



## قابلیت تنظیم مدهای سطحی تراهرتز در شبه بلورهای فوتونی حاوی گرافن

عبدالرحمن نامدار<sup>۱</sup>، رعنا فیض‌الهی عنصرودی<sup>۱</sup>، حبیب خوش‌سیما<sup>۲</sup>، مصطفی صحرائی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشکده فیزیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

<sup>۲</sup> پژوهشکده فیزیک کاربردی و ستاره‌شناسی، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

چکیده - در این مقاله، مدهای سطحی در یک ساختار لایه‌ای حاوی گرافن مبتنی بر مولدهای شبه متناوب فیبوناچی در ناحیه فرکانسی تراهرتز مورد بررسی قرار گرفته است. این بررسی نشانگر تشکیل مدهای سطحی در قطبش الکتریکی عرضی است. ملاحظه می‌شود که این مدها را می‌توان با استفاده از تغییر مرتبه‌ی مولدهای شبه متناوب تنظیم کرد. نشان خواهیم داد که با افزایش مرتبه‌ی مولدها، مدهای سطحی به سمت فرکانس‌های پایین‌تر انتقال پیدا می‌کنند. از طرفی توزیع میدان الکتریکی این مدها در مولدهایی با مرتبه‌ی پایین‌تر، جایگزیده‌تر است.

کلیدواژه- تراهرتز، شبه بلورهای فوتونی، گرافن، مدهای سطحی

## Tuning Capability of THz Surface Modes in Photonic Quasicrystal Containing Graphene

Abdolrahman Namdar<sup>1</sup>, Rana Feizollahi Onsoroudi<sup>1</sup>, Habib Khoshsima<sup>2</sup>, Mostafa Sahrai<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Faculty of Physics, University of Tabriz, Tabriz, Iran

<sup>2</sup> Research Institute for Applied Physics & Astronomy, University of Tabriz, Tabriz, Iran

Abstract- In this paper, the surface modes in a layered structure containing graphene based on quasiperiodic Fibonacci generations in the THz frequency range have been investigated. This investigation indicates the formation of surface modes in the transverse electric polarization. It is shown that these modes are tunable by varying the quasiperiodic generation orders. We will show that by increasing the generation orders, surface modes is shifted to lower frequencies. In addition, the electric field distribution of these modes is more localized in generations with lower orders.

Keywords: Graphene, Photonic quasicrystals, Surface modes, Terahertz

## ۱- مقدمه

ساختارهای متناوب منظم و ساختارهای تصادفی نامنظم هستند، به وسیله‌ی یک قاعده‌ی ریاضی ساده تعریف می‌شوند. این ساختارها در حالت یک بعدی می‌توانند از کنار هم قرار دادن چندین نوع مختلف از لایه‌ها مطابق با دنباله‌های جانیشینی تشکیل شوند. از جمله‌ی این دنباله‌ها می‌توان به دنباله‌های فیبوناچی، تیو-مورس و کانتور اشاره کرد. در این میان دنباله‌ی فیبوناچی ویژگی‌های فیزیکی مجذوب کننده با کاربردهای عملی از خود نشان می‌دهند که این ویژگی‌ها در هیچ یک از سیستم‌های متناوب و نامنظم یافته نمی‌شود [۹].

تا کنون مدهای سطحی در ساختارهای گوناگونی مانند فیلم نازک، بلورهای فوتونی متشکل از مواد دی‌الکتریک و فلز، پلاسما و گرافن مورد مطالعه قرار گرفته‌اند [۱۰-۱۲]. در این مقاله هدف ما بررسی شبه بلورهای فوتونی حاوی گرافن در ناحیه THz و قابلیت تنظیم‌پذیری آن‌ها با استفاده از مرتبه‌ی مولدها است. برای این منظور از مولدهای شبه‌متناوب فیبوناچی استفاده خواهیم کرد و امکان تشکیل مدهای سطحی و ویژگی‌های آن‌ها را بررسی خواهیم کرد.

## ۲- اصول نظری

یک بلور فوتونی نیمه‌نامتناهی یک بعدی را در نظر می‌گیریم که هر سلول آن از یک ساختار فیبوناچی تشکیل شده است. شبه بلور فوتونی فیبوناچی از کنار هم گذاشتن دو لایه‌ی D و G بدست می‌آید. ساختار فیبوناچی مرتبه‌ی n ام  $S_n$  ، طبق قاعده‌ی  $S_n = S_{n-1}S_{n-2}$  با  $n \geq 2$  و  $S_1 = D$  و  $S_0 = G$  حاصل می‌شود. تعداد لایه‌ها در ساختار فیبوناچی مرتبه‌ی n ام  $F_n$  ، را می‌توان از قاعده‌ی  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$  به ازای  $n \geq 2$  مشخص کرد. فیبوناچی مرتبه‌ی صفر و اول هر کدام فقط یک لایه دارند یعنی  $F_0 = F_1 = 1$  [۹].

به منظور فرمولبندی مسئله‌ی مدهای سطحی ظاهر شده در فصل مشترک هوا و شبه بلور فوتونی، یک موج تخت قطبیده‌ی الکترومغناطیسی تک‌رنگ با فرکانس زاویه‌ای  $\omega$  و عدد موج فضای آزاد  $k = \omega/c$  و قطبش الکتریکی عرضی را در نظر می‌گیریم که بر ساختار فرود می‌آید. این ساختار بر پایه‌ی یک ماده همگن (D) با ثابت دی‌الکتریک  $\epsilon_d$  و ضخامت  $d_d$  و گرافن (G) با رسانندگی اپتیکی  $\sigma$  است. لایه‌ها در صفحه x-y قرار دارند و محور z بر سطح مشترک لایه‌ها عمود است. همچنین فرض می‌کنیم محیط اطراف

فصل مشترک بین دو محیط غیر یکسان نقشی حیاتی در بسیاری از پدیده‌های اپتیکی بازی می‌کند. به عنوان مثال در اپتیک مقدماتی فصل مشترک مواد مسئول بازتاب و شکست است. یک پدیده‌ی دیگر، موج الکترومغناطیسی سطحی است. مدهای سطحی نوع خاصی از امواج هست که در فصل مشترک بین دو محیط با ویژگی‌های متفاوت محدود می‌شود. چنین موجی در جهتی موازی با فصل مشترک حرکت می‌کند اما در هر دو طرف فصل مشترک دامنه‌ی آن بعد از یک فاصله‌ی مشخصی از فصل مشترک میرا می‌شود [۱]. این جایگزیدگی، یک کمیت کاربردی بسیار مناسب است که به عنوان مثال در برخی حسگرهای بیوشیمیایی بسیار حساس به کار برده می‌شود [۲].

یکی از شناخته‌شده‌ترین نمونه‌های مدهای سطحی، مدهایی هستند که در فصل مشترک بین فلزات و دی‌الکتریک‌ها تشکیل می‌شوند. این ساختارها دارای معایبی از جمله اتلاف بالا، دشواری تغییر ویژگی‌های دی‌الکتریک و عدم وجود مد TE هستند [۳]. برای غلبه بر این معایب می‌توان به جای رسانای فلزی از گرافن در این ساختارها استفاده کرد.

گرافن ماده‌ای از کربن خالص و به ضخامت یک اتم است که اتم‌های آن در یک آرایه‌ی دوبعدی شش گوشه‌ای منظم قرار گرفته‌اند [۴]. از زمان تولید آزمایشگاهی گرافن در سال ۲۰۰۴، محققان توجه ویژه‌ای به گرافن داشته‌اند. عمده دلیل این امر، ویژگی‌های منحصر به فرد گرافن از جمله تراز فرمی قابل کنترل با استفاده از ولتاژ گیت، پاسخ الکترومغناطیسی پهن‌بند [۵] و تحرک‌پذیری بالای حامل‌های بار [۶] است که این ویژگی‌ها در دستگاه‌های اپتوالکترونیکی تنظیم‌پذیر، سرعت-بالا و پهن باند مطلوب هستند. اخیراً گرافن به عنوان ماده ترانز (THz) ظاهر شده است. طیف فرکانسی THz به عنوان بخشی از طیف الکترومغناطیسی با طول موج mm ۱ تا  $100 \mu\text{m}$  (3 THz-300 GHz) تعریف می‌شود [۷]. تکنولوژی THz کاربردهای فراوانی در حوزه‌های مختلف از جمله تکنولوژی اطلاعات و ارتباطات (ICT) و تصویربرداری پزشکی دارد [۸].

از سوی دیگر شبه بلورهای فوتونی که حد مابین

$$\begin{pmatrix} a_{p+1} \\ b_{p+1} \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} a_p \\ b_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_p \\ b_p \end{pmatrix} \quad (5)$$

که در آن  $p$  شماره سلول واحد است. رابطه‌ی پاشندگی مدهای سطحی را می‌توان با استفاده از این ماتریس و اعمال شرط صفر شدن میدان‌ها در فواصل دور از فصل مشترک در  $z = -d_s$  به دست آورد:

$$\frac{q_0}{k_1} + i \frac{\sigma \omega \mu_0}{k_1} = -i \frac{\lambda - A - \hat{B}}{\lambda - A + \hat{B}} \quad (6)$$

که در آن  $\lambda = \text{Re}(A) \pm \sqrt{[\text{Re}(A)]^2 - 1}$  و  $\hat{B} = e^{-i2k_d d_s}$  و رسانندگی اپتیکی گرافن با استفاده از فرمول کوبو به صورت  $\sigma = \sigma_{\text{intra}} + \sigma_{\text{inter}}$  نوشته می‌شود که سهم درون بانندی و  $\sigma_{\text{inter}}$  سهم برون بانندی است. هنگامی که  $k_B T \ll \mu$  (که در این جا  $k_B$  ثابت بولتزمن،  $T$  دمای گرافن و  $\mu$  پتانسیل شیمیایی است)،  $\sigma_{\text{intra}}$  و  $\sigma_{\text{inter}}$  به شکل زیر نوشته می‌شوند [۱۴]

$$\sigma_{\text{intra}} = \frac{e^2}{4\hbar} \frac{i}{2\pi} \left\{ \frac{16k_B T}{\hbar\omega} \ln \left[ 2 \cosh \left( \frac{\mu}{k_B T} \right) \right] \right\} \quad (7)$$

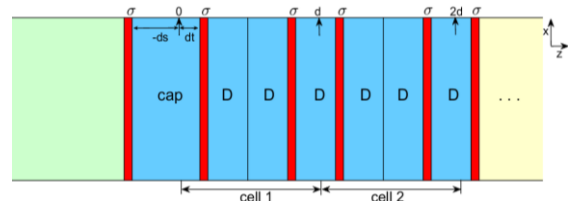
$$\sigma_{\text{inter}} = \frac{e^2}{4\hbar} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan \frac{\hbar\omega - 2\mu}{2k_B T} - \frac{i}{2\pi} \ln \frac{(\hbar\omega + 2\mu)^2}{(\hbar\omega - 2\mu)^2 + (2k_B T)^2} \right\} \quad (8)$$

به منظور یافتن امواج سطحی TE معادله (۶) را به صورت عددی حل می‌کنیم.

### ۳- محاسبات و نتایج عددی

برای انجام محاسبات عددی، لایه‌ی D را از جنس سیلیکا گلاس با  $\epsilon_d = 3.8$  و  $d_d = 57 \mu\text{m}$  [۱۵] و ضخامت لایه‌ی کلاهِک  $d_c = 3d_d$  و  $d_t = 0.2d_d$  و در لایه‌های گرافن  $\mu_c = 0.2\text{eV}$  و  $T = 300\text{K}$  انتخاب کرده‌ایم. شکل ۲ منحنی‌های پاشندگی مدهای سطحی را برای مولدهای فیبوناچی مرتبه‌های دوم الی چهارم نشان می‌دهد. نواحی رنگی باندهای مجاز انتشار امواج الکترومغناطیسی در شبه بلور مورد بحث هستند؛ در حالی که نواحی سفید رنگ، گاف باندهای ممنوعه هستند که اجازه‌ی انتشار امواج الکترومغناطیسی در آن نواحی را نمی‌دهند. خط‌چین‌ها هم مدهای سطحی هستند. ملاحظه می‌شود که افزایش مرتبه‌ی

ساختار هوا است. همانگونه که در شکل ۱ یک نشان داده شده است، یک لایه کلاهِک از جنس لایه‌ی D ولی با ضخامت متفاوت  $d_c$ ، به علاوه یک لایه گرافن بین شبه بلور و هوا قرار گرفته است. برای سادگی مسئله‌ی مورد بررسی، کلاهِک به دو زیرلایه به ضخامت‌های  $d_s$  و  $d_t$  تقسیم می‌شود به طوری که  $d_c = d_s + d_t$ . زیرلایه اول از  $z = -d_s$  شروع می‌شود و در  $z = 0$  خاتمه می‌یابد. بقیه ساختار شامل یک ساختار متناوب با سلول واحد شبه متناوب فیبوناچی است.



شکل ۱: طرح شماتیک ساختار لایه‌ای مورد بررسی شامل شبه بلور فوتونی که از مولد فیبوناچی مرتبه چهارم تشکیل شده است. در این ساختار لایه‌ی D از جنس سیلیکا گلاس با  $\epsilon_d = 3.8$  و  $d_d = 57 \mu\text{m}$  است. کلاهِک از جنس لایه‌ی D اما با ضخامت متفاوت است. گرافن با لایه‌های قرمز رنگ نشان داده شده است. سمت چپ ساختار، خلا است.

میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی امواج TE به شکل

$$E = E_y(z) \hat{e}_y e^{i(k_B x - \omega t)} \quad (1)$$

$$H = \left( H_x(z) \hat{e}_x + H_z(z) \hat{e}_z \right) e^{i(k_B x - \omega t)} \quad (2)$$

هستند که در آن‌ها  $k_x = \beta$  مولفه‌ی  $x$  بردار موج است و  $\beta = n_0 \sin(\theta_0)$  است که  $\theta_0$  زاویه‌ی تابش اندازه‌گیری شده نسبت به خط عمود بر ساختار است. جواب‌های معادله‌ی موج در در لایه‌ی  $l$  اُم عبارت است از

$$E_y(z) = \begin{cases} a_l e^{ik_z(z-z_l)} + b_l e^{-ik_z(z-z_l)} & z \geq 0 \\ b_l e^{q_0 z} & z < 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$H_x(z) = \frac{-1}{i\omega\mu} \times \begin{cases} ik_{z_l} (a_l e^{ik_z(z-z_l)} - b_l e^{-ik_z(z-z_l)}), & z \geq 0 \\ b_l q_0 e^{q_0 z} & z < 0 \end{cases} \quad (4)$$

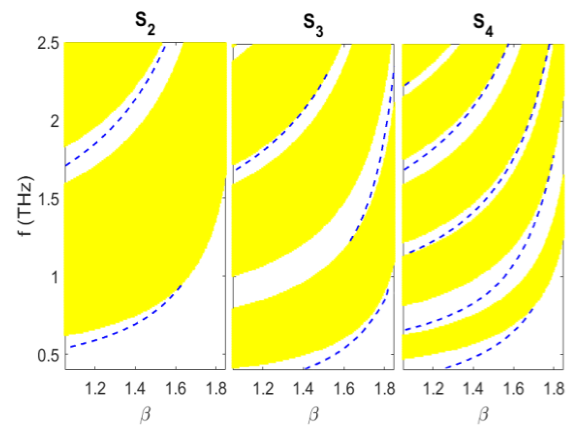
در اینجا  $k_{z_l} = (\omega/c) \sqrt{n_l^2 - \beta^2}$  و  $q_0 = (\omega/c) \sqrt{\beta^2 - n_0^2}$  بردار موج در راستای  $z$  در لایه‌ی  $l$  اُم است. با اعمال شرایط مرزی حاکم بر مولفه‌های میدان‌ها در ابتدا و انتهای هر سلول واحد و با استفاده از روش ماتریس انتقال [۱۳] داریم

ناحیه ترهترز و با قطبش الکتریکی عرضی است. محاسبات عددی نشان می‌دهد این مدهای سطحی قابلیت تنظیم پذیری توسط مرتبه‌ی مولدهای شبه متناوب دارند. افزایش مرتبه‌ی مولدهای شبه متناوب موجب انتقال فرکانس این مدها به فرکانس‌های پایین‌تر می‌گردد. از سوی دیگر، جایگزیدگی این مدها در مولدهایی با مرتبه‌ی پایین‌تر بیشتر است.

## مراجع

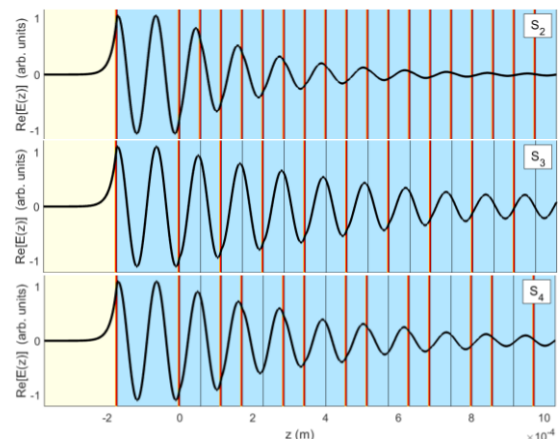
- [1] B.E. Sernelius, *Surface modes in physics*, John Wiley & Sons, 2011.
- [2] V.N. Konopsky, E.V. Alieva, "Photonic crystal surface waves for optical biosensors", *Anal. Chem.*, Vol. 79 No. 12, pp. 4729-4735, 2007.
- [3] M. Jablan, H. Buljan, M. Soljačić, "Plasmonics in graphene at infrared frequencies", *Phys. Rev. B*, Vol. 80, No. 24, pp. 245435-245437, 2009.
- [4] A.K. Geim, K.S. Novoselov, "The rise of graphene". *Nature materials*, Vol. 6, No. 3, pp. 183-191, 2007.
- [5] T. Low, P. Avouris, "Graphene plasmonics for terahertz to mid-infrared applications", *ACS Nano*, Vol. 8, No. 2, pp. 1086-1101, 2014.
- [6] K.I. Bolotin, K.J. Sikes, Z. Jiang, M. Klima, G. Fudenberg, J. Hone, P. Kim, H.L. Stormer, "Ultra-high electron mobility in suspended graphene", *Solid State Commun.*, Vol. 146 No. 9-10, pp. 351-355, 2008.
- [7] P. Mukherjee, B. Gupta, "Terahertz (THz) Frequency Sources and Antennas - A Brief Review", *Int. J. Infrared Millimeter Waves*, Vol. 29, No. 12, pp. 1091-1102, 2008.
- [8] M. Tonouchi, "Cutting-edge terahertz technology", *Nat. Photon.*, Vol. 1, No. 2, pp. 97-105, 2007.
- [9] D. Levine, P.J. Steinhardt, "Quasicrystals. I. Definition and structure", *Phys. Rev. B*, Vol. 34, No. 2, pp. 596-616, 1986.
- [10] F. Ramos-Mendieta, P. Halevi, "Electromagnetic surface modes of a dielectric superlattice: the supercell method", *JOSA B*, Vol. 14(2): p. 370-381 1997.
- [11] M. Faryad, A. Lakhtakia, "Propagation of surface waves and waveguide modes guided by a dielectric slab inserted in a sculptured nematic thin film", *Phys. Rev. A*, Vol. 83, No. 1, pp. 013814-9, 2011.
- [12] A. Madani, S. Roshan Entezar, "Surface polaritons of one-dimensional photonic crystals containing graphene monolayers", *Superlattices Microstruct.*, Vol. 75, pp. 692-700, 2014.
- [13] Z. Tianrong, S. Xi, D. Yunyun, L. Xiaohan, Z. Jian, "Transfer matrix method for optics in graphene layers", *J. Phys.: Condens. Matter*, Vol. 25, No. 21, pp. 215301-10, 2013.
- [14] L.A. Falkovsky, "Optical properties of doped graphene layers", *JETP*, Vol. 106, No. 3, pp. 575-580, 2008.
- [15] Y.O. Averkov, V.M. Yakovenko, V.A. Yampol'skii, F. Nori, "Terahertz transverse-electric- and transverse-magnetic-polarized waves localized on graphene in photonic crystals", *Phys. Rev. B*, Vol. 90, No. 4, pp. 045415-7, 2014.

مولدها موجب افزایش تعداد مدها و نیز انتقال مدهای سطحی به فرکانس‌های پایین‌تر می‌شود. در نتیجه تغییر مرتبه‌ی مولد، قابلیت تنظیم مدهای سطحی را فراهم می‌سازد.



شکل ۲: منحنی‌های پاشندگی مدهای سطحی در فصل مشترک هوا و شبه بلور فوتونی به ازای مولدهای شبه متناوب فیبوناچی مرتبه‌های دو الی چهار.

شکل ۳ توزیع میدان الکتریکی مد سطحی با فرکانس ۲ THz را در سه مرتبه‌ی مختلف مولد نشان می‌دهد. مشاهده می‌گردد که جایگزیدگی مد سطحی در مولد مرتبه‌ی دوم بیشتر از سایر حالات است.



شکل ۳: توزیع میدان الکتریکی مد سطحی با فرکانس ۲ THz در سه مرتبه‌ی مولد مختلف

## ۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله، پاشندگی مدهای سطحی در یک ساختار لایه‌ای مبتنی بر مولد شبه متناوب فیبوناچی مورد مطالعه قرار گرفت. این مطالعه بیانگر ظاهر شدن مدهای سطحی در