



## بررسی دقت اندازه گیری زمان همدوسی جو در مدل واکانونی سریع

### با دستگاه تلاطم سنج چهارروزنه

محسن پناهی<sup>۱</sup>، رامین شمالی<sup>۲</sup> و محمود ملاباشی<sup>۱</sup>

۱ تهران-دانشگاه علم و صنعت ایران-دانشکده فیزیک

۲ زنجان-دانشگاه زنجان-دانشکده فیزیک

چکیده- در این مقاله توانایی تلاطم سنج چهار روزنه در اندازه گیری زمان همدوسی جو به کمک شبیه سازی مورد بحث و بررسی قرار می گیرد. به منظور تعیین واکانونی جو و تغییرات آن به کمک دستگاه تلاطم سنج چهارروزنه یک سری از تصاویر با فرکانس داده برداری ۷۰۰ هرتز شبیه سازی گردیده است. زمان همدوسی جو به وسیله برازش نمودن تابع ساختار زمانی واکانونی جو با مدل واکانونی سریع (FADE) استخراج می گردد. در این مقاله نشان داده شده است که دستگاه تلاطم سنج چهار روزنه قادر به اندازه گیری دقیق زمان همدوسی جو در فرکانس داده برداری بالا می باشد.

کلید واژه- اندازه گیری جبهه موج، تلاطم جو، تابع ساختار زمانی واکانونی جو، زمان همدوسی جو

## Investigation of atmospheric coherence time measurement accuracy

### In fast defocus model by a 4 aperture differential image motion monitor

Mohsen Panahi<sup>1</sup>, Ramin Shomali<sup>2</sup> and Mahmoud Mollabashi<sup>1</sup>

1 Department of Physics, Iran University of Science and Technology, Tehran

2 Department of Physics, University of Zanjan, Zanjan

Abstract- In this paper the ability of the 4- aperture differential image motion monitor (DIMM) is investigated and discussed to measure the atmospheric coherence time by simulation. Sequences of images with 700 Hz acquisition frequency are simulated to determine the atmospheric defocus and its variations with 4- aperture DIMM. The atmospheric coherence time is derived by fitting the temporal structure function of the atmospheric defocus to the fast defocus model. It is shown that the 4- aperture DIMM is able to measure the atmospheric coherence time accurately in high acquisition frequency.

Keywords: wave-front sensing, atmospheric turbulence, atmospheric defocus structure function, atmospheric coherence time

## ۱- مقدمه

از آنجایی که جو از لایه های مختلفی تشکیل شده است،  $r_0$  و  $\bar{V}$  با روابط زیر تعریف می شوند

$$r_0 = [0.423 \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 (\cos \alpha)^{-1} \int_0^\infty C_n^2(h) dh]^{-3/5} \quad (3)$$

$$\bar{V} = \left( \frac{\int_0^\infty V(h)^{5/3} C_n^2(h) dh}{\int_0^\infty C_n^2(h) dh} \right)^{3/5} \quad (4)$$

که  $C_n^2(h)$  پارامتر ساختار ضریب شکست (در ارتفاع  $h$  و طول موج مشاهده شده  $\lambda$ ) و  $\alpha$  زاویه سمتی مشاهده است. توکوونین و کلر یک مدل ارائه کردند که با اندازه گیری واکانونی جو و سرعت تغییرات آن، زمان همدوسی جو را می توان تخمین زد [۲]. در این مدل پیشنهادی تابع ساختار واکانونی جو برای  $N$  لایه متلاطم با رابطه زیر تعریف می شود

$$D_4^m(t) = 1.94 D^{5/3} \sum_{i=1}^N r_{0,i}^{-5/3} \left( \frac{C_1 \left( \frac{2tV_i}{D} \right)^2 + C_2 \left( \frac{2tV_i}{D} \right)^6}{1 + C_3 \left( \frac{2tV_i}{D} \right)^\alpha + \left( \frac{2tV_i}{D} \right)^6} \right) \quad (5)$$

که  $r_{0,i}$  پارامتر فرید و  $V_i$  سرعت باد در لایه ها است  $(i=1, \dots, N)$ .  $D$  قطر دهانه و ضرایب  $C_1, C_2, C_3$  و  $\alpha$  چند جمله ای هایی بر حسب انسداد مرکزی تلسکوپ (ε) هستند [۲]. تخمین واکانونی سریع برای محاسبه زمان همدوسی  $\tau_0$  به شکل زیر به دست می آید. ابتدا رشته ای از واکانونی های جو با فرکانس داده برداری ۷۰۰ هرتز اندازه گیری می شود، تابع ساختار زمانی  $D_4(t)$  این رشته از رابطه زیر به دست می آید

$$D_4(t) = \left\langle (a_4(t'+t) - a_4(t'))^2 \right\rangle \quad (6)$$

برای تخمین پارامترهای جوی  $r_{0,i}$  و  $V_i$  به  $D_4(t)$  به مدل  $D_4^m(t)$  برازش می شود. این برازش بر قسمت اولیه تابع ساختار اعمال می شود. به کمک  $r_{0,i}$  و  $V_i$  تخمین زده شده برای هر لایه، پارامترهای جوی میانگین  $r_0$  و  $\bar{V}$  با روابط زیر محاسبه می شوند

$$r_0^{-5/3} = \sum_{i=1}^N r_{0,i}^{-5/3} \left( \frac{\bar{V}}{r_0} \right)^{5/3} = \sum_{i=1}^N \left( \frac{V_i}{r_{0,i}} \right)^{5/3} \quad (7)$$

(۸)

در انتخاب مکان رصدخانه و یا طراحی سامانه های اپتیک تطبیقی، دانستن پارامترهای جو ضروری است [۱]. یکی از این پارامترها مدت زمان دوام ساختارهای تلاطم و همچنین میزان سرعت نوسانات جبهه موج جو یا همان زمان همدوسی جو است که می توان مقدار آن را به کمک روش واکانونی سریع [۲] تخمین زد. این روش بر اساس پردازش نوسانات سریع در تلسکوپ های کوچک عمل می کند. همچنین قبلاً نشان داده شده است که دستگاه تلاطم سنج چهار روزه، ابیراهی واکانونی جو را با سرعت و دقت بالا اندازه گیری می کند [۳ و ۴]. در این مقاله قابلیت دستگاه تلاطم سنج چهار روزه برای اندازه گیری زمان همدوسی جو به کمک شبیه سازی مورد بحث و بررسی قرار می گیرد.

## ۲- نظریه آزمون تلاطم سنج چهار روزه برای اندازه گیری ابیراهی های مرتبه پایین

توانایی دستگاه تلاطم سنج چهار روزه برای اندازه گیری ابیراهی های اولیه جوی در حضور ابیراهی های مرتبه بالای جو به کمک شبیه سازی عددی و آزمایش قبلاً مورد بحث و بررسی قرار گرفته است [۳ و ۴]. اندازه ابیراهی واکانونی، در تلاطم سنج چهار روزه با رابطه زیر محاسبه می شود

$$D = - \frac{(ta_{x\alpha} - ta_{x\beta}) - (ta_{x\gamma} - ta_{x\delta}) + (ta_{y\alpha} + ta_{y\beta}) - (ta_{y\gamma} + ta_{y\delta})}{8F_{tel}d'} \quad (1)$$

که  $F_{tel}$  فاصله صفحه چهارروزه از سطح حسگر CCD و  $ta_x/F_{tel}$  و  $ta_y/F_{tel}$  مولفه های ابیراهی های زاویه ای اندازه گیری شده از موقعیت ایده آل و  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  نشانگر روزه ها هستند.

## ۳- تخمین زمان همدوسی جو با روش واکانونی سریع

زمان همدوسی جو با رابطه زیر تعریف می شود [۱]

$$\tau_0 = 0.314 \frac{r_0}{\bar{V}} \quad (2)$$

که  $r_0$  پارامتر فرید و  $\bar{V}$  سرعت متوسط باد است.

$$P_j(x, y) = \begin{cases} 1 & r_j^2 \leq R^2 = 40^2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}, \quad j = \alpha, \beta, \gamma, \delta \quad (11)$$

که

$$r_{\alpha(\beta)}^2 = (x \pm 46)^2 + (y + 46)^2$$

$$r_{\gamma(\delta)}^2 = (x \mp 46)^2 + (y - 46)^2$$

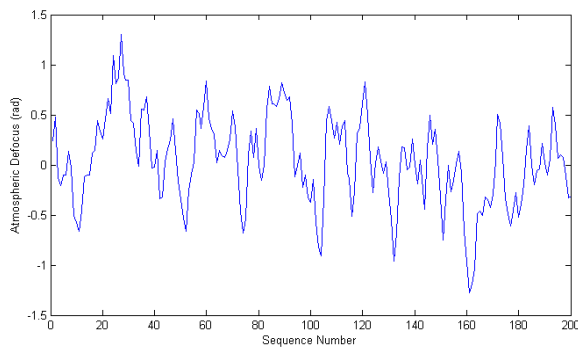
توابع تصویر لکه ها نیز به شکل زیر محاسبه می شوند:

$$I_j = \left| \text{FFT}(P_j U_i \exp(-iQ(z_j))) \right|^2 \quad (12)$$

که  $z_3$  و  $z_2$ ،  $z_{\gamma(\delta)} = \bar{z}_2 + z_3$ ،  $z_{\alpha(\beta)} = \bar{z}_2 - z_3$  نیز جملات کج شدگی زرنیکه هستند که مانند یک گوه تصاویر هر لکه را جدا می کنند و  $Q$  ضریب تیلت می باشد. تصویر چهار لکه از رابطه زیر محاسبه می شود

$$I = \sum_j I_j = I_\alpha + I_\beta + I_\gamma + I_\delta \quad (13)$$

استفاده از معادله (۱) و جابجایی مراکز لکه های واقعی از مراکز لکه های ایده آل، ابیراهی واکانونی جو به دست می آید (شکل ۱).



شکل ۱: واکانونی جوی برای رشته ای از تصاویر با  $r_0 = 10$  cm و  $v = 20$  m/s که با تلاطم سنج چهار روزنه در فرکانس داده برداری ۷۰۰ هرتز شبیه سازی شده است.

## ۴-۲ مدل تابع ساختار واکانونی جو

کلر و توکووینین تابع ساختار واکانونی را با رابطه (۵) تعریف کردند [۲]. برای پارامترهای شبیه سازی این مقاله، مدل تابع ساختار واکانونی به شکل زیر نوشته می شود

در نهایت با استفاده از رابطه ۲، زمان همدوسی جو  $\tau_0$  محاسبه می شود.

## ۴- شبیه سازی

### ۴-۱ اندازه گیری ابیراهی واکانونی جو با تلاطم

#### سنج چهار روزنه

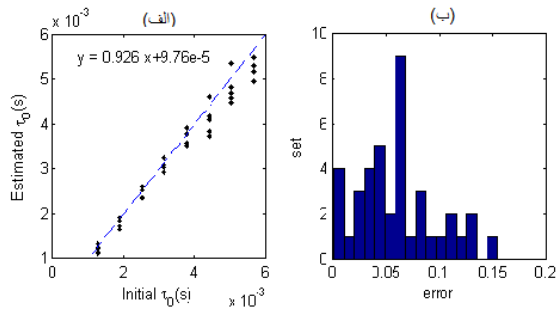
در این شبیه سازی، سه صفحه فاز در ارتفاع ۰، ۵ و ۱۰ کیلومتری در نظر گرفته می شود. این صفحات با آمار کولموگروف تولید می شوند [۵]. ماتریس های صفحات به صورت  $12000 \times 12000$  پیکسل با اندازه واقعی ۲۴ متر در ۲۴ متر هستند. فرض می کنیم که نور یک ستاره ( $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$ ) بعد از عبور از سه صفحه فاز بر روی دریچه تلسکوپ با فاصله کانونی  $F_{\text{tel}} = 3/9$  m، قطر دریچه  $D_{\text{tel}} = 36$  cm و انسداد مرکزی  $\epsilon = 0/32$  فرود می آید. برای شبیه سازی سرعت باد در لایه های مختلف جو، صفحات فاز در جلوی دریچه تلسکوپ حرکت می کنند. تابع موج مختلط برای نور اعوجاج یافته در دریچه تلسکوپ با روش انتشار لایه ای پرتو (split-step) محاسبه می شود [۶]. تابع موج مختلط و توزیع شدت در صفحه کانون برای یک تلسکوپ با تابع روزنه زیر

$$P = \begin{cases} 1 & \text{داخل دریچه} \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases} \quad (9)$$

به شکل زیر می باشد

$$U_f = \text{FFT}(P U_i), \quad I_f = |U_f|^2 \quad (10)$$

که  $\text{FFT}$  تبدیل فوریه سریع و  $U_i$  تابع موج مختلط بر روی دریچه تلسکوپ می باشد. دریچه دایروی با قطر ۱۸۰ پیکسل که در مرکز یک مستطیل با قدرت تفکیک  $500 \times 500$  و اندازه پیکسل  $2\text{mm} \times 2\text{mm}$  در صفحه دریچه شبیه سازی می گردد. صفحه مشاهده در صفحه کانون تلسکوپ با قدرت تفکیک  $500 \times 500$  پیکسل و اندازه پیکسل  $2\mu\text{m} \times 2\mu\text{m}$  قرار می گیرد. برای شبیه سازی تصاویر لکه در تلاطم سنج چهار روزنه از توابع دریچه زیر استفاده می شود.



شکل ۳: (الف) محور افقی زمان همدوسی اولیه و محور عمودی زمان همدوسی محاسبه شده با تلاطم سنج چهار روزنه است. (ب) محور افقی خطا و محور عمودی تعداد مجموعه ها است. (میانگین سرعت باد  $20 \text{ m/s}$  است)

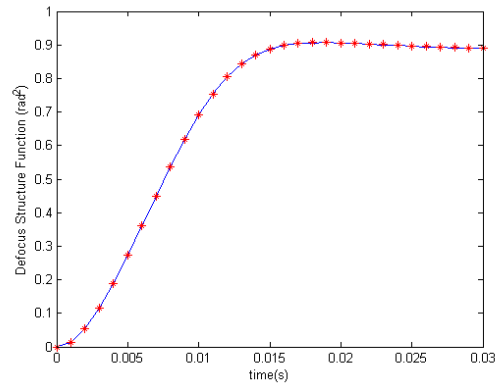
### مراجع

- [1] Roddier F 1981 The effects of atmospheric turbulence in optical astronomy *Prog. Optics*. 19, 281-376.
- [2] Tokovinin A, Kellerer A and Coude Du Foresto V 2008 FADE, an instrument to measure the atmospheric coherence time *Astron. Astrophys.* 477, 671-678.
- [3] Shomali R, Nasiri S and Darudi A 2011 Measurement of the atmospheric primary aberrations by a four-aperture differential image motion monitor *J. Opt.* 13, 055708(6pp).
- [4] Shomali R, Darudi A and Nasiri S 2013 Experimental measurement of the atmospheric primary aberrations by a four-aperture differential image motion monitor *J. Opt.* 15, 125721 (6pp).
- [5] Harding C M, Johnston R. A, Lane R G 1999 Fast Simulation of a Kolmogorov Phase Screen *Appl. Opt.* 38, 2161-70.
- [6] Schmidt J D 2010 Numerical simulation of optical wave propagation with examples in MATLAB (SPIE).
- [7] More, J. J., 1977 "The Levenberg-Marquardt Algorithm: Implementation and Theory," *Numerical Analysis*, (ed. G. A. Watson, Lecture Notes in Mathematics 630, Springer Verlag, pp. 105-116).

$$D_4^m(t) = 0.351 \sum_{i=1}^N r_{0,i}^{-5/3} \left( \frac{1.08(V_i t)^2 + 496.8(V_i t)^6}{1 + 37.51(V_i t)^{1.88} + 29225(V_i t)^6} \right) \quad (14)$$

### ۴-۳ تخمین زمان همدوسی جوی

برای مجموعه ای از واکانونی های جوی اندازه گیری شده تابع ساختار زمانی  $D_4(t)$  با معادله ۶ محاسبه می شود. تابع ساختار مدل  $D_4^m(t)$  بر قسمت اولیه تابع ساختار محاسبه شده با روش لونبرگ-مارکوارت [۷] برازش می شود (شکل ۲). بعد از یافتن تخمین هایی برای  $r_{0,i}$  و  $V_i$  پارامترهای جوی میانگین  $r_0$  و  $\bar{V}$  با استفاده معادلات ۷ و ۸ محاسبه می شوند. در نهایت تخمین زمان همدوسی جوی با معادله ۲ به دست می آید.



شکل ۲: توابع ساختار زمانی واکانونی جوی اندازه گیری شده در  $700 \text{ m}$  هرگز برای داده هایی که با  $r_0 = 10 \text{ cm}$  و  $\bar{V} = 20 \text{ m/s}$  (خط شبیه سازی شده است. منحنی برازش شده با مدل واکانونی سریع (علامت +))

### ۵- نتیجه گیری

در شکل ۳ زمان های همدوسی تخمین زده شده با زمان های همدوسی اولیه برای  $40$  مجموعه با سرعت میانگین باد  $20 \text{ m/s}$  مقایسه شده است که  $85\%$  درصد داده ها خطای کمتر از  $10\%$  درصد دارند. در واقع از طریق اجرای شبیه سازی های عددی نشان داده شد که تلاطم سنج چهار روزنه ابزاری قوی برای اندازه گیری هم زمان و زنده زمان همدوسی جوی می باشد.