



## توزیع فرکانس زمان هماهنگ های مرتبه ی بالا

فروغ حسین زاده ، سحر بخشی ، شکوفه آتش سخن و سعید باطبی

دانشکده فیزیک دانشگاه گیلان، خیابان نامجو، رشت

چکیده- در این مقاله به آنالیز فرکانس زمان طیف هماهنگ های مرتبه ی بالا برای یک میدان لیزری سه رنگی به منظور تولید پالس آتو ثانیه پرداخته شده است. بدین منظور در حل عددی معادله ی تک بعدی شرودینگر برای اتم هلیوم از پتانسیل اتمی مدل و به منظور کاهش بازتاب های مخرب از دیواره ها از پتانسیل جذب استفاده کرده ایم. پس از این که از صحت تابع موج اطمینان حاصل کردیم، توزیع فرکانسی هارمونیک های مرتبه ی بالا و همینطور پالس آتو ثانیه ی تولید شده توسط آنها را رسم کرده و با آنالیز فرکانس زمان آنها را توضیح دادیم.

کلید واژه- آنالیز فرکانس زمانی، پالس آتو ثانیه، پنجره گاوسی، یونیزاسیون

## Spatiotemporal distribution of High Harmonic Generation

Forouq Hosseinzadeh, Sahar Bakhshi, Shokoofeh Atash Sokhan and Saeed Batebi

Department of Physics, University of Guilan, Rasht

Abstract- In this paper, time frequency analysis of high harmonic generation in a tree color laser field has been discussed. For this purpose we used model atomic potential and absorbent potentials in order to reduce spurious reflections from the spatial boundaries in numerically solving 1D time dependent Schrödinger equation for Helium atom. Then, after making sure about the accuracy of the wave packet, we depicted the spectral distribution of high harmonics and their corresponding attosecond pulse. Thus, we explained them with the use of the applied time frequency analysis.

Keywords: Atomic potential, Ionization rate, Time frequency analysis

## ۱- مقدمه

$V_{int}$  پتانسیل بر هم کنش مکان با میدان لیزری است.

$$V_{atom} = -\frac{Z_C + a_1 e^{-a_2 z} + a_3 z e^{-a_4 z} + a_5 e^{-a_6 z}}{z} \quad (3)$$

مقادیر مورد استفاده به شرح زیر هستند.

جدول (۱): پارامترهای مورد استفاده در پتانسیل اتمی

اتم	$Z_c$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
مقادیر	1	1.23	0.66	-1.32	1.23	-0.23	0.48

میدان لیزری در این شبیه سازی بصورت سه رنگی در نظر گرفته شده است.

$$V_{int} = E(t).z \quad (4)$$

$$E(t) = \sum_{i=1}^3 E_{0i} \cos(\omega_i t + \varphi_i) \exp(-2 \ln 2 (\frac{t}{\tau_i})^2) \quad (5)$$

جدول (۲): مقادیر پارامترهای میدان الکتریکی برحسب واحد اتمی

پارامترها	i=1	i=2	i=3
$E_{0i}$	0.0197	0.0279	0.0197
$\omega_i$	0.0285	0.0391	0.0576
$\varphi_i$	0	$0.27\pi$	$0.64\pi$
$\tau_i$	664	664	664

براساس تئوری اهرنفتست شتاب دو قطبی القایی با رابطه زیر بدست می آید:

$$a(t) = \langle \psi(z,t) | \frac{-dV_{atom}}{dz} + E(t) | \psi(z,t) \rangle \quad (6)$$

با محاسبه انتگرال فوریه شتاب دو قطبی طیف توان هارمونیک مرتبه بالا ساخته می شود.

$$p(w) = \int a(t) e^{-iwt} dt \quad (7)$$

$$I(t) = \left| \sum_q a_q e^{-iqwt} \right|^2 \quad (8)$$

$$a_q = \int a(t) e^{-iqwt} dt \quad (9)$$

$q$  مرتبه هارمونیک است و از هارمونیک های نزدیک کات آف انتخاب می شود. [5] همانطور که در رابطه ی ۸ دیده می شود، تبدیل فوریه شتاب دو قطبی وابسته به زمان طیف توان اتم را مشخص میکند که وابسته به فرکانس است و تبدیل فوریه ی مربع آن، طیف شدت را مشخص می سازد

دانش آتوانیه شامل مطالعه پدیده هایی است که در مقیاس زمانی بسیار کوتاه رخ می دهند. از دانش آتوانیه برای مطالعه واکنش های شیمیایی، تغییر در ساختار مولکولی و دینامیک الکترون های مقید استفاده می شود. تا به امروز تولید هماهنگ های مرتبه بالا در محیط های گازی مهم ترین روش برای تولید پالس های آتوانیه بوده اند. روند تولید هماهنگ های مرتبه بالا می تواند به وسیله مدل نیمه کلاسیکی سه مرحله ای [1] و همچنین با تئوری کاملاً کوانتومی [2] درک شود. بر اساس مدل سه مرحله ای نیمه کلاسیکی الکترون از سد پتانسیل کولنی که توسط میدان لیزری تغییر شکل داده شده است تونل زنی می کند. شدت میدان لیزری در محدوده  $(10^{13} - 10^{15} \frac{w}{cm^2})$  است. سپس الکترون در میدان لیزی شتاب می گیرد و در نهایت با تغییر جهت میدان الکتریکی، الکترون به عقب رانده می شود و با بازترکیب با یون مادر یک فوتون با بیشینه انرژی آزاد می کند. این فرایندها در تولید هارمونیک در هر نیم چرخه تکرار می شوند. [3]. هر دو بخش تجربی و تئوری نشان داده اند که طیف هارمونیک های مرتبه بالا یک مشخصه عمومی دارد این طیف در تعداد کمی از هماهنگ های اول کاهش می یابد سپس یک ناحیه گسترده پهن شده را نشان می دهد (ناحیه تخت) و در نهایت با یک کات آف تند به پایان می رسد.

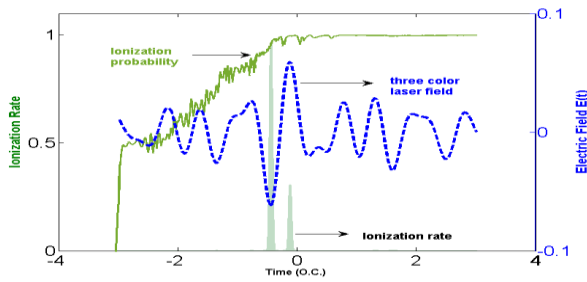
## ۲- تئوری

محاسبات ما برای تولید هماهنگ های مرتبه بالا بر مبنای حل معادله شرودینگر وابسته به زمان تک بعدی و براساس تقریب تک الکترون فعال صورت می گیرد در این تقریب تنها یک الکترون شتابدار می شود و فوتون ساطع می کند.

$$i\hbar \frac{\partial \psi(z,t)}{\partial t} = H\psi(z,t) \quad (1)$$

$$H = \left( -\frac{1}{2} \frac{d^2}{dz^2} + V_{atom}(z) + V_{int}(z,t) \right) \quad (2)$$

$H$  هامیلتونین اتم مورد نظر است که با رابطه زیر بدست می آید.  $V_{atom}$  پتانسیل اتمی است که آن را به صورت پتانسیل مدل [4] برای اتم هلیوم در نظر گرفتیم.



شکل (۲): میدان الکتریکی، نرخ یونیزاسیون ADK و احتمال یونیزاسیون

در شکل (۱) پخش بسته موج در پنجره فضا و زمان به خوبی قابل مشاهده است. در شکل (۲) میدان لیزر سه رنگی، نرخ یونیزاسیون قابل محاسبه به وسیله قاعده ADK و تغییر جمعیت از وضعیت پایه را نمایش داده ایم.

$$P(t) = 1 - |\langle \psi(t) | \psi_0 \rangle|^2 \quad (11)$$

تغییر جمعیت بیان می کند قبل از تابش میدان لیزری هیچ یک از اتم ها در موقعیت جدید قرار ندارند. با گذشت زمان میدان لیزری شروع به نوسان می کند و بسته موج الکترون ها نیز شروع به تغییر می کند بنابراین با گذشت زمان جمعیت در حالت جدید بیشتر می شود که بدین معناست که الکترونها از حالت پایه به موقعیت جدیدشان  $\psi(t)$  انتقال می یابند. وقتی میدان الکتریکی به ماکزیمم مقدار می رسد نرخ یونیزاسیون شدت می یابد. بنابراین در این ناحیه تقریباً تمام جمعیت روی موقعیت جدید تمرکز می یابد. با مشاهده ی نرخ یونیزاسیون، انتظار داریم که به ازای هر کدام از نرخ ها، تابشی در زمان های جلوتر مشاهده کنیم. بنا براین، با استفاده از معادله ی ۷، طیف توان هماهنگ های مرتبه ی بالا و به تبع آن با استفاده از معادله ی ۸، پالس آنتوانیه ی حاصل از آنها را به ترتیب در شکل 3-a و 3-b رسم می کنیم. از طرفی، با مشاهده ی توزیع فرکانسی هماهنگ های مرتبه ی بالا اطلاعاتمان را در مورد توزیع زمانی آنها از دست می دهیم و برعکس. لذا لازم است که توزیع فرکانس- زمان آنها را مشاهده کنیم. بر طبق قاعده عدم قطعیت همیشه خطایی بین زمان و فرکانس وجود دارد. بنابراین می توانیم با استفاده از پنجره زمانی گاوسی این اختلاف را به کمترین مقدار برسانیم. [7]

$$a_G(\Omega, t) = \int dt' a(t') \frac{\exp(-\frac{(t-t')^2}{2\sigma^2})}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp(i\Omega t') \quad (12)$$

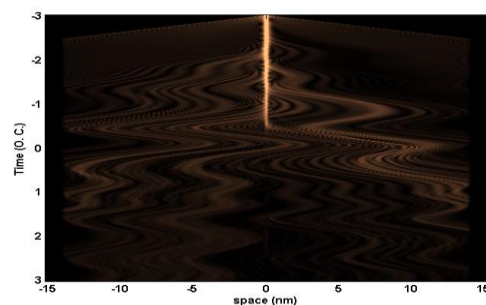
که وابسته به زمان است و اطلاعاتی در مورد فرکانس ارائه نمی دهد. بنابراین برای مشاهده توزیع هماهنگ های مرتبه ی بالا در فرکانس و زمان می توانیم از انواع مختلف آنالیز فرکانس- زمان استفاده کنیم.

### ۳- تحلیل نتایج

پس از حل معادله شرودینگر تابع  $\psi$  متغیر با زمان را به دست می آوریم. تابع موج به تنهایی مفهوم فیزیکی ندارد بنابراین ما  $\psi^2$  را رسم می نماییم که بیانگر احتمال حضور الکترون در یک نقطه و معرف بسته موج توزیع شده در مکان و زمان است. در برنامه مورد استفاده ما کامپیوتر نقاط ابتدا و انتها بازه مکان را مانند دیوار تلقی می کند و زمانی که تابع موج به دیواره ها می رسد دچار بازتاب می شود و با بازگشت به درون پنجره با تابع موج اصلی برخورد می کند که این امر موجب تخریب بسته ی موج در حال انتشار می شود و بنابراین هرگونه استفاده از چنین تابع موجی، نتایج اشتباهی را به دنبال دارد. لذا برای از بین بردن اثرات زیانبار این بازتاب از پتانسیل جذب روی دیواره ها استفاده کرده ایم بنابراین وقتی تابع موج به دیواره ها می رسد توسط پتانسیل جذب، جذب می شود و به دلیل عدم بازتاب باعث خرابی تابع موج نمی شود [6]

$$V_{absorb} = \begin{cases} -iV_0 \left( \frac{z-z_1}{z_2-z_1} \right)^\alpha & z_1 \leq z \leq z_2 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (10)$$

که در اینجا  $z_1$  و  $z_2$  محدوده ی جذب این پتانسیل موهومی هستند. در محاسبات ما  $V_0$  و  $\alpha$  به ترتیب ۵ و ۴ در نظر گرفته شده اند.



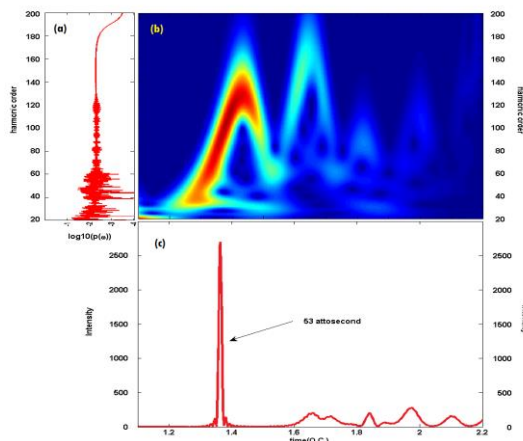
شکل (۱): بسته موج پخش شده ( $\psi^2$ )

#### ۴- نتیجه گیری

بطور خلاصه در این مقاله با در نظر گرفتن میدان لیزری سه رنگی، پتانسیل اتمی به شکل پتانسیل مدل و همچنین با اعمال پتانسیل جذب به منظور کاهش بازتاب های مخرب از دیواره ها به بررسی توزیع فرکانس\_زمانی و طیف HHG و نرخ یونیزاسیون پرداخته ایم و در نهایت موفق به تولید پالس 53 شده ایم.

#### مراجع

- [1] P.B.Corkum, Phys. Rev. Lett., Vol. 71, pp. 1994, 1993.
- [2] M.Lewenstein, Ph. Balcou, M.Y. Ivanov, A.L'Huillier and P.B. Corkum, Phys. Rev. A., Vol. 49, pp. 2017, 1994
- [3] D.Hongchuan, W.Huiqiao and B.Hu; "Isolate short attosecond pulse generated using a two-color laser and a high order pulse"; Phys. Rev A 81, (2010) 063813.
- [4] Li Fei, Wang Guo-Li, Zhao Song-Feng and Zhou Xiao-Xin, "Synthesis of multi-color, long laser pulses for strong attosecond pulse generation", Chinese Physics Letters, Vol. 32(1), 2015
- [5] V. T. Platonenko, A.F. Sterjantov, and V. V. Strelkov, "Decrease of high harmonic generation yield in the barrier-suppression regime", Laser physics, vol. 13(4): 443-449, 2003
- [6] H. Sabziyan and H. Ebadi "Ionization of a 1D model of  $H_2^+$  from different states in intense laser field", Iranian Journal of Science & Technology, Transaction A, Vol. 33, No. A1
- [7] C. C. Chirila, I. Dreissigacker, E. V. van der Zwan, and M. Lein, "Emission times in high order harmonic generation", Phys. Rev. A, vol. 81, 033412, 2010
- [8] H. Ahmadi, A. Maghari, H. Sabziyan, A. R. Niknam, and M. Vafaei, "Effects of nuclear motion on high order harmonic generation of  $H_2^+$  in intense ultra-short laser pulses", Phys. Rev. A. Vol. 90, 043411, 2014



شکل (۳): (a) پروفایل طیف هارمونیک ها (b) آنالیز فرکانس زمانی شتاب دو قطبی بوسیله تابع پنجره گاوسی (c) پروفایل پالس ۵۳ آتوثانیه

پنجره گاوسی خطا بین زمان و فرکانس را کاهش میدهد. شکل (۳) پروفایل طیفی و زمانی هارمونیک هارا به ترتیب در قسمت های a و c و قسمت b آنالیز فرکانس-زمان طیف HHG را به نمایش گذاشته اند. طیف هارمونیک های حاصل شده از معادله ی ۸ در شکل (3\_a) نشان داده شده است. ناحیه تخت از هارمونیک ۸۰ام شروع می شود و در حدود هارمونیک ۱۸۰ کات آف رخ می دهد و بر پیک توزیع فرکانس\_زمانی در شکل (b) دلالت دارد. شکل (b) تبدیل گابور شتاب دو قطبی راکه از معادله ی ۱۲ حاصل می شود را نمایش می دهد و بیان می کند که هر فرکانسی در دو زمان مختلف میتواند رخ دهد. این بدین معناست که الکترون هایی که در ساخت هارمونیک ها شرکت دارند ممکن است دو مسیر انرژی متفاوتی را برای عبور خود انتخاب کنند که در این مقاله مسیر کوتاه غالب تر است. براساس شکل ۲ نرخ یونیزاسیون در دو زمان بیشینه می شود اما همانطور که از شکل ۳ قسمت c استنباط می شود، تنها تابش هایی که در زمان ۱,۳۷\_۱,۴۰ رخ می دهند مسبب تولید پالس آتوثانیه می شوند. تابش های دیگر در قسمت b شکل ۲، پهنایی از مرتبه ی آتوثانیه ندارند و پروفایل زمانی آنها در قسمت c به صورت نوساناتی در سمت راست پالس آتو نشان داده شده است و کاملاً منطبق است با تابش های مربوط به آنها در قسمت b. در قسمت (c) با فیلتر کردن هارمونیک های نزدیک کات آف پالس ۵۳ آتو ثانیه شبیه سازی شده است. از آنجایی که پارامتر  $\sigma$  نقش به سزایی در کیفیت جداسازی عناصر فرکانسی و زمانی دارد، با محاسبات فراوان مقدار بهینه ی این پارامتر  $2\pi$  انتخاب شده است. [8].