



## بررسی پراکندگی امواج الکترومغناطیسی از مد و شبه مدهای غبار-یون-صوت

الهام سلیمانی ماملو، حسین حکیمی پژوه

گروه فیزیک، دانشکده فیزیک و شیمی، دانشگاه الزهرا (س)

چکیده- در این مقاله، ابتدا پراکندگی بریلوئن القایی امواج الکترومغناطیسی از مد غبار-یون-صوت در پلاسماهای غباری بررسی شده است. سپس نشان داده شده که وقتی موج پمپ، دامنه‌ی بزرگی داشته باشد و نیز هنگامی که مد غبار-یون-صوت توسط میرایی لاندائو میرا گردد، پراکندگی از شبه مدها حائز اهمیت است.

کلیدواژه- برهمکنش لیزر پلاسما، پراکندگی بریلوئن القایی، پلاسمای غباری، شبه مد

## Electromagnetic waves Scattering off DIA modes and DIA quasi-modes

Elham Soleimani Mamaloo, Hossein Hakimi Pajouh

Department of Physics, Faculty of Physics & Chemistry, Alzahra University, Tehran, Iran.

Email: [hakimi@alzahra.ac.ir](mailto:hakimi@alzahra.ac.ir) , [e.soleimani@student.alzahra.ac.ir](mailto:e.soleimani@student.alzahra.ac.ir)

Abstract- In this paper, the stimulated Brillouin scattering of electromagnetic waves off DIA mode in dusty plasmas has investigated. Then it is shown that when the pump wave has a large amplitude and also when the DIA mode is damped by Landau damping, the scattering off quasi-modes is important.

Keywords: dusty plasma, Laser Plasma interaction, quasi-mode, stimulated Brillouin scattering

۱- مقدمه

زیر است در نظر می‌گیریم:

$$\vec{E}_0 = 2E_0 e_0 \cos(\vec{k}_0 \cdot \vec{x} - \omega_0 t) \quad (1)$$

که  $E_0$  اندازه‌ی دامنه‌ی میدان،  $e_0$  بردار یکه در جهت میدان،  $\omega_0$  و  $\vec{k}_0$  نیز به ترتیب فرکانس و بردار انتشار موج پمپ هستند و رابطه‌ی پاشندگی  $\omega_0^2 = \omega_{pe}^2 + C^2 k_0^2$  را ارضا می‌کنند که در آن  $\omega_{pe}$  فرکانس الکترونی پلاسما و  $C$  سرعت نور است.

برای به دست آوردن رابطه‌ی پاشندگی غیرخطی، ابتدا از معادله‌ی موج برای باندهای جانبی  $\omega_{\pm} = \omega_0 \pm \omega$  و  $\vec{k}_{\pm} = \vec{k}_0 \pm \vec{k}$  تبدیل فوریه می‌گیریم. همچنین از معادله‌ی ولانسف برای توصیف اختلال‌های طولی پلاسما استفاده می‌کنیم. از آنجایی که برهمکنش باندهای جانبی با میدان پمپ، نیروی اثرگذار را تولید می‌کند که موجب تقویت اختلال چگالی کم فرکانس اولیه می‌گردد، پتانسیل متناسب با این نیرو نیز در معادله‌ی ولانسف وارد می‌شود. این مجموعه معادلات توسط معادله‌ی پواسون بسته می‌شود. از حل همزمان این معادلات، رابطه‌ی پاشندگی غیرخطی کلی برای یک پلاسما غباری در حضور موج پمپ الکترومغناطیسی به دست می‌آید [۲]:

$$\frac{\varepsilon}{\chi_e(\varepsilon - \chi_e)} = k^2 \sum_{j=+,-} \left\{ \frac{|\vec{k}_j \times \vec{V}_0|^2}{k_j^2 D_j} - \frac{(\vec{k}_j \cdot \vec{V}_0)^2}{k_j^2 \omega_j^2 \varepsilon_j} \right\} \quad (2)$$

که در آن  $V_0 = \frac{e}{m_e \omega_0} E_0$  سرعت الکترون‌ها در میدان

الکتریکی موج پمپ،  $D_{\pm} = k_{\pm}^2 C^2 - \omega_{\pm}^2 \varepsilon_{\pm}$  تابع پاشندگی

خطی برای امواج باند جانبی،  $\varepsilon_{\pm} = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{\pm}(\omega_{\pm} + i\nu_e)}$

دی‌الکتریک عرضی خطی در فرکانس باندهای جانبی ( $\omega_0 \ll \nu_e$  فرکانس برخورد الکترون‌ها

است)،  $\varepsilon = 1 + \sum_{\alpha=i,e,d} \chi_{\alpha}$  تابع دی‌الکتریک طولی پلاسما

و  $\chi_{\alpha} = \frac{4\pi q_{\alpha}^2}{m_{\alpha} k^2} \int \frac{k \cdot \partial f_{\alpha 0} / \partial V}{\omega - k \cdot V} d^3 V$  پذیرفتاری طولی خطی

است ( $f_{\alpha 0}$  تابع توزیع تعادلی پلاسما غباری می‌باشد) [۴] و [۳].

معادله‌ی (۲) یک رابطه‌ی پاشندگی کلی برای بررسی ناپایداری‌های پارامتری پلاسما غباری است.

انتشار پالس‌های لیزری بسیار قوی در پلاسما، از این جهت مورد توجه است که در چنین برهمکنشی تأثیر نیروی اثرگذار بسیار مهم می‌شود. به دنبال تزریق موج الکترومغناطیسی به داخل پلاسما پارامترهای اساسی آن همچون چگالی و میدان‌های الکترومغناطیسی دچار اختلال خواهند شد که این پدیده اثر خود را به صورت ناپایداری‌ها نشان می‌دهد. ناپایداری‌های پارامتری امواج الکترومغناطیسی در پلاسما که تابش فرودی را دچار پراکندگی می‌کنند، از جمله مهمترین پدیده‌های غیرخطی در برهمکنش پالس قوی لیزر با پلاسما هستند که اثرات زیادی بر دینامیک پالس و پلاسما می‌گذارند. در میان ناپایداری‌های مختلف، پراکندگی بریلوئن القایی مهمترین نقش را دارد، زیرا آسان‌تر از سایر ناپایداری‌های پارامتری برانگیخته می‌شود. این پراکندگی، نتیجه‌ی زنش غیر خطی موج الکترومغناطیسی فرودی با یک موج یون-صوت کم فرکانس است به گونه‌ای که انرژی و تکانه پایسته بماند. این پایستگی، منجر به شرایط جور شدگی فرکانس و بردار موج یعنی  $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$  و  $\vec{k}_0 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2$  می‌شود. در حقیقت، این پراکندگی مطابق با واپاشی یک موج نوری فرودی  $(\omega_0, \vec{k}_0)$  به یک موج نوری استوکس  $(\omega_2, \vec{k}_2)$  و یک موج یون-صوت  $(\omega_1, \vec{k}_1)$  است. این پراکندگی در آزمایش‌های مربوط به همجوشی هسته‌ای توسط لیزر اهمیت دارد و یک عامل اتلاف انرژی جدی برای فرآیند محصورسازی لختی پلاسما می‌باشد.

از آنجایی که پلاسماهای فضایی و آزمایشگاهی و پلاسماهای دستگاه‌های همجوشی در بیشتر موارد با ذرات غبار آمیخته هستند، در سال‌های اخیر توجه پژوهشگران به سمت پلاسماهای غباری جلب شده است. حضور ذرات غبار باردار، با تغییر رفتارهای جمعی پلاسما سبب اصلاح مد یون-صوت به مد غبار-یون-صوت می‌گردد [۱]، بنابراین پراکندگی بریلوئن القایی را نیز دچار تغییراتی خواهد نمود. در این مقاله، این پراکندگی در پلاسما غباری مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- مدل ریاضی

یک پلاسما غباری غیرمغناطیسی را در حضور یک موج پمپ الکترومغناطیسی که بردار میدان الکتریکی آن به فرم

## ۳- پراکندگی بریلوئن القایی

گرفتن حدود  $\omega = \omega_r + i\gamma$  که  $\omega_r \approx \Delta\omega \approx \omega_{DIA}$  و  $\omega_r \ll \omega_T$  و  $\gamma \ll \omega_T$  است و با توجه به اینکه بخش موهمی و مثبت طیف‌های فرکانسی، معرف نرخ رشد ناپایداری است، داریم:

$$\gamma = -\frac{1}{2}(\Gamma_{DIA} + \Gamma_-) + \frac{1}{2} \left\{ \frac{(\Gamma_{DIA} - \Gamma_-)^2}{+ 2\omega_{pi}^2 \frac{V_0^2}{C^2} \frac{Ck_0}{\omega_0} \frac{C}{c_s} \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}}\right)^{\frac{1}{2}} \sin^2 \varphi \cos \theta} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

این عبارت، نرخ رشد پراکندگی بریلوئن القایی در حضور ذرات غبار باردار و ساکن، می‌باشد.

عوامل ائتلافی، وجود یک آستانه برای ناپایداری را ایجاد می‌کنند. توان آستانه برای موج پمپ، با قرار دادن  $\gamma = 0$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\left(\frac{V_{0T}}{C}\right)^2 = 2 \frac{\Gamma_{DIA} \Gamma_-}{\omega_{pi}^2} \frac{c_s \omega_0}{C^2 k_0} \left(\frac{n_{i0}}{n_{e0}}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sin^2 \varphi \cos \theta} \quad (6)$$

## ۳-۱- پراکندگی از شبه مدها

اگر دامنه‌ی موج پمپ بالاتر از آستانه باشد، یعنی  $\frac{V_0}{C} > \frac{V_{0T}}{C}$ ، موج الکتروستاتیک از تشدید دقیق با موج غبار-یون-صوت دور و  $\omega > \omega_{DIA}, \Delta\omega$  می‌شود. با اعمال این حد فرکانسی و نیز حد  $k\lambda_{De} \ll 1$  در معادله‌ی (۳) خواهیم داشت:

$$\omega^3 \cong -2\omega_{pi}^2 \frac{C^2 k_0^2}{\omega_0} \frac{V_0^2}{C^2} \sin^2 \varphi \cos^2 \theta \quad (7)$$

این رابطه‌ی پاشندگی دارای سه پاسخ زیر است:

$$\omega \cong \omega_{pi} \left( \frac{C^2 k_0^2}{\omega_0^2} \frac{V_0^2}{C^2} \frac{\omega_0}{4\omega_{pi}} \sin^2 \varphi \cos^2 \theta \right)^{\frac{1}{3}} \times (-2, 1 \pm i\sqrt{3}) \quad (8)$$

ملاحظه می‌شود که سه شبه مد در محیط به وجود می‌آید. این شبه مدها تنها در حضور یک موج پمپ الکترومغناطیسی بسیار قوی تولید می‌شوند و فرکانس آن‌ها تابعی از شدت موج فرودی است. جالب توجه است که فرکانس این شبه مدها هیچ وابستگی‌ای به ذرات غبار ساکن ندارند. از میان این سه شبه مد، تنها یکی از آن‌ها با

زمانیکه  $D_{\pm} = 0$  و  $\varepsilon_{\pm} \neq 0$  باشد جملات الکتروستاتیکی، غیر تشدیدی بوده و باندهای جانبی فرکانس بالا عمدتاً الکترومغناطیسی هستند و مسأله‌ی پراکندگی‌های القایی امواج الکترومغناطیسی را خواهیم داشت. ساده‌ترین فرآیند پراکندگی القایی زمانی اتفاق می‌افتد که فقط یک باند جانبی فرکانس بالا یعنی مؤلفه‌ی استوکس  $(\omega_-, \vec{k}_-)$  وجود داشته باشد. بنابراین شرایط  $D_- \cong 0$  و  $D_+ \neq 0$  را در نظر می‌گیریم؛ این شرایط تا زمانی برقرار است که  $\omega \ll \frac{C^2 \vec{k}_0 \cdot \vec{k}}{\omega_0}$  باشد. برای  $\omega \ll \omega_0$  و با توجه به اینکه  $D_- \cong 0$  است، شرط  $k \cong 2k_0 \cos \theta$  را خواهیم داشت که در آن زاویه‌ی بین  $\vec{k}$  و  $\vec{k}_0$  است. بنابراین معادله‌ی (۲) به این رابطه تبدیل می‌شود:

$$\frac{\varepsilon}{\chi_e(\varepsilon - \chi_e)} = \frac{2k_0^2 V_0^2}{\omega_0 [\omega - \Delta\omega + i\Gamma_-]} \sin^2 \varphi \cos^2 \theta \quad (3)$$

که در آن  $\Gamma_- = \frac{V_e}{2} \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_0}\right)^2$  نرخ میرایی برخوردی الکترون‌ها،  $\Delta\omega = \frac{C^2 \vec{k}_0 \cdot \vec{k}}{\omega_0} - \frac{C^2 k^2}{2\omega_0}$  میزان فاصله از شرط تشدید و  $\sin^2 \varphi = \frac{|\vec{k}_- \times \vec{V}_0|^2}{k_-^2 V_0^2} = \frac{\vec{E}_0 \cdot \vec{E}_-}{E_0 \cdot E_-}$  است [۵].

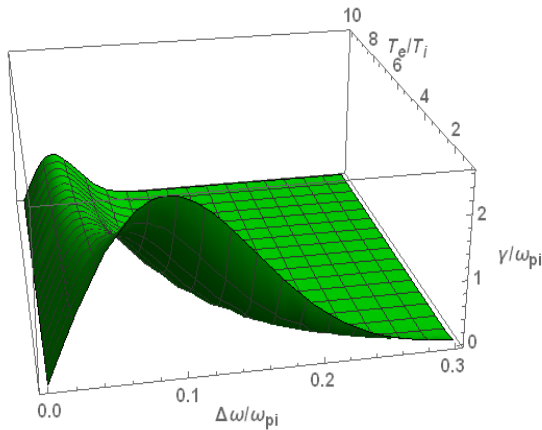
اکنون با در نظر گرفتن محدوده‌ی فرکانسی موج غبار-یون-صوت، یعنی  $\omega \ll kV_{Te}, kV_{Ti}, kV_{Td}$ ، از رابطه‌ی (۳) خواهیم داشت:

$$[\omega - \Delta\omega + i\Gamma_-] \frac{[\omega^2 - \omega_{DIA}^2 \Gamma_{DIA}]}{\omega^2 - \omega_{pi}^2} = 2 \frac{C^2 k_0^2}{\omega_0 (1 + k^2 \lambda_{De}^2)} \frac{V_0^2}{C^2} \sin^2 \varphi \cos^2 \theta \quad (4)$$

که در آن  $\Gamma_{DIA} = \frac{\omega^2}{2\omega_{pi}^2} \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \omega_{DIA} \text{Im}[\varepsilon - 1]$  نرخ میرایی

لانداو و  $\omega_{DIA} = \left(\frac{k^2 C_s^2}{1 + k^2 \lambda_{De}^2}\right)^{\frac{1}{2}}$  فرکانس موج غبار-

یون-صوت می‌باشد.  $C_s$  نیز سرعت انتشار این موج است که به صورت  $C_s = c_s (n_{i0}/n_{e0})^{\frac{1}{2}}$  با سرعت انتشار موج یون-صوت، یعنی  $c_s$ ، متناسب است.  $n_{e0}$  و  $n_{i0}$  به ترتیب چگالی تعداد الکترون‌ها و یون‌ها در حالت تعادل هستند. با در نظر



شکل ۱: نمودار نرخ رشد شبه مد لاندائو در پلاسمای غباری بر حسب فرکانس و دما

#### ۴- نتیجه گیری

مشاهده شد که با ورود یک موج تخت الکترومغناطیسی به پلاسمای غباری، مد غبار-یون-صوت با دامنه‌ی قابل ملاحظه‌ای رشد نموده و موج فرودی را دچار پراکندگی می‌سازد. همچنین ملاحظه گردید که در شدتی بالاتر از آستانه‌ی لازم برای پراکندگی بریلونن، یک شبه مد در سیستم ایجاد می‌شود که فرکانس و نرخ رشد آن تابعی از شدت میدان موج الکترومغناطیسی فرودی است. نتیجه‌ی جالب دیگر این بود که هرگاه مد طبیعی غبار-یون-صوت، در اثر میرایی لاندائوی قوی، به سرعت میرا شود شبه مدهای لاندائو در سیستم رشد می‌کنند و سبب پراکندگی موج فرودی می‌شوند. همچنین نشان دادیم که هرچه میرایی لاندائوی مد طبیعی پلاسمای غباری قوی‌تر باشد، یعنی هرچه  $T_e/T_i$  کوچک‌تر باشد، رشد این شبه مدها با نرخ بیشتری صورت خواهد گرفت و پلاسمای غباری ناپایدارتر خواهد شد.

#### مراجع

- [1] P. K. Shukla, A. A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics*, IOP Publishing Ltd, 2002.
- [۲] سلیمانی، الهام، حکیمی پژوه، حسین، "بررسی نرخ رشد ناپایداری مدولاسیونی امواج الکترومغناطیسی توسط مدهای طولی غباری"، همایش ملی فیزیک و کاربردهای آن، ۱۳۹۴.
- [3] Paul M. Bellan, *Fundamentals of Plasma Physics*, 2004.
- [4] D. G. Swanson, *Plasma Waves*, 2<sup>nd</sup> Edition, IOP Publishing Ltd, 2003.
- [5] J. F. Drake, P. K. Kaw, Y. C. Lee, G. Schmid, C. S. Liu et al., "Parametric instabilities of electromagnetic waves in plasmas", *Phys.Fluids* **17**, No. 4 (1974) 778-785.

$$\text{نرخ} = \sqrt{3}\omega_{pi} \left( \frac{C^2 k_0^2 V_0^2}{\omega_0^2 C^2} \frac{\omega_0}{4\omega_{pi}} \sin^2 \varphi \cos^2 \theta \right)^{\frac{1}{3}}$$

محیط رشد نموده و ایجاد پراکندگی در موج فرودی می‌کند. سرانجام، به رشد ناپایداری غیرخطی لاندائو می‌پردازیم. در این حالت، مد الکتروستاتیک با فرکانس  $\omega \approx kV_{Ti} \gg kV_{Td}$  را در نظر می‌گیریم. در این فرکانس، یک برهمکنش موج-ذره برای موج غبار-یون-صوت در خلال میرایی لاندائو رخ می‌دهد. در نتیجه موج غبار-یون-صوت یک مد تند میرا بوده و شبه مد لاندائو نامیده می‌شود. فرکانس این شبه مد از معادله‌ی (۳) به دست می‌آید. حال برای یافتن نرخ رشد این شبه مد، قرار می‌دهیم  $\omega = \omega_r + i\gamma$ ، که  $\omega_r \cong \Delta\omega$  است و به دست می‌آوریم:

$$\gamma = \text{Im} \left[ \frac{2k_0^2 V_0^2}{\omega_0} \frac{\chi_e(\varepsilon - \chi_e)}{\varepsilon} \sin^2 \varphi \cos^2 \theta - i\Gamma_- \right] \quad (۹)$$

با محاسبه‌ی  $\text{Im}[\chi_e(\varepsilon - \chi_e)/\varepsilon]$  و با در نظر گرفتن حد  $k\lambda_{De} \ll 1$ ، همچنین با توجه به اینکه در پلاسمای غباری با ذرات غبار باردار منفی  $1 \gg \frac{T_e n_{i0}}{T_i n_{e0}} \lambda_{De}^2$  است، معادله‌ی (۹) تبدیل می‌شود به:

$$\gamma = -\Gamma_- + \omega_{pi} \frac{V_0^2 C T_i n_{e0}^2 C k_0 \omega_{pi}}{C^2 c_s T_e n_{i0}^2 \omega_0 2k_0 c_s} \times \frac{\sin^2 \varphi}{\cos \theta} \frac{1}{\pi^2} \frac{\Delta\omega}{2k_0 V_{Ti}} e^{-\Delta\omega^2/k^2 V_{Ti}^2} \quad (۱۰)$$

در اینجا  $\Delta\omega$  همان فرکانس نوسان شبه مد و یک پارامتر آزاد است. این رابطه نرخ رشد پراکندگی موج الکترومغناطیسی از شبه مد لاندائو را نشان می‌دهد. همانگونه که در شکل ۱ مشاهده می‌شود با کاهش نسبت دمای الکترون‌ها به یون‌ها، نرخ رشد ناپایداری افزایش می‌یابد. چرا که هر چه دمای یون‌ها بیشتر از دمای الکترون‌ها باشد، میرایی لاندائوی موج غبار-یون-صوت افزایش یافته و در نتیجه رشد شبه مد لاندائو افزایش می‌یابد.