی-دوقطبی درهم‌تنیدگی سامانه به صفر میل می‌کند. اگر حرکت اتمی را همراه با برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی در نظر بگیریم (شکل ۴) درهم‌تنیدگی سریع‌تر به صفر میل می‌کند.



شکل ۳: تلاقی یک سامانه دوکیوبیتی بر حسب τ به ازای $\Omega=0$ و $|\psi_{-}(0)\rangle$. $K=0$ (خط پیوسته، سبز)، $K=1$ (نقطه-خط، قرمز)، $K=5$ (خط چین، آبی)، $K=12$ (نقطه چین، مشکی).

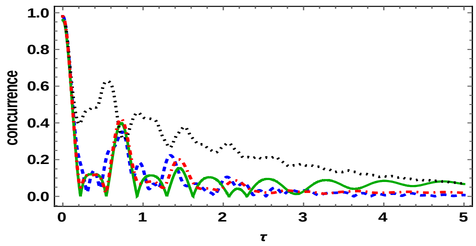


شکل ۴: تلاقی یک سامانه دوکیوبیتی بر حسب τ به ازای $\Omega=5$ و $|\psi_{-}(0)\rangle$. $K=0$ (خط پیوسته، سبز)، $K=1$ (نقطه-خط، قرمز)، $K=5$ (خط چین، آبی)، $K=12$ (نقطه چین، مشکی).



شکل ۵: تلاقی یک سامانه دوکیوبیتی بر حسب τ به ازای $\Omega=0$ و $|\psi_{+}(0)\rangle$. $K=0$ (خط پیوسته، سبز)، $K=1$ (نقطه-خط، قرمز)، $K=5$ (خط چین، آبی)، $K=12$ (نقطه چین، مشکی).

در شکل ۵ به ازای حالت اولیه $|\psi_{+}(0)\rangle$ به وضوح دیده می‌شود که در غیاب حرکت اتمی در حضور برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی هر چند که در نهایت واهمدوسی اتفاق می‌افتد، اما با افزایش آن فرایند میرایی درهم‌تنیدگی کاهش یافته اما با در نظر گرفتن حرکت اتمی (شکل ۶) دامنه نوسانات کاهش می‌یابد و درهم‌تنیدگی سامانه نسبت به شکل ۵ طی زمان کوتاه‌تری به صفر می‌رسد.



شکل ۶: تلاقی یک سامانه دوکیوبیتی بر حسب τ به ازای $\Omega=5$ و $|\psi_{+}(0)\rangle$. $K=0$ (خط پیوسته، سبز)، $K=1$ (نقطه-خط، قرمز)، $K=5$ (خط چین، آبی)، $K=12$ (نقطه چین، مشکی).

۴- نتیجه‌گیری

نتایج نشان می‌دهند که در غیاب برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی برای دو حالت اولیه بل ذکر شده، افزایش حرکت اتمی منجر به حفظ درهم‌تنیدگی می‌شود و تلاقی به مقدار پایای غیرصفر می‌رسد. اما با در نظر گرفتن برهم-کنش دوقطبی-دوقطبی، بسته به انتخاب حالت اولیه اتم-ها، دینامیک درهم‌تنیدگی متفاوتی را مشاهده می‌کنیم: به ازای $|\psi_{+}(0)\rangle$ با افزایش قدرت برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی میزان واهمدوسی کاهش یافته و درهم‌تنیدگی سامانه بعد از گذشت زمان زیادی به صفر می‌رسد اما به ازای $|\psi_{-}(0)\rangle$ درهم‌تنیدگی سامانه سریع‌تر از بین می‌رود. همچنین، اگر برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی در حضور حرکت اتمی باشد فرایند میرایی درهم‌تنیدگی سریع‌تر رخ می‌دهد. لذا همیشه وجود برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی منجر به حفظ درهم‌تنیدگی نمی‌شود.

مراجع

[1] W. Dur and H. J. Briegel, Phys. Rev. Lett. **92**, 180403 (2004).
[2] T. Yu and J. Eberly, Phys. Rev. Lett. **93** 140404 (2004).
[3] B. Bellomo, R. L. Franco, S. Maniscalco, and G. Compagno, Phys. Rev. A **78**, 060302 (2008).
[4] B. Bellomo, R. L. Franco, and G. Compagno, Phys. Rev. Lett. **99**, 160502 (2007).
[5] X. Xiao, M.-F. Fang, Y.-L. Li, K. Zeng, C. Wu, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **42** 235502 (2009).
[6] S. Maniscalco, F. Francica, R. L. Zaffino, N. L. Gullo, and F. Plastina, Phys. Rev. Lett. **100**, 090503 (2008).
[7] R. R. Schlicher, Opt. Commun **70**, 97 (1989).
[8] H.-P. Breuer, F. Petruccione, "*The theory of open quantum systems*" (Oxford University Press on Demand), (2002)
[9] B. Garraway, Phys. Rev. A **55**, 2290 (1997).
[10] W. K. Wootters, Phys. Rev. Lett. **80**, 2245 (1998).