

## چلانندگی اتم - لیزر سه ترازوی و فوتون‌های میدان در حضور محیط کر در شرایط شفافیت القایی الکترومغناطیسی

ابراهیم، قاسمیان - محمد کاظم، توسلی

یزد - صفائیه - دانشگاه یزد - دانشکده فیزیک - گروه اتمی ملکولی

چکیده: در این مقاله خروجی یک لیزر اتمی متشکل از یک آنسامبل از اتم‌های سه ترازوی در حالت چگالیده بوز-اینشتین ( $BEC$ ) که با دو میدان لیزری کوانتومی و کلاسیکی در حضور یک محیط کر در حال برهم‌کنش است را مورد بررسی قرار می‌دهیم. در شرایط شفافیت القایی الکترومغناطیسی و با استفاده از فرآیند حذف آدیاباتیک، هامیلتونی سامانه را بر حسب عملگرهای تکانه زاویه‌ای بازنویسی کرده و سپس بردار حالت سامانه را با استفاده از مدل دیک به صورت تحلیلی به دست می‌آوریم. نتایج نشان می‌دهند که برهم‌کنش‌های غیرخطی مانند برخوردهای میان‌اتمی و محیط کر منجر به اتم‌ها و فوتون‌های چلاننده می‌شوند. در این راستا، میزان چلانندگی را می‌توان با تنظیم قدرت برخوردهای میان‌اتمی، پارامتر محیط کر و دیگر پارامترهای موجود در مدل در نظر گرفته شده کنترل کرد. همچنین، پدیده فروافت-احیا به عنوان یک مشخصه کوانتومی محض در رفتار چلانندگی اتمی قابل مشاهده است.

کلمات کلیدی: اتم-لیزر، چگالیده بوز-اینشتین، چلانندگی اتمی و میدان، وارونی جمعیت اتمی.

## Squeezing of three-level atom-laser and field photons in the presence of Kerr medium in the electromagnetically induced transparency regime

Ebrahim, Ghasemian; Mohammad Kazem, Tavassoly  
Atomic and Molecular Group, Faculty of Physics, Yazd University

Abstract- In this paper we investigate the output of an atom-laser which consists of an ensemble of three-level atoms in Bose Einstein condensate ( $BEC$ ) state interacting with two quantized and classical laser fields in the presence of a Kerr medium. Under electromagnetically induced transparency (EIT) regime and using the adiabatically elimination process, we represent the Hamiltonian of the system in terms of angular momentum operators and then derive its state vector explicitly with the help of the Dicke model. The results show that nonlinear interactions in the system, i.e. "interatom collisions" and "Kerr medium" lead to squeezed atoms and photons. In this respect, the squeezing values can be controlled by adjusting the strength of interatom collisions, Kerr parameter as well as other involved parameters in the considered model. Also, collapse-revival phenomenon as a pure quantum feature can be observed in the behavior of atomic squeezing.

Keywords: Atom-laser, Bose-Einstein condensate, atomic population inversion, atomic and field squeezing.

مقدمه

هستند. جمله‌های اول و دوم رابطه (۱)، به ترتیب هامیلتونی‌های آزاد میدان کوانتیده تک‌مد و اتم‌ها در ترازهای مربوطه را معرفی می‌کند. جمله سوم، برهم‌کنش اتم‌های سه‌ترازی با دو میدان کوانتومی و کلاسیکی را مشخص می‌کند که  $\omega_1$  و  $\omega_2$  به ترتیب بسامدهای میدان کوانتومی و کلاسیکی هستند. برخوردهای میان-اتمی در این سامانه با جملات چهارم و پنجم مشخص می‌شود که  $\lambda$  قدرت جفت‌شدگی اتم‌ها حین برخورد را نشان می‌دهد و جمله آخر، هامیلتونی محیط کر را با ثابت  $\chi$  توصیف می‌کند. هامیلتونی سامانه را می‌توان در تصویر برهم‌کنش به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$H_{int} = (\Delta_2 - \Delta_1)b_3^+b_3 + \Delta_1b_2^+b_2 + v_1 \sum_{i=1}^3 b_i^+b_i - (g_1b_2^+b_1a + g_2b_2^+b_3 + H.c) \quad (2)$$

$$+ \sum_{i=1}^3 \lambda_i b_i^{+2} b_i^2 + \sum_{i=1}^3 \lambda_{ij} b_i^+ b_i b_j^+ b_j + \chi a^{+2} a^2,$$

که  $\Delta_2 = \nu_2 - \nu_3 - \omega_2$  و  $\Delta_1 = \nu_2 - \nu_1 - \omega_1$  نامیزانی باریکه‌های لیزری با اتم‌ها هستند. در شرایط شفافیت القایی الکترومغناطیسی (EIT) ایده‌آل سامانه در حالت تشدید دوفوتونی است ( $\Delta_2 = \Delta_1 = \Delta$ ). به کمک حذف بی‌دررو می‌توان هامیلتونی (۲) را در شرایط EIT به صورت زیر نوشت:

$$H_{EIT} = 2\Omega_1 b_1^+ b_1 + \Omega_3 b_3^+ b_3 - (g' b_3^+ b_1 a + g^* b_1^+ b_3 a^+ + H.c) \quad (3)$$

$$+ \lambda_1 b_1^{+2} b_1^2 + \Omega_1 b_1^+ b_1 a^+ a + \chi a^{+2} a^2,$$

که در آن

$$\Omega_1 = -\frac{|g_1|^2}{\Delta}, \quad \Omega_3 = -\frac{|g_2|^2}{\Delta}, \quad g' = -\frac{g_1 g_2^*}{\Delta}.$$

اکنون با استفاده از عملگرهای تکانه زاویه‌ای زیر:

$$J_+ = b_1^+ b_3, \quad J_- = b_1 b_3^+, \quad (4)$$

$$J_z = \frac{1}{2}(b_3^+ b_3 - b_1^+ b_1), \quad N = b_3^+ b_3 + b_1^+ b_1.$$

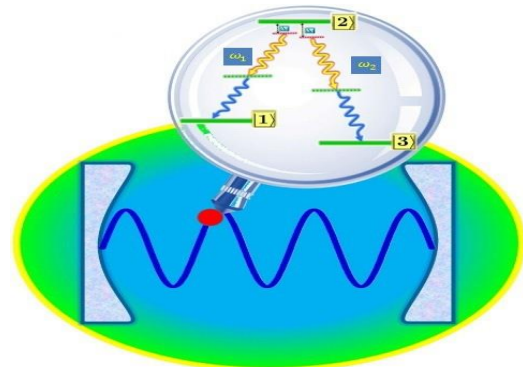
می‌توان هامیلتونی (۳) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$H_F = \left(\frac{1}{2}\Omega_3 - \Omega_1\right)J_z - \frac{1}{2}\Omega_1 a^+ a J_z + (g' J_+ a + g^* J_- a^+) \quad (5)$$

$$+ \frac{\lambda}{4}(J_z^2 - 2NJ_z + 2J_z) + \chi a^{+2} a^2.$$

برهم‌کنش نور و ماده یکی از شاخه‌های اساسی پژوهش در زمینه ماده چگال و فیزیک اتمی است. امروزه وجود لیزرهای با توان بالا منجر به دستاوردهای جدیدی شده است. در زمینه اپتیک کوانتومی برهم‌کنش‌های غیرخطی میان اتم‌ها و میدان‌های کوانتومی منجر به ایجاد چلاندگی در این سامانه‌ها شده است که از آنها در مخابرات نوری و آشکارسازی امواج گرانشی استفاده می‌شود. اخیراً، ویژگی‌های آماری خروجی یک سامانه متشکل از اتم‌های دوترازی چگالیده و یک میدان کوانتومی تک‌مد مورد بررسی قرار گرفته است [۱-۵].

**مدل و حل معادلات مربوطه:** یک سامانه متشکل از اتم‌های سه‌ترازی در حالت چگالیده بوز-اینشتین (BEC) که با دو میدان کوانتومی و کلاسیکی در حال برهم‌کنش است را در نظر می‌گیریم (شکل ۱). در این سامانه، برهم‌کنش اتم-میدان و برخوردهای میان‌اتمی در یک محیط کر صورت می‌گیرد. هامیلتونی سامانه مورد نظر در تقریب موج چرخان به صورت زیر است [۶]:



شکل ۱: سامانه متشکل از یک اتم سه‌ترازی که با دو میدان کوانتومی و کلاسیکی در حضور یک محیط کر برهم‌کنش می‌کند.

$$H = \omega_1 a^+ a + \sum_{i=1}^3 v_i b_i^+ b_i - (g_1 b_2^+ b_1 a + g_2 b_2^+ b_3 e^{-i\omega_2 t} + H.c) \quad (1)$$

$$+ \sum_{i=1}^3 \lambda_i b_i^{+2} b_i^2 + \sum_{i=1}^3 \lambda_{ij} b_i^+ b_i b_j^+ b_j + \chi a^{+2} a^2,$$

که در آن  $a^+ a$  و  $b_i^+ b_i$  به ترتیب عملگرهای آفرینش (نابودی) میدان و اتم در ترازهای اتمی مربوطه

حال که به بردار حالت سامانه به طور صریح دست یافتیم، می‌توان کمیت‌های فیزیکی مورد علاقه را محاسبه و بررسی کرد.

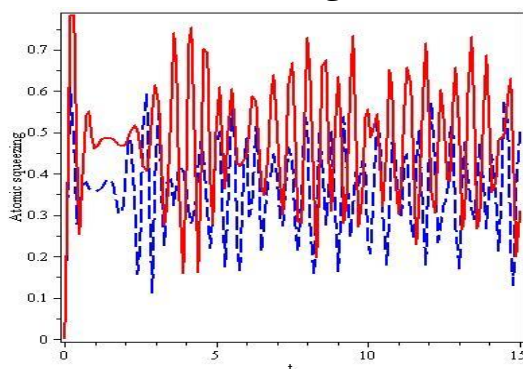
**چلانگی اتمی:** به منظور بررسی آمار کوانتومی اتم‌ها در این سامانه، چلانگی اتم‌ها را محاسبه می‌کنیم. در سامانه‌های متشکل از تعداد زیادی از اتم‌ها، چلانگی اتمی بر حسب عملگر تکانه زاویه‌ای به صورت زیر تعریف می‌شود [۷]:

$$\eta = \frac{2j \langle \Delta J_z^2 \rangle}{j^2 - \langle J_z \rangle^2} \quad (10)$$

اگر  $\eta < 1$  باشد، حالت اتمی سامانه مورد نظر چلانده است. به منظور انجام محاسبات عددی کمیت مورد نظر، اتم‌ها را در حالت برانگیخته و میدان را به صورت همدوس لحاظ می‌کنیم:

$$\begin{aligned} |\Phi(0)\rangle &= |a, \alpha\rangle = |a\rangle \otimes |\alpha\rangle, \\ |\alpha\rangle &= e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle, \quad \bar{n} = |\alpha|^2. \end{aligned} \quad (11)$$

شکل ۲ اثر محیط کر بر چلانگی اتمی در حالت غیرتشدید را نشان می‌دهد.



شکل ۲: وابستگی زمانی چلانگی اتمی به ازای مقادیر حضور محیط کر (خط چین) و در غیاب آن (خط پیوسته). در حالت غیرتشدید در  $N=10, \bar{n}=2.5, g'=\lambda=1$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود حضور محیط کر در برهم‌کنش سبب کاهش مقدار چلانگی اتمی می‌شود که به معنای چلانگی بیشتر اتم‌های موجود در سامانه است. با شکل ۳ به ازای مقادیر مشابه با شکل ۲ رسم شده ولی شدت میدان اولیه در آن از  $\bar{n}=2.5$  به  $\bar{n}=12.5$  افزایش یافته و منجر به مشاهده این پدیده کاملاً کوانتومی شده است. با افزایش شدت میدان اولیه رفتار چلانگی اتمی از

حال بردار حالت سامانه را با استفاده از برهم‌نهی حالت‌های اختلاف عددی  $\sum_{N_1} |N_1, N-N_1\rangle$  و هم‌چنین کت‌های حالت عملگرهای تکانه زاویه‌ای به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned} |\Phi(t)\rangle &= \sum_n C_{a,n}(t) |a, n\rangle + C_{b,n+1}(t) |b, n+1\rangle, \\ |a\rangle &= |j, m+1\rangle, \quad |b\rangle = |j, m\rangle, \quad j = \frac{N}{2}, \quad m = -\frac{N}{2}. \end{aligned} \quad (6)$$

در اینجا  $|a, n\rangle$  توصیف‌کننده حالتی است که اتم در حالت برانگیخته و  $n$  فوتون در میدان حضور دارد و  $|b, n+1\rangle$  نشان‌دهنده حالتی است که اتم در حالت پایه و  $n+1$  فوتون در میدان است. به کمک معادله شرودینگر وابسته به زمان:

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\Phi(t)\rangle = H_F |\Phi(t)\rangle,$$

دو معادله دیفرانسیل مربوط به دامنه‌های احتمال در (۶) به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} \dot{C}_{a,n} &= -iAC_{a,n} - iKC_{b,n+1}, \\ \dot{C}_{b,n+1} &= -iBC_{b,n+1} - iKC_{a,n}, \end{aligned} \quad (7)$$

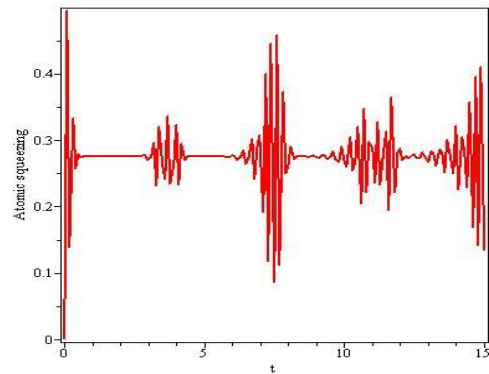
با حل این دستگاه معادلات جفت‌شده، ضرایب بسط بدین ترتیب به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} C_{a,n} &= \left[ \left( \cos\left(\frac{\Omega t}{2}\right) - \frac{i\delta}{\Omega} \sin\left(\frac{\Omega t}{2}\right) \right) C_{a,n}(0) \right. \\ &\quad \left. - \frac{2iK}{\Omega} \sin\left(\frac{\Omega t}{2}\right) C_{b,n+1}(0) \right] \exp\left(\frac{i\delta t}{2}\right), \\ C_{b,n+1} &= \left[ \left( \cos\left(\frac{\Omega t}{2}\right) + \frac{i\delta}{\Omega} \sin\left(\frac{\Omega t}{2}\right) \right) C_{b,n+1}(0) \right. \\ &\quad \left. - \frac{2iK}{\Omega} \sin\left(\frac{\Omega t}{2}\right) C_{a,n}(0) \right] \exp\left(-\frac{i\delta t}{2}\right), \end{aligned} \quad (8)$$

که در آن از پارامترهای تعریف شده زیر استفاده شده است:

$$\begin{aligned} A &= \left( \frac{1}{2}\Omega_3 - \Omega_1 \right) (m+1) + \frac{1}{2}\Omega_1 n (m+1) \\ &\quad + \frac{\lambda}{4} (2(m+1)^2 - 2(N-1)(m+1)) + \chi(n^2 - n), \\ B &= \left( \frac{1}{2}\Omega_3 - \Omega_1 \right) m + \frac{1}{2}\Omega_1 m (n+1), \\ &\quad + \frac{\lambda}{4} (2m^2 - 2(N-1)m) + \chi((n+1)^2 - (n+1)), \\ K &= g \sqrt{(n+1)(j(j+1) - m(m+1))}, \\ \Omega &= \sqrt{\delta^2 + 4K^2}, \\ \delta &= A - B. \end{aligned} \quad (9)$$

حالت نوسانی خارج شده و پدیده فروافت-احیا ظاهر می‌شود.



شکل ۳: وابستگی زمانی چلانگی اتمی به ازای مقادیر  $N = 10, \bar{n} = 2.5, g' = \chi = \lambda = 1$  در حالت غیرتشدید.

**چلانگی میدان:** به منظور استخراج ویژگی‌های غیرکلاسیکی فوتون‌های میدان کوانتومی، چلانگی آنها را مورد بررسی قرار می‌دهیم. چلانگی کوادراتورهای میدان:

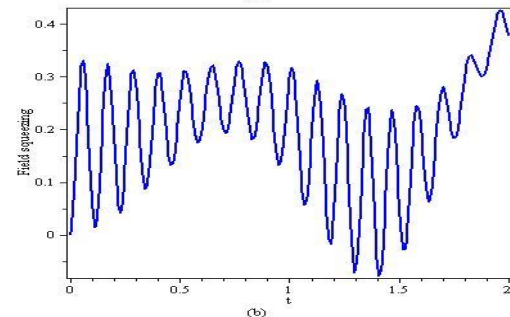
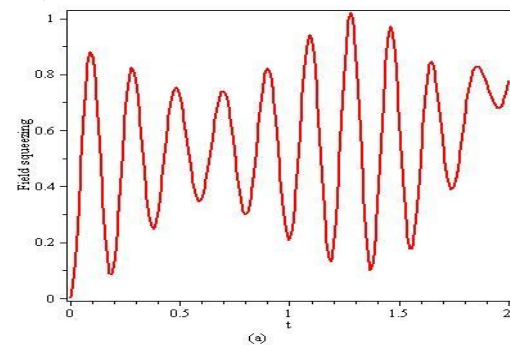
$$X_1 = a + a^+, \quad X_2 = (a - a^+)/i,$$

به صورت زیر تعریف می‌شود [۸]:

$$S_1 = 2\langle a^+a \rangle + 2\langle a \rangle^2 - 4(\text{Re}\langle a \rangle)^2,$$

$$S_2 = 2\langle a^+a \rangle - 2\langle a \rangle^2 - 4(\text{Im}\langle a \rangle)^2, \quad (13)$$

$$S_i < 0, \quad i = 1, 2.$$



شکل ۴: تحول زمانی چلانگی میدان در غیاب برخوردهای میان‌اتمی (a) و در حضور آنها (b). مقادیر منفی پارامتر  $S_1$  میدان نشان دهنده چلانگی میدان در  $X_1$  است.

اثر برخوردهای میان‌اتمی بر تحول زمانی چلانگی میدان در شکل ۴ رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در غیاب این برخوردها ( $\lambda = 0$ ) میدان چلانده نیست زیرا مقدار کوادراتور میدان همواره مثبت است اما با در نظر گرفتن برخوردهای میان‌اتمی فوتون‌های میدان چلانده می‌شوند.

**نتیجه‌گیری:** با استفاده از مدل دیک و رهیافت دامنه احتمال، آمار کوانتومی خروجی یک لیزر اتمی سه‌ترازی را در حضور یک محیط کر مورد ارزیابی قرار دادیم. نتایج نشان داد که برهم‌کنش‌های غیرخطی مانند محیط کر و برخوردهای میان‌اتمی در نظر گرفته شده در این مدل سبب ایجاد چلانگی در خروجی لیزر اتمی می‌شود. هم‌چنین، میزان چلانگی اتم‌ها و فوتون‌ها میدان را می‌توان با تغییر پارامترهای موجود در مدل در نظر گرفته شده مانند ثابت جفت‌شدگی میان‌اتمی و قدرت برهم‌کنش محیط کر کنترل کرد. رفتار چلانگی اتمی به ازای شدت پایین میدان اولیه به صورت نوسانی است و با افزایش شدت میدان، پدیده فروافت-احیا در رفتار چلانگی اتمی قابل مشاهده است. به علاوه، پدیده فروافت-احیا که یک پدیده کوانتومی محض محسوب می‌شود را می‌توان در رفتار چلانگی اتمی مشاهده کرد. هم‌چنین، اثر محیط کر بر چلانگی میدان و تاثیر برخوردهای میان‌اتمی بر چلانگی اتمی نیز نشان‌دهنده افزایش میزان چلانگی در خروجی لیزر اتمی است که نتایج عددی آن در این مقاله (به علت محدودیت جا) ارائه نشده است.

## مراجع

- [1] D. F. Walls, Nature **306** 141 (1983).
- [2] R. London and P. L. Knight, J. Mod. Opt. **34** 709 (1987).
- [3] B. Yurke, Phys. Rev. A **29** 408 (1984).
- [4] E. Ghasemian, M. K. Tavassoly, Phys. Lett. A, **380** 3262 (2016).
- [5] E. Ghasemian, M. K. Tavassoly, Laser Phys. **27** 095202 (2017).
- [6] L. M. Kuang, L. Zhou, Phys. Rev. A **68** 043606 (2003).
- [7] H. Pu, G. Moore and P. Meystre "Selected paper of the first International Meeting in Quantum Optics Held in Santiago", Chile, 1316 August (2000).
- [8] O. Marian, M. Scully and S. Zubairy, Quantum Optics, Cambridge University Press, (1997).