

محاسبه تغییرات ضریب شکست در تقویت کننده فیبری با فرض انتشار همرفت و تابشی گرما از سطح فیبر

مریم کریمی^{۱*}، کاظم جمشیدی قلعه^۲، مهدی امنیت طلب^۳، امیر سپهوند^۲، آذین شوهانی^۳

^۱پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، سازمان انرژی اتمی، انتهای خیابان کارگر شمالی، تهران

^۲گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه شهید مدنی آذربایجان

^۳گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه ارومیه

چکیده - در این مقاله با افزودن تاثیر تابش از سطح فیبر به همراه جریان همرفت گرما، معادلات انتشار گرما در تقویت کننده فیبری بازنویسی شد. با حل عددی معادله مرتبه چهار، دمای سطح در تقویت کننده فیبر تعیین و سپس با استفاده از آن، دما و ضریب شکست در هر فاصله طولی و شعاعی از مرکز فیبر در تقویت کننده فیبری تعیین شد. همچنین تغییرات دمایی برای مقادیر مختلف پمپ ورودی محاسبه و نتایج آن با تفسیر ارائه شد.

کلیدواژه - ضریب شکست، اثرات گرمایی، انتقال تابشی حرارت.

Calculation of refractive index variation in fiber amplifier with convection and radiation heat transfer from fiber surface

Maryam Karimi¹, Kazem Jamshidi-Ghaleh², Mahdi Amniat Talab³, Amir Sepahvand², Azin Shohani³

¹Institute of Nuclear Science and Technology, AEOI, Tehran, Iran

²Department of Physics, Azarbaijan Shahid Madani University, West Azarbaijan, Tabriz, Iran

³Department of Physics, Urmia University, 11km SERO Road, Urmia, , Iran

Abstract- In the present paper, by increasing the radiation effect on convection heat term, the heat transfer equation was rewritten at the fiber amplifier. By numerical solving of the fourth order equation, the surface temperature of fiber amplifier was determined and then using it, the temperature and refractive index at any longitudinal and radial distance of fiber amplifier was determined. The temperature variation of different pump power was calculated and the results were interpreted.

Keywords: Refractive Index, Thermal Effects, Radiation Heat Transfer

۱- مقدمه

در این مقاله انتقال گرما از طریق تابش در محاسبات گرمایی لحاظ شده است و معادلات با فرض انتقال همرفت و تابشی بازنویسی شده است. انتشار گرما با رابطه زیر بیان می‌شود [۳]:

$$\nabla(-K\nabla T) = Q(z), \quad (1)$$

که برای نواحی مختلف معادله انتشار گرما به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_{co}(r)}{\partial r} \right) = -\frac{Q(z)}{K}, \quad (0 \leq r \leq a) \quad (2)$$

و برای ناحیه غلاف داریم:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_{cl}(r)}{\partial r} \right) = 0, \quad (a \leq r \leq c) \quad (3)$$

در عبات فوق r ، مختصه شعاعی فیبر، $K = 1.38 \text{ Wm}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ، ضریب هدایت گرمایی در محیط (شیشه)، T_{co} و T_{cl} ، به ترتیب دما در ناحیه مغزی و غلاف‌ها است. $Q(z)$ ، گرمای تولید شده در محیط بهره، منبع گرمای تولید شده در مغزی فیبر از رابطه $Q(z) = \frac{\alpha P_{abs}(z)}{\pi a^2} (1-S)$ پیروی می‌کند که در آن، $\alpha = \alpha_s(x) + \alpha_p$ و تلفات در طول موج دمش و $\alpha_s(x)$ ، ضریب پراکندگی است. S ، ضریب بهره کوانتومی است که مقدار آن برابر λ_p / λ_s ، که $\lambda_s = 1010 \text{ nm}$ و $\lambda_p = 975 \text{ nm}$ توان جذب شده در فیبر است که برای یک تقویت کننده، $P_{abs}(z) = P_p(z)$ در نظر گرفته می‌شود [۴]. با فرض آنکه اتصال بین ناحیه غلاف و مغزی کامل باشد آنگاه طبق شرایط مرزی دما و مشتق آن در مرزها پیوسته است، دما در مرکز فیبر ثابت است زیرا مشتق دما در مرکز باید صفر باشد. با فرض برابر بودن مقادیر ضریب رسانایی گرمایی در سه ناحیه، شرایط مرزی فقط در ناحیه غلاف با هوای اطراف باید لحاظ شود با این فرض فیبر تک غلافه خواهد بود و در این حالت داریم:

$$T_{co}(a) = T_{cl}(a), \quad \frac{dT_{co}(r=a)}{dr} = \frac{dT_{cl}(r=a)}{dr} \quad (4)$$

انتشار گرما از سطح فیبر به بیرون با دو عامل همرفتی هوای اطراف و تابش از سطح فیبر انجام می‌شود با صرف نظر از پوشش نازک خارجی فیبر شرایط مرزی در مرز هوا و غلاف فیبر به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{dT_{cl}(r=c)}{dr} = \frac{h}{K_h} (T_c - T_{cl}(r=c)) + \frac{\sigma_b \epsilon}{K_h} (T_c^4 - T_{cl}^4(r=c)) \quad (5)$$

در معادلات فوق $h = 100 \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-1}$ ضریب انتقال همرفت،

آلاینده موجود در محیط لیزر یا تقویت کننده که تحت دمش قرار می‌گیرد با وجود نقص‌های کوانتومی باعث تولید حرارت در محیط فعال می‌شود.

حرارت در محیط فعال محدودیت‌هایی در افزایش توان لیزرها و تقویت کننده‌ها ایجاد می‌کند زیرا گرما باعث ایجاد پدیده‌های مختلف مانند لنزهای گرمایی، تنش‌های مکانیکی در محیط فعال، تغییر ضریب شکست و در نتیجه دوشکستی شدن محیط فعال می‌شود این پدیده در لیزرهای بزرگ حالت جامد باعث ایجاد عدسی گرمایی و در لیزرها و تقویت کننده‌های فیبری باعث پدیده نوظهور ناپایداری مدی می‌شود که باعث ایجاد نوساناتی در مقیاس کیلوهرتز در خروجی آنها می‌شود [۱].

مطالعه و بررسی توزیع حرارت و در پی آن تغییرات ضریب شکست در تقویت کننده‌ها و لیزرهای فیبری اولین گام برای پیش‌بینی و کنترل این پدیده در لیزرها و تقویت کننده‌های توان بالا محسوب می‌شود. در لیزرهای با سطح مقطع بزرگ خنک‌سازی معمولاً توسط جریان آب صورت می‌گیرد ولی در لیزرها و تقویت کننده‌های توان بالای فیبری خنک‌سازی توسط هوای اطراف انجام می‌شود. در این مقاله انتقال تابشی گرما از سطح فیبر در محاسبات انتقال حرارتی در تقویت کننده فیبری اضافه و روابط مربوطه بازنویسی شده است. همچنین تاثیر اثرات گرمایی در تغییرات ضریب شکست محاسبه و نتایج حاصل از شبیه‌سازی برای مقادیر مختلف پمپ ورودی ارائه و تفسیر شده است.

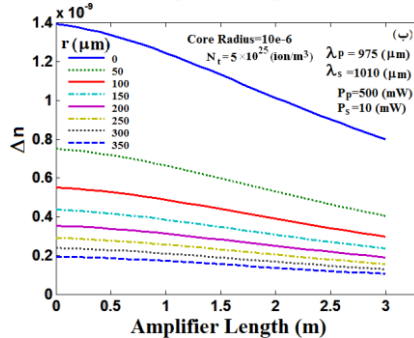
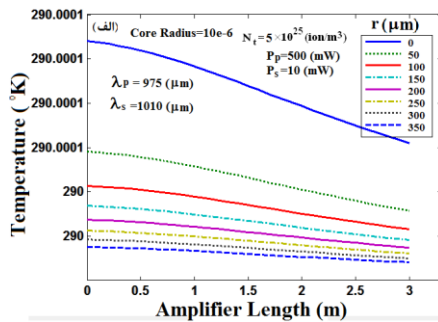
۲- معادلات توزیع دما با فرض انتشار همرفت و تابشی از سطح فیبر در محیط تقویت کننده

انتقال حرارت در یک محیط از سه طریق رسانشی، همرفت و تابش صورت می‌گیرد که به ترتیب با قانون‌های فوریه، نیوتن و استفان بولتزمن بررسی می‌شوند [۲]. گرما به دلیل وجود آلاینده در مغزی در همین ناحیه تولید می‌شود و انتشار تا سطح فیبر فقط از طریق رسانایی انجام می‌شود. سطح فیبری برای خنک‌سازی با هوا در تماس است و گرما از سطح فیبر با دو طریق انتقال همرفت و تابش دفع می‌شود که در برخی مقالات تاثیر تابش از سطح فیبر در محاسبات انتقال حرارت صرف نظر می‌شود.

۳- نتایج محاسبات عددی

برای تعیین تغییرات دمایی، پس از حل معادلات نرخ [۱۰] و تعیین مقدار توان پمپ در هر فاصله طولی از فیبر، معادله مرتبه چهار (۶) باید حل شود. در این مقاله از روش عددی نیوتن-رافسون^۲ و تری برای حل این معادله استفاده شده است. از آنجا $f(T_{cl}(r=c))$ یک معادله درجه چهار و دارای شیب بالایی است، استفاده از روش و تری در مقایسه با سایر روش‌های عددی سرعت محاسبات را افزایش می‌دهد. با حل معادله (۶)، مقدار T_0 از رابطه (۷) حاصل شده و می‌توان دما را در هر شعاعی از فیبر به دست آورد.

تغییرات دما و Δn بر حسب طول تقویت‌کننده در شکل (۱-الف و ب) ترسیم شده است. همان‌طور که از این شکل مشاهده می‌شود در فاصله‌های دورتر از نقطه مرکز، دمای فیبر و در پی آن تغییرات ضریب شکست کمتر می‌شود.



شکل ۱: تغییرات الف- دمای فیبر ب- ضریب شکست، بر حسب طول تقویت‌کننده فیبر در فواصل مختلف از مرکز فیبر.

در شکل (۲)، تغییرات ضریب شکست بر حسب شعاع فیبر برای طول موج‌های مختلف سیگنال ورودی در نقطه $z=0$ ، ترسیم شده است. همان‌طور که از این شکل مشاهده می‌شود در طول موج سیگنال 1010 nm تغییرات دما در تقویت‌کننده کمترین مقدار و در طول موج 1064 nm بیشترین مقدار را دار است. دلیل این امر بالا بودن سطح

گرمایی هوا، $K_h = 0.025 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ ، ضریب هدایت گرمایی هوا، $\sigma_b = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W / (m}^2\text{K}^4)$ ، ثابت استفان بولتزمن، $\varepsilon = 0.85$ ضریب تابش، $T_{cl}(r=c)$ دما در مرز غلاف و هوا است. در معادله (۵)، دما در نقطه c ، مرز بین غلاف و هوا تعیین می‌شود. حل معادلات (۲) و (۳) همراه با دو شرط مرزی در مرکز و حد فاصل غلاف و مغزی، مقادیر دو ضریب ثابت از چهار ضریب را تعیین می‌کند. با جایگذاری مقادیر در رابطه (۵)، می‌توان مقدار دما را از معادله مرتبه چهار زیر به دست آورد:

$$f(T_{cl}(r=c)) = \frac{\sigma_b \varepsilon}{K_h} T_{cl}^4(r=c) + \frac{h}{K_h} T_{cl}(r=c) - \frac{Q(z)a^2}{2Kc} - \frac{\sigma_b \varepsilon}{K_h} T_c^4 - \frac{h}{K_h} T_c \quad (6)$$

در معادله (۶)، $T_c = 290 \text{ K}$ دمای هوای بیرونی است. با قرار دادن مقدار $T_{cl}(r=c)$ در رابطه (۲) مقدار دما در مرکز فیبر از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$T_0 = \frac{Q(z)a^2}{2K} \ln(c/a) + \frac{Q(z)a^2}{4K} + T_{cl}(r=c) \quad (7)$$

با قرار دان دما در نقطه صفر می‌توان با استفاده از روابط (۲) و (۳) دما را در هر فاصله از مرکز فیبر محاسبه کرد. با افزایش دما علاوه بر انبساط حجم جسم که خود باعث تغییر ضریب شکست می‌شود، جسم دچار تنش^۱ می‌شود. پیش از این تغییرات ضریب شکست در فیبر تک مد بر حسب تغییرات دمایی اندازه‌گیری شده است [۵]. محاسبات و تعیین ضریب شکست این دو عامل مجموعاً باعث تغییرات ضریب شکست می‌شود [۶]. در حالت عمومی می‌توان این دو عامل را به صورت یک ضریب در تغییرات ضریب شکست به صورت $\Delta n = \Delta T \cdot dn/dT$ ، نظر گرفت. dn/dT ، شیب منحنی ضریب شکست نسبت به دما وابسته طول موج است که به‌طور تجربی اندازه‌گیری می‌شود [۷]. در اکثر مواد ضریب شکست با دقت بالایی از رابطه سلمیر به دست می‌آید. در برخی از شیشه‌ها تغییرات ضریب شکست در برخی از طول موج‌ها نسبت به دما در مرجع [۸] به دست آمده است. تغییرات ضریب شکست در طول موج‌های پر کاربرد در فیبرها بطور تجربی تعیین شده است. با مقایسه آنها مقدار این ضریب را در دمای تقریبی 300 درجه کلوین ثابت و برابر $dn/dT = 1.29 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$ فرض نمود [۹].

^۲ Newton-Raphson Method

^۱ Stress

و $z=5$ متر، در توان 20 W در حدود $5\text{ m}^\circ\text{C}$ است، در حالی که در نقاط شعاعی دور از مرکز در $r=300\text{ }\mu\text{m}$ در همان توان این اختلاف بسیار کوچک است که به دلیل وجود ضریب تغییرات دمایی در تعیین اختلاف ضریب شکست است.

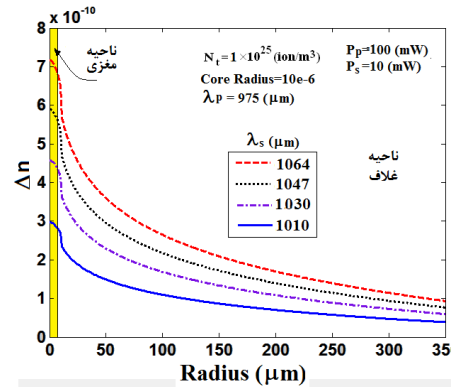
نتیجه گیری

نتایج شبیه سازی در این مقاله نشان می دهد در فاصله های شعاعی و طولی دورتر از مرکز، دمای فیبر و در پی آن تغییرات ضریب شکست کمتر می شود. در مقایسه تاثیر طول موج سیگنال در تولید گرما در تقویت کننده فیبری و همچنین تغییرات ضریب شکست، دما و تغییرات ضریب شکست در طول موج سیگنالی که بالاترین سطح مقطع گسیل را دارد کمتر است دلیل این امر استفاده بیشتر از توان پمپ و در نتیجه کاهش توان پمپ مصرف نشده و گرمای تولید شده در هر طولی از فیبر است. با افزایش توان ورودی در تقویت کننده، دما و در پی آن ضریب شکست افزایش می یابد.

مراجع

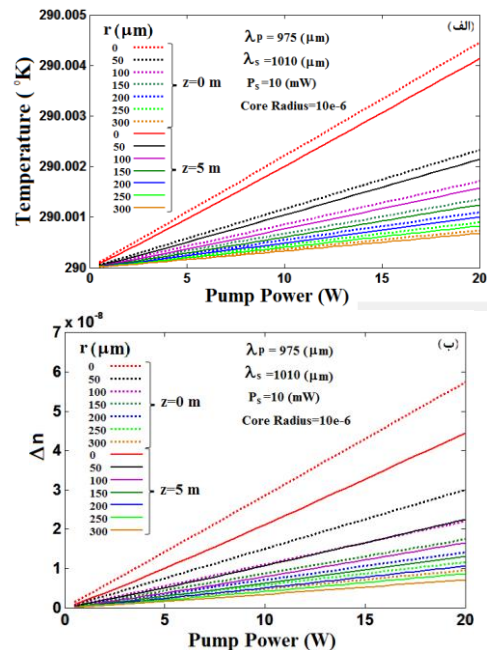
- [1] F. Kong, J. Xue, R. H. Stolen, and L. Dong, "Direct experimental observation of stimulated thermal Rayleigh scattering with polarization modes in a fiber amplifier" *Optica, let.*, Vol. 3, pp. 975-978, 2016.
- [2] جی. بی. هولمن، "انتقال گرما"، انتشار مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۷۸.
- [3] P. Yan, A. Xu, M. Gong, "Numerical analysis of temperature distributions in Yb-doped double-clad fiber lasers with consideration of radiative heat transfer", *Optic. Engin.* Vol. 45, pp. 124201-124204, 2006.
- [4] M. Abouricha, A. Boulezhar, N. Habiballah, "The Comparative Study of the Temperature Distribution of Fiber Laser with Different Pump Schemes", *Open J. Metal*, Vol. 3, pp. 64-71, 2013.
- [5] J. J. Carr, S. L. Saikkonen, and D. H. Williams, "Refractive index measurements on single-mode fiber as functions of product parameters, tensile stress, and temperature", *Fiber and Integrated Optics*, Vol. 9, pp. 393-396, 1990.
- [6] David C. Brown, and Hanna J. Hoffman, "Thermal, Stress, and Thermo-Optic Effects in High Average Power Double-Clad Silica Fiber Lasers", *IEEE J. Quant. Electron.*, Vol. 37, pp. 207-217, 2001.
- [7] H. W. Icenogle, Ben C. Platt, and William L. Wolfe, "Refractive indexes and temperature coefficients of germanium and silicon" *App. Opt.* Vol. 15, pp. 2348-2351, 1976.
- [8] B. Douglas, and B. J. Frey, "Temperature-dependent absolute refractive index measurements of synthetic fused silica", *Source of Acquisition NASA Goddard Space Flight Center*, 2007.
- [9] Shadi Naderi, Iyad Dajani, Timothy Madden, and Craig Robin, "Investigations of modal instabilities in fiber amplifiers through detailed numerical simulations", *Opt. Express* Vol. 21, Vol. 13, pp. 16111-16129, 2013.
- [10] M. Karimi, "Optimization of Core size in Erbium Doped Holey Fiber Amplifiers", *Optik*, Vol. 125, pp. 2780-2783, 2014.

مقطع گسیل در طول موج 1010 nm نسبت به طول موج 1064 nm است که بهره تقویت کننده را بالا می برد. این امر باعث کاهش توان پمپ در هر طولی از فیبر می شود. به عبارت دیگر بزرگ بودن سطح مقطع گسیل در طول موج خاص باعث مصرف بیشتر توان پمپ شده و توان پمپ در آن نقطه کاهش می یابد. با کاهش توان پمپ مقدار عددی Q کاهش یافته و در پی آن دما و تغییرات ضریب شکست کاهش می یابد.



شکل ۲: تغییرات ضریب شکست برحسب شعاع فیبر در نقطه $z=0$ برای مقادیر مختلف سیگنال ورودی.

در شکل (۳) تغییرات دما و Δn بر حسب توان پمپ ورودی در تقویت کننده، ترسیم شده است. همان طور که از شکل (۳) مشاهده می شود با افزایش توان پمپ ورودی دما در هر نقطه از فیبر افزایش می یابد.



شکل ۳: تغییرات الف- دمای فیبر ب- ضریب شکست، بر حسب توان پمپ ورودی در فواصل مختلف از مرکز برای دو طول مختلف از فیبر. در مقایسه نسبت دما در $r=0\text{ }\mu\text{m}$ در فاصله های $z=0$