



## معادلات انتشار پالس زمانی و کلید زنی تمام نوری در مزدوج موازی متشکل از گرافن

طاهره انصاری، محسن حاتمی و علیرضا کشاورز

دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز

چکیده - در این مقاله ابتدا معادلات حاکم بر انتشار پالس زمانی را با استفاده از تبدیلات فوریه و نظریه اختلال مرتبه اول در یک مزدوج موازی غیرخطی گرافنی به دست آورده و با شبیه سازی انتشار پالس در آن نشان داده ایم که می توان به یک کلید تمام نوری خود سامانده با توان ۵.۵ میلی وات در طول ۳/۴ سانتی متر دست یافت. در محاسبات فرض شده که اثرهای غیرخطی و هر لایه گرافن از مزدوج موازی به عنوان یک اختلال بر روی لایه دیگر اثر کرده ولی بر مد انتشاری هر لایه اثری ندارد.

کلید واژه- طول انتقال، غیرخطی، کلیدزنی تمام نوری، گرافن.

## Temporal Pulse Equation and All Optical Switching in Graphene Nonlinear Directional Coupler

Tahereh Ansari, Mohsen Hatami and Alireza Keshavarz

Department of Physics, Shiraz University of Technology, Shiraz

Abstract- In this paper first we derive equation of temporal pulse propagation in graphene nonlinear direction by using Fourier transformation and first order perturbation theory. By simulation of pulse propagation we have shown it can be reached to an all optical self-switch with .5mWatt at the length of 3.4cm. In this calculation it is supposed that the nonlinear effects and each graphene layer as perturbation on the other layer but have no effect on each layer.

Keywords: Transfer length, Nonlinear, All Optical Switching, Graphene.

## ۱- مقدمه

با استفاده از معادلات ماکسول معادلات میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی برای اطراف تک لایه گرافن بدست می‌آوریم و با اعمال شرایط مرزی و با کمی ساده سازی و جایگذاری  $k = k_0 \sqrt{(\beta/k_0)^2 - \epsilon/\epsilon_0}$  به رابطه پاشندگی زیر می‌رسیم به نتیجه زیر می‌رسیم:

$$\beta = k_0 \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0} + \left(\frac{2\epsilon\omega}{k_0\sigma^{(I)}}\right)^2} \quad (3)$$

در حالت غیرخطی جریان القایی بصورت  $\vec{J}_{2,1} = \hat{\sigma} \vec{E}_{2,1\tau} = (\sigma + \sigma^{NL} |\vec{E}_{2,1\tau}|^2) \vec{E}_{2,1\tau}$  در نظر می‌گیریم که  $\sigma$  و  $\sigma^{NL}$  به ترتیب به صورت زیر هستند [۴]:

$$\sigma = \frac{ie^2}{\pi\hbar} \left[ \frac{\epsilon_F}{\hbar\omega + i\hbar\tau^{-1}} + \frac{1}{4} \log \frac{2\epsilon_F - \hbar\omega}{2\epsilon_F + \hbar\omega} \right] \quad (4)$$

$$\sigma^{NL} = \frac{\sigma_3}{4} \left[ 3 + \frac{\beta^2}{\beta^2 - \epsilon} \right] \quad (5)$$

اینجا  $\sigma_3$  رسانایی غیرخطی مرتبه سه در گرافن است [۶].

از معادلات ۱ و ۲ شروع می‌کنیم و با انجام عملیات ریاضی به معادله زیر می‌رسیم:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{H}_{2,1} + \omega^2 \epsilon \mu_0 \vec{H}_{2,1} - \frac{i\hat{\sigma}}{\omega\epsilon} \delta(x \mp \frac{d}{2}) \frac{\partial^2 \vec{H}_{2,1}}{\partial x^2} \\ - \frac{i\hat{\sigma}}{\omega\epsilon} \delta(x \mp \frac{d}{2}) \frac{\partial \vec{H}_{2,1}}{\partial x} - \frac{i\sigma}{\omega\epsilon} \delta(x \mp \frac{d}{2}) \frac{\partial^2 \vec{H}_{1,2}}{\partial x^2} \\ - \frac{i\sigma}{\omega\epsilon} \delta(x \mp \frac{d}{2}) \frac{\partial \vec{H}_{1,2}}{\partial x} = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

مؤلفه‌ی میدان مغناطیسی به صورت زیر در نظر می‌گیریم [۷]:

$$\vec{H}_{2,1}(r, \omega - \omega_0) = h_{2,1}(x) \vec{C}_{2,1}(z, \omega - \omega_0) \exp(i\beta_0 z) \quad (8)$$

$\vec{C}(z, \omega - \omega_0)$  تابع کندتغییری از  $z$  و  $h_{2,1}(x) = \pm \exp\left(-k \left|x \mp \frac{d}{2}\right|\right)$  هست. با قرار دادن معادله ۸

در معادله ۷ و با استفاده از جداسازی متغیرها به معادله زیر می‌رسیم:

گرافن یک ساختار لانه زنبوری با پهنای یک اتم است که اولین بار در سال ۲۰۰۴ به روش مکانیکی از گرافیت جدا شده است. ویژگی‌های منحصر به فرد آن، مانند رسانندگی الکتریکی، رسانندگی گرمایی، چگالی بالا و استحکام مکانیکی بالا باعث شده که توجه زیادی را به خود جلب کند و به جایگزین مناسبی برای سیلیکون در قطعات الکترونیکی تبدیل شود [۱ و ۲]. بعلاوه گرافن دارای اثر غیر خطی است.

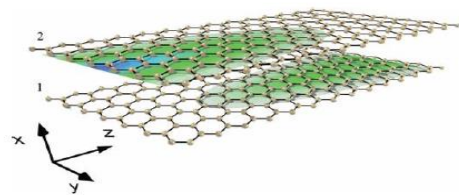
در این جا معادلات حاکم بر انتشار پالس را برای دولایه گرافن بدست می‌آوریم. و در نهایت به شبیه‌سازی انتشار پالس پرداخته و کلید زنی تمام نوری را بررسی کرده، توان کلید زنی و طول لازم برای آن را بدست می‌آوریم.

## ۲- محاسبات ریاضی

مطابق شکل (۱) دولایه گرافن را در  $x = \pm \frac{d}{2}$  در نظر می‌گیریم که اطراف آنها را ماده‌ی دی الکتریک همگن با ضریب گذردهی  $\epsilon$  فرا گرفته است. با در نظر گرفتن مد TM و میدان زمانی هارمونیک  $\exp(-i\omega t)$  معادلات ماکسول به شکل زیر نوشته می‌شوند:

$$\nabla \times \vec{E}_{2,1} = i\omega\mu_0 \vec{H}_{2,1} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{H}_{2,1} = -i\omega\epsilon \vec{E}_{2,1} + \delta\left(x \mp \frac{d}{2}\right) \vec{J}_{2,1} \\ + \delta\left(x \mp \frac{d}{2}\right) \vec{J}_{1,2} \end{aligned} \quad (2)$$



شکل ۱: یک مزدوج غیرخطی گرافنی که از دو لایه تشکیل شده است. لایه پایینی لایه‌ی (۱) و لایه‌ی بالایی لایه‌ی (۲) به ترتیب در  $x = +\frac{d}{2}$  و  $x = -\frac{d}{2}$  قرار دارند [۳].

$\omega$  فرکانس زاویه‌یابی و  $\vec{J}_{2,1}$  چگالی جریان القایی لایه‌های گرافن است. در حالت خطی جریان القا شده را طبق رابطه‌ی  $\vec{J}_{2,1} = \hat{\sigma} \vec{E}_{2,1\tau}$  در نظر می‌گیریم که در آن  $\sigma = \sigma^{(R)} + i\sigma^{(I)}$  رسانش خطی گرافن است [۴].

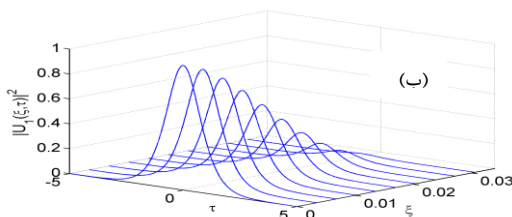
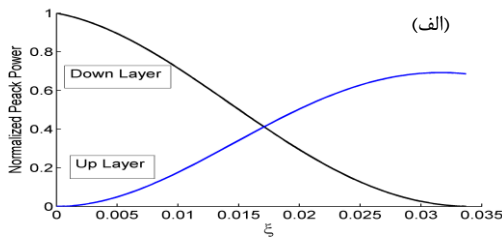
$$\frac{\partial U_{2,1}}{\partial \xi} = -i \frac{\text{sgn}(\beta_2)}{2} \frac{\partial^2 U_{2,1}}{\partial \tau^2} + \frac{\beta_3}{6T_0^3} L_D \frac{\partial^3 U_{2,1}}{\partial \tau^3} - \frac{1}{2} \alpha L_D U_{2,1} + i \frac{L_D}{L_{NL}} |U_{2,1}|^2 U_{2,1} - i \frac{L_D \pi}{2L_T} U_{1,2}$$

که در آن  $g(\omega) = \frac{i\sigma^{NL} k^3 |k|^2}{2(\omega\varepsilon)^3 \beta}$  پارامتر غیرخطی و  $\alpha = \frac{k^3}{\omega\varepsilon\beta} \sigma^{(R)}$  ضریب جذب خطی هستند.

### ۳- شبیه‌سازی

با استفاده از معادله (۱۳) انتشار پالس را در موجبرهای گرافنی بررسی می‌کنیم. در اینجا پالس ورودی را یک سالیتون پایه به صورت  $U_1(\xi=0, \tau) = \text{sech}(\tau/\tau_0)$  و  $U_2(\xi=0, \tau) = 0$  در نظر می‌گیریم.

شکل ۲ (الف) توان انتشاری در طول مزدوج موازی گرافن را به ازای توان ورودی 0.5 وات از لایه پایین، نشان می‌دهد، توان ورودی در لایه بالایی را صفر در نظر می‌گیریم. به ازای توان‌های ورودی کم خروجی به خاطر جفت‌شدگی خطی از لایه بالایی صورت می‌گیرد. شکل ۲ (ب) و (پ) به ترتیب انتشار پالس را در لایه پایین و بالایی را نشان می‌دهد همانطور که می‌بینیم در توان‌های ورودی کم رفتار خطی از خود نشان می‌دهند یعنی انرژی از لایه پایین بطور کامل به لایه بالا انتقال پیدا می‌کند و در طول  $L_T = 0.034m$  به ماکزیمم مقدار خود می‌رسد.



$$\frac{d^2 h_{2,1}(x)}{dx^2} + \left( \omega^2 \varepsilon \mu_0 - \tilde{\beta}^2 - \frac{i\hat{\sigma}}{\omega\varepsilon} \delta(x \mp \frac{d}{2}) \frac{\partial}{\partial x} \right) h_{2,1}(x) = 0 \quad (9)$$

$$2i\beta_0 \frac{\partial \tilde{C}_{2,1}}{\partial z} + (\tilde{\beta}^2 - \beta_0^2) \tilde{C}_{2,1} = \left( \frac{k^3 \sigma^{(I)}}{\omega\varepsilon} \exp(-kd) \right) \tilde{C}_{1,2} \quad (10)$$

در اینجا  $Q = \frac{\sigma^{(I)} k^3}{2\omega\varepsilon\beta} \exp(-kd)$  ضریب جفت‌شدگی است.  $\tilde{\beta}(\omega)$  بیانگر عدد موج در موجبر غیرخطی می‌باشد و از رابطه  $\tilde{\beta}(\omega) = \beta(\omega) + \Delta\beta(\omega)$  به دست می‌آید.  $\Delta\beta(\omega)$  میزان اختلال عدد موج در اثر تأثیرات غیرخطی می‌باشد که به صورت زیر محاسبه می‌شود [۶]:

$$\Delta\beta = \frac{ik^3}{2\varepsilon\omega\beta} \left[ \sigma^{(R)} + \frac{\sigma^{NL} |k|^2 |\tilde{C}_{2,1}|^2}{(\omega\varepsilon)^2} \right] \quad (11)$$

با استفاده از تقریب  $\tilde{\beta}^2 - \beta_0^2 \approx 2\beta_0(\tilde{\beta} - \beta_0)$  و بسط تیلور  $\beta(\omega) = \beta_0 + (\omega - \omega_0)\beta_1 + \dots$  در معادله ۱۰ و انتقال فوریه از محدوده‌ی بسامدی به محدوده‌ی زمان، این معادله را به محدوده‌ی زمان می‌بریم و به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$i \frac{\partial C_{2,1}}{\partial z} + i\beta_1 \frac{\partial C_{2,1}}{\partial t} - \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 C_{2,1}}{\partial t^2} - \frac{i}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 C_{2,1}}{\partial t^3} + \frac{i}{2} \alpha C_{2,1} + g(\omega) |C_{2,1}|^2 C_{2,1} - QC_{1,2} = 0 \quad (12)$$

با تغییر متغیرهای  $\xi = \frac{z}{L_D}$ ،  $\tau = \frac{T}{T_0} = \frac{t - z/V_g}{T_0}$

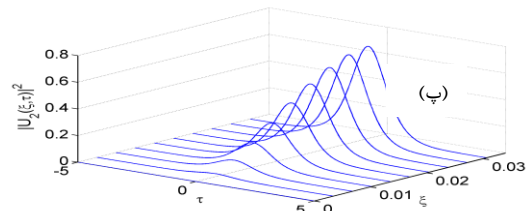
$$L_{NL} = \frac{1}{gP_0} \quad , \quad L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|} \quad , \quad Q = \frac{\pi}{2L_T}$$

و  $C_{2,1} = \sqrt{\frac{k\omega\varepsilon}{2\beta}} P_0 U_{2,1}$  است. معادلات حاکم بر انتشار موج

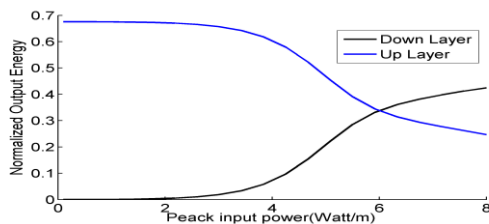
در لایه‌ی پایین و بالا به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$(13)$$

شکل ۳: توان انتشاری در طول مزدوج موازی، (ب) نمودار انتشار پالس در لایه پایینی و (پ) انتشار پالس در لایه بالایی را در فرکانس ۲۰۰ تراهرتز به ازای توان ۵.۵ وات بر متر نشان می‌دهد.



در شکل ۴ انرژی خروجی بر حسب توان های ورودی مختلف برای لایه بالا و پایین رسم کرده‌ایم. در توان های ورودی، خروجی برای لایه‌ی بالا کاهش پیدا و برای لایه پایینی افزایش می‌یابد که به معنای کلید زنی است.



شکل ۴: انرژی خروجی بر حسب توان‌های ورودی مختلف برای لایه بالا و پایین در فاصله انتقال.

#### ۴- نتیجه‌گیری

به علت اهمیت گرافن و خصوصیت مهم آن برای طراحی در مدارهای مجتمع و پالس زمانی بعنوان حمل کننده اطلاعات در ابتدا معادلات حاکم بر انتشار پالس زمانی را با استفاده از تبدیلات فوریه و نظریه اختلال مرتبه اول در یک مزدوج موازی غیرخطی گرافنی بدست آورده و با شبیه‌سازی انتشار پالس در آن به یک کلید تمام نوری خود سامانده با انرژی کم ۵.۵ میلی وات در طول ۳/۴ سانتیمتر دست یافتیم. در محاسبات فرض شده که اثرهای غیرخطی و هر لایه گرافن از مزدوج موازی به عنوان یک اختلال بر روی لایه دیگر اثر کرده ولی بر مد انتشاری هر لایه اثری ندارد

#### مراجع

- [1] K. S. Novoselov , A. K. Geim, "Electric field effect in atomically thin carbon films", Science, Vol. 306, No. 5696, pp. 666-669, 2004.
- [2] C. Soldano , A. Mahmood, "Production, properties and potential of graphene", Carbon, Vol. 48, No. 8, pp. 2127-2150, 2010.
- [3] D. A. Smirnova , A. V. Gorbach, "Nonlinear switching with a graphene coupler", Physical Review B, Vol. 88, No. 4, pp. 045443, 2013.
- [4] D. Smirnova , Y. S. Kivshar, "Second-harmonic generation in subwavelength graphene waveguides", Physical Review B, Vol. 90, No. 16, pp. 165433 , 2014.
- [5] G. P. Agrawal, *Nonlinear fiber optics*, p. 33, Academic Pres, 2007.

شکل ۲: توان انتشاری در طول مزدوج موازی، (ب) نمودار انتشار پالس در لایه پایینی و (پ) انتشار پالس در لایه بالایی را در فرکانس ۲۰۰ تراهرتز به ازای توان 0.5 وات بر متر نشان می‌دهد.

شکل ۳ (الف) توان انتشاری در طول مزدوج موازی گرافن را به ازای توان ورودی 5.5 وات از لایه پایینی، نشان می‌دهد مشاهده می‌کنیم که وقتی توان زیاد می‌شود انرژی از لایه پایینی به بالایی منتقل نمی‌شود و مثل حالت خطی نیست و رفتار آن عوض می‌شود و با افزایش توان ورودی به علت اثرات غیرخطی توان خروجی از لایه بالایی به تدریج کم شده و نهایتاً به صفر نیز می‌رسد. شکل ۳ (ب) و (پ) به ترتیب انتشار پالس را در لایه پایینی و بالا نشان می‌دهد می‌بینیم که در توان ورودی زیاد رفتار غیرخطی از خود نشان می‌دهند یعنی انرژی در لایه پایینی است انتقال پیدا نمی‌کند. بنابراین در توان‌های کم خروجی از بالا و در توان پایینی از خروجی پایینی است که به معنی کلید زنی خود سامانده است.

