بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

بررسی تحول و اشباع خطی بلند مدت لیزر الکترون آزاد در رژیم رامان

امیر چخماچی و لاله عطائی سرشت

پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، پژوهشکده فیزیک پلاسما و گداخت هسته ای

چکیده – در این مقاله بااستفاده از نظریه غیر خطی، تحول زمانی شبه خطی تابع توزیع باریکه الکترونی، انرژی باریکه و چگالی انرژی امواج اختلالی، در لیزر الکترون آزاد با حضور موج بار فضا و در رژیم رامان بررسی شده است. تحول زمانی شبه خطی سیستم در مدت زمان طولانی با در نظر گرفتن مدل "*water-bag*"برای تابع توزیع مورد بررسی قرار گرفته است. برای داشتن طیف نسبتاً وسیعی از ذرات تشدیدی گستره ی پهنی از امواج در نظر گرفته شده اند. با استفده از معادلات ولاسوف- ماکسول و توصیف شبه خطی، معادلات تحول شبه خطی در زمان طولانی برای اندازه حرکت میانگین و پهنای تابع توزیع ذرات، انرژی پرتو ذرات، طیف انرژی موج اختلالی و نیز بازده سیستم بدست آمده است.

کلید واژه- تحول شبه خطی، لیزر الکترون آزاد، رژیم رامان، بازده، اشباع

Long-time Quasilinear evolution and saturation of free electron laser in Raman regime

Chakhmachi Amir and Ataeiseresht laleh

Nuclear Science and Technology Institute, Plasma Physics and Nuclear Fusion Research School

Abstract- The long-time quasilinear evolution of the electron beam distribution function and the spectral energy density in a free- electron laser in presence of the space charge wave is investigated. The long-time quasilinear evolution of system is investigated within the context of a simple "water-bag" model for distribution function. A broad spectrum of waves is assumed in order to have a relatively wide range of resonant particles. By means of the Vlasov- Maxwell equation the long time quasilinear evolution of the mean electron momentum, the momentum spread, the spectral energy density, the beam energy and the efficiency of free electron laser are derived in Raman regime.

Keywords: quasilinear evolution, free electron laser, Raman regime, efficiency, saturation

۱- مقدمه

بررسی تحول غیر خطی و اشباع لیزرهای الکترون آزاد چه از لحاظ نظری و چه از نظر عملی و آزمایشگاهی دارای اهمیت بسیار زیادی می‌باشند. از طریق این بررسی‌ها، بازده سیستم مشخص شده و می‌توان راهکارهایی جهت افزایش بازده سیستم پیشنهاد کرد. زمانی که طیف گسترده‌ای از امواج برانگیخته می‌شوند اشباع از طریق تحول شبه خطی صورت می‌گیرد. ناپایداری لیزر الکترون آزاد در دو رژیم اتفاق افتاده و قابل بررسی است. هنگامی که چگالی پرتو ذرات کم بوده و انرژی پرتو بالااست(سرعت میانگین ذرات پایین است)، مد بار- فضا تحریک نشده و ذرات از طریق موج پاندرماتیو در ناپایداری شرکت می کنند این رژیم کاری ناپایداری، رژیم کامپتون نامیده می شود. زمانی که چگالی پرتو ذرات بالا بوده و انرژی پرتو کم است مد بار- فضا تحریک شده و ذرات مستقیما از طریق این مد در ناپایداری و تبادل انرژی با امواج الکترومغناطیس شرکت می کنند در نتیجه پتانسیل $\delta\phi$ مد بار-فضا حائز اهمیت شده و مکانیسم ناپایداری لیزر الکترون آزاد، وارد رژیم رامان می-شود. اشباع شبه خطی پس از تقویت موج ورودی در زمانهای اولیه به سرعت از طریق تشکیل Platu یا یک ناحیه تخت در تابع توزیع ذرات پرتو الکترونی در حول و حوش ناحیه ناپایداری صورت می‌گیرد، این نوع اشباع، اشباع شبه خطی سریع لیزر الکترون آزاد نامیده شده و در مرجع [۱] در رژیم کامپتون مورد بررسی و مطالعه قرار گرفته است. خواص و ویژگی‌های ناپایداری اعم از نرخ رشد و چگونگی انتشار امواج در لیزر الکترون آزاد در رژیم رامان در مرجع [۲] و اشباع شبه خطی سریع لیزر الکترون آزاد در رژیم رامان در مرجع [۳] به طور کامل مورد بررسی قرار گرفته است. مسئله‌ای که در اینجا سوال برانگیز است این است که بعد از تشکیل این ناحیه تخت و اشباع اولیه و سریع، تحول تابع توزیع، چگونگی ناپایداری لیزر الکترون آزاد، مکانیسم تقویت و اشباع این مکانیسم به چه صورت است. این تحول ثانویه که بعد از اشباع اولیه شروع می شود، تحول شبه خطی بلند مدت لیزر الکترون آزاد نامیده می شود. در این مقاله سعی شده است با وارد کردن موج بارفضا ($\delta E_z \neq 0$ و $\delta\varphi \neq 0$) تحول شبه خطی بلند مدت مکانیسم تقویت لیزر الکترون آزاد را در رژیم رامان (چگالی پرتو ذرات بالا و انرژی پرتو کم است) مورد بررسی و مطالعه قرار دهیم.

۲- مدل فیزیکی

پرتو الکترونی نسبیتی چگال و بدون برخوردی را در نظر بگیرید که در راستای محور zها در داخل یک میدان مغناطیسی چرخشی $B_0 = -B_\omega Cosk_0 z\hat{e}_x - B_\omega Sink_0 z\hat{e}_y$ در حال انتشار است. که در این رابطه $B_\omega = const$ دامنه‌ی میدان پیچشی و $\lambda_0 = \frac{2\pi}{k_0}$ طول موج تولید تابش لیزر الکترون آزاد است. اساس مدل شبه خطی بر پایه معادلات غیر خطی و نسبیتی ولاسوف- ماکسول برای یک دسته مشخص از توابع توزیع پرتو ذرات به شکل $f_0(z, p_z, t) = n_0\delta(p_x)\delta(p_y)G(z, p_z, t)$ بنا نهاده شده است که در آن $n_0 = const$، P_x و P_y به ترتیب چگالی تعادلی و اندازه حرکت‌های کانونی عرضی هستند. در مرجع [۳] تحول زمانی غیر خطی الکترون آزاد برای پتانسیل‌ها و میدان‌های اختلالی که تقریباً به آرامی تغییر می‌کنند و دارای تابع توزیع میانگین به شکل

$$G_0(p_z, t) = \frac{1}{2L}\int_{-L}^{L} dz\, G(z, p_z, t) \qquad (۱)$$

با طول تناوب 2L هستند مورد بررسی قرار گرفته است. اگر از معادله غیر خطی ولاسوف روی طول تناوب استاتیکی 2L میانگین گیری شود، تحول زمانی تابع توزیع میانگین $G_0(p_z, t)$ حاصل می‌شود :

$$\frac{\partial G_0}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} < G >= \frac{\partial}{\partial p_z} < \delta G \frac{\partial}{\partial z} \delta H > 0 \qquad (۲)$$

و زمانی که فقط اندرکنش‌های خطی در نظر گرفته شود معادله خطی شده ولاسوف حاصل می‌گردد که تحول زمانی تابع توزیع اختلالی را برای اختلال‌های کوچک به دست می‌دهد.

$$\frac{\partial \delta G}{\partial t} + \frac{p_z}{\gamma m}\frac{\partial}{\partial z}\delta G - (\frac{\partial}{\partial z}\delta H)\frac{\partial}{\partial p_0}G_0 = 0 \qquad (۳)$$

بستگی زمانی کمیت اختلالی به صورت $\exp(-i\int_0^t dt'(\omega_k(t') + i\gamma(t')))$ فرض می‌شود. با در نظر گرفتن این فرضیات مطابق با مرجع [۳] می‌توان معادلات غیرخطی را برای تابع توزیع میانگین

$G_0(p_z,t)$ و چگالی انرژی تقویت اختلالات را به دست آورد. تحول زمانی $G_0(p_z,t)$ به صورت [۳]

$$\frac{\partial}{\partial t}G_0(p_z,t)=\frac{\partial}{\partial p_z}(D(p_z,t)\frac{\partial}{\partial p_z}G_0(p_z,t)) \quad (۴)$$

بدست می آید، که در این رابطه $D(p_z,t)$ ضرایب پخش در فضای ممنتوم است و با استفاده از رابطه زیرمعرفی می‌شود[۱و۳] :

$$D(p_z,t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} ik^2\frac{\left|\delta H_k\right|^2}{(\Omega_k-kV_z)} \quad (۵)$$

تحول زمانی هامیلتونین اختلالی نرمالایز شده $\left|\delta H_k\right|^2$ مطابق است [۱و۳] با :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left|\delta H_k\right|^2=2\gamma_k\left|\delta H_k\right|^2 \quad (۶)$$

با استفاده از تجزیه فوریه اختلال و با در نظر گرفتن اختلال وابسته به زمان، معادله خطی شده ولاسوف رابطه پاشندگی بی در رو را به صورت زیر حاصل می‌کند :

$$\begin{aligned}&c^2k^2D_k^L(\Omega_k)D_{k-k_0}^T(\Omega_k)=\\&1/2a_\omega^2[D_{k-k_0}^T(\Omega_k)+D_{k+k_0}^T(\Omega_k)]\times \quad (۷)\\&\left\{[\chi_k^{(1)}]^2-c^2k^2D_k^L(\Omega_k)[\chi_k^2+\alpha_3\omega_{\mathrm{Re}}^2]\right\}\end{aligned}$$

که در این رابطه توابع $D_{k+k_0}^T$ ، و $D_{k-k_0}^T$ و D_k^L توابع دی الکتریک امواج عرضی و طولی و $\chi_k^{(n)}$ پذیرفتاری مغناطیسی مؤثر هستند [۱و۳].

بنابراین مجموعه معادلات (۴-۷) شرح کاملی از معادلات غیر خطی سیستم را در رژیم رامان به دست می‌دهند.

۲-۱- تحول زمانی شبه خطی لیزر الکترون آزاد با استفاده از تابع توزیع water bag

مراجع [۱] و [۳] نشان می دهند که در شرایط تشدید ضعیف فرآیندهای شبه خطی سریع سبب هموارسازی و تشکیل plateau در ناحیه تشدید در تابع توزیع ذرات می‌شوند که مطابق با $\frac{\partial G_0}{\partial p_z}\to 0$ در این ناحیه است. اکنون

سوال اینست که با گذشت زمان پس از شکل گیری سطح هموار چگونه تابع توزیع و چگالی انرژی طیفی تحول می‌یابند و چه زمان اشباع اتفاق می‌افتد. در این کار، ما تحول زمانی شبه خطی سیستم لیزر الکترون آزاد را در حضور موج بار فضا پس از تشکیل plateau، در مدت زمان طولانی به طور مفهومی با در نظر گرفتن مدل " water bag" به عنوان تابع توزیع در رژیم تشدیدی رامان مطالعه نمودیم. تابع توزیع $G_0(p_z,t)$ به صورت زیر فرض شده است :

$$G_0(p_z,t)=\begin{cases}\dfrac{1}{2\Delta t} & \left|p_z-p_0(t)\right|\le\Delta(t)\\ 0 & \left|p_z-p_0(t)\right|>\Delta(t)\end{cases} \quad (۸)$$

که در این رابطه ممنتوم میانگین $p_0(t)$ به صورت زیر است :

$$p_0=\langle p_z\rangle=\int_{-\infty}^{\infty}dp_z\,p_zG_0(p_z,t) \quad (۹)$$

و نیم پهنای $\Delta(t)$ به ریشه میانگین مربع ممنتوم با استفاده از رابطه

$$<(p_z-<p_z>)^2>=\int_{-\infty}^{\infty}dp_z(p_z-<p_z>)^2G_0(p_z,t)=1/3\Delta^2(t) \quad (۱۰)$$

مربوط می‌شود. ملاحظات مربوط به تابع توزیع (۹) نشان می‌دهد که تحول زمانی تابع توزیع می‌تواند با بررسی تحول خودبخودی $\Delta(t)$ ، $p_0(t)$ و چگالی طیف انرژی، مورد مطالعه قرار گیرد. عبارت تحول زمانی ممنتوم میانگین $p_0(t)$ با استفاده از معادلات (۴) و (۹) و انتگرال گیری روی p_z به دست می‌آید :

$$\frac{dp_0(t)}{dt}=-\int_{-\infty}^{\infty}D(p_z,t)\frac{\partial G_0}{\partial p_z} \quad (۱۱)$$

که در این رابطه داریم :

$$\frac{\partial G_0}{\partial p_z}=\frac{1}{2\Delta(t)}\left[\delta(p_z-[p_0(t)-\Delta(t)])-\delta(p_z[p_z(t)+\Delta(t)])\right] \quad (۱۲)$$

علاوه بر این برای نشان دادن توسعه زمانی نیم پهنا $\Delta(t)$ ما از معادله (۱۰) و (۴) بهره می‌گیریم که این تحول به شکل زیر به دست می‌آید :

$$\Delta(t)\frac{d\Delta(t)}{dt}=-3p_0(t)\frac{dp_0(t)}{dt}-3\int_{-\infty}^{\infty}dp_z\,D(p_z,t)\frac{\partial G_0}{\partial p_z} \quad (۱۳)$$

با فرض اینکه موج پراکنده شده رو به جلو غیر تشدیدی و موج پراکنده شده به سمت عقب تشدیدی است و یا به عبارت دیگر $\left|D_{k-k_0}^T\right|<<\left|D_{k+k_0}^T\right|$ ، $\left|\delta A_{k+k_0}^+\right|<<\left|\delta A_{k-k_0}^-\right|$. علاوه بر آن مطابق با مرجع [۲] با استفاده از رابطه $\delta\varphi_k(k)/\delta A_{k-k_0}^-=a_\omega\chi_k^{(1)}/2c^4k^4D_k^L$ عبارت δH_k می‌تواند به صورت زیر بیان شود :

$$\delta H_k=\left\{\frac{eB_\omega}{2\gamma mc^2k_0}-e(\frac{a_\omega\chi^{(1)}}{2c^2k^2D_k^L})\right\}\delta A_{k-k_0}^-\exp(-i\int_0^t\Omega_k(t')dt') \quad (۱۴)$$

بنابراین ضریب پخش به صورت زیر بدست خواهد آمد :

$$D(p_z,t)=2e^2\sum_{k=0}^{\infty}\left[(\frac{a_\omega\bar{\gamma}}{2\gamma})^2+\left|\frac{a_\omega\chi_k^{(1)}}{2c^2k^2D_k^L}\right|^2-2(\frac{a_\omega\bar{\gamma}}{2\gamma})\left|\frac{a_\omega\chi_k^{(1)}}{2c^2k^2D_k^L}\right|\right]$$
$$\times\frac{k^2\gamma_k}{[(\omega_k-kv_z)^2+\gamma_k^2]}\left|\delta A_{k-k_0}^-\right|^2$$
(۱۵)

۲-۲- تحول زمانی پارامترهای دینامیکی

با استفاده از هامیلتونین اختلالی (۱۴) چگالی طیف انرژی به صورت زیر حاصل می شود :

$$\varepsilon_k(t)=\frac{1}{2\pi c}\left[(\omega_k^2+\gamma_k^2)+c^2(k-k_0)^2+2c^2k^2\left|\frac{a_\omega\eta_k^{(1)}}{2(c^2k^2+\eta_k^0)}\right|^2\right]$$
$$\times\frac{p_k(t)}{c\ (k-k_0)\omega_k^2}$$
(۱۶)

که در آن $p(t)$ شار توان میانگین در جهت z، است.

$$p_k(t)=\frac{1}{8\pi c}\left[c(k-k_0)\omega_k\right]\left|\delta\bar{A}_{k-k_0}\right|\exp\left(2\int_0^t\gamma_k(t')dt'\right)$$
(۱۷)

با در نظر گرفتن رابطه (۱۷) رابطه زیر

$$\frac{\partial\varepsilon_k(t)}{\partial t}=2\gamma_k(t)\varepsilon_k(t) \qquad (۱۸)$$

نتیجه می شود. عبارت لازم برای تحول زمانی ممنتوم میانگین با جایگذاری معادلات (۱۸)، (۱۷)، (۱۶) و (۱۵) در معادله (۱۱) به شکل زیربدست می آید :

$$n_0\frac{dp_0(t')}{dt'}=-\frac{4\pi\bar{\gamma}}{\Delta'(t)}(\frac{\omega_{\mathrm{Re}}^2}{c^2k_0^2})\frac{1}{m_ec^3}\sum_{k=0}^{\infty}[\{[(\frac{a_\omega\bar{\gamma}}{2\gamma_-})^2+\left|\frac{a_\omega\eta_k^{(1)}}{2(c^2k^2+\eta_k^{(0)})}\right|^2$$
$$-2(\frac{a_\omega\bar{\gamma}}{2\gamma_-})\left|\frac{a_\omega\eta_k^{(1)}}{2(c^2k^2+\eta_k^{(0)})}\right|]\times\frac{1}{(\omega_k-ck\frac{p_0'-\Delta'}{\gamma_-})+\gamma_k^2}\}-$$
$$\{[(\frac{a_\omega\bar{\gamma}}{2\gamma_+})^2+\left|\frac{a_\omega\chi_k^{(1)}}{2(c^2k^2+\eta_k^{(0)})}\right|^2-2(\frac{a_\omega\bar{\gamma}}{2\gamma_+})\left|\frac{a_\omega\chi_k^{(1)}}{2(c^2k^2+\eta_k^{(0)})}\right|]\frac{1}{(\omega_k-ck\frac{p_0'-\Delta'}{\gamma_-})+\gamma_k^2}$$
$$\times\frac{c^3k_0k^2\gamma_k}{c(k-k_0)\omega_k}P_k(t)\}]$$
(۱۹)

به همین روش برای تغییرات نیم پهنای $\Delta(t)$ نسبت به زمان داریم :

$$n_0\frac{d\Delta(t')}{dt'}=\frac{12\pi\bar{\gamma}}{\Delta(t')}(\frac{\omega_{\mathrm{Re}}^2}{c^2k_0^2})\frac{1}{m_ec^3}$$
$$\sum_{k=0}^{\infty}\{[(\frac{a_\omega\bar{\gamma}}{2\gamma_-})^2+\left|\frac{a_\omega\eta_k^{(1)}}{2(c^2k^2+\eta_k^{(0)})}\right|^2-2(\frac{a_\omega\bar{\gamma}}{2\gamma_-})\left|\frac{a_\omega\eta_k^{(1)}}{2(c^2k^2+\eta_k^{(0)})}\right|]\frac{1}{(\omega_k-ck\frac{p_0'-\Delta'}{\gamma_-})^2+\gamma_k^2}+$$
$$[(\frac{a_\omega\bar{\gamma}}{2\gamma_+})^2+\left|\frac{a_\omega\eta_k^{(1)}}{2(c^2k^2+\eta_k^{(0)})}\right|^2-2(\frac{a_\omega\bar{\gamma}}{2\gamma_+})]\frac{1}{(\omega_k-ck\frac{p_0'-\Delta'}{\gamma_+})^2+\gamma_k^2}\}$$
$$\frac{ck_0c^2k^2}{c(k-k_0)\omega_k}P_k(t')$$
(۲۰)

در اینجا زمان نرمالیزه t' به صورت $t'=t/T_0$ تعریف می‌شود و T_0 با رابطه $T_0=\lambda_0/c=2\pi/ck_0$ تعریف می‌گردد. کمیت‌های p_0' و Δ' به ترتیب به مقادیر نرمالیزه شده p_0/mc و Δ_0/mc اشاره دارند.

معادلات (۲۰) و (۱۹) از طریق پارامترهای (ω,k,γ_k) به تابش بستگی دارند که از رابطه پاشندگی (۷) به دست آمده‌اند. تحول زمانی چگالی انرژی طیفی $\varepsilon_k(t)$ و شار توان میانگین $p_k(t)$ توسط معادلات (۱۷) و (۱۶) داده شده است.

انرژی میانگین ذرات و بازده سیستم توسط روابط

$$n_0mc^2\bar{\gamma}(t)=n_0mc^2\left[1+\frac{e^2B_\omega{}^2}{m^2c^4k_0^2}+\frac{p_0^2(t)}{m^2c^2}\right]^{1/2} \qquad (۲۱)$$

$$\eta(t)=\frac{\sum_k\varepsilon_k(t)-\sum_k\varepsilon_k(0)}{n_0mc^2(1-\bar{\gamma}(0))} \qquad (۲۲)$$

به اندازه حرکت میانگین ذرات مرتبط می شوند در نتیجه می توان با استفاده از روابط(۷) و (۱۸)-(۲۰) هم خود این کمیتها و هم تحول زمانی آنها را در زمانهای مختلف بدست آورده و تحلیل کرد.

۳- نتیجه‌گیری

در این مقاله دسته معادلات کامل و بسته ای (۲۲)-(۱۷)، جهت توصیف کامل تحول شبه خطی لیزر الکترون آزاد در رژیم رامان در زمان طولانی ارائه شد. با استفاده از حل عددی این دسته معادلات، می‌توان چگونگی تحول تابع توزیع از نظر تحول زمانی پهنا و ارتفاع آن، تحول مرکز تابع توزیع (اندازه حرکت میانگین ذرات)، چگونگی تغییر انرژی باریکه و بازده سیستم را تا رسیدن به زمان اشباع بررسی کرد. این مطالعه زمان دقیق اشباع، انرژی پرتو ذرات در زمان اشباع و از همه مهم تر میزان بازده را بدست می دهد. حل عددی این دسته معادلات اثر هریک از پارامترهای، میدان ویگلر، تابع توزیع (از نظر شکل و پهن شدگی در فضای فاز)، چگالی ها و انرژی های اولیه متفاوت را بر روی زمان اشباع و میزان بازده مکانیسم ارائه می دهد. با استفاده از نتایج بالا می توان مکانیسمی با پارامتر های بهینه طراحی کرد که بازده آن بیشینه باشد.

مراجع

[1] A. M. Dimos and R. C. Davidson, Phys. Fluids **28**, 677 (1985).

[2] A. Chakhmachi and B. Maraghechi, Phys. Plasmas **16**, 043110 (2009).

[3] A. Chakhmachi and B. Maraghechi, Phys. Plasmas **16**, 073107 (2009).