



## شبیه‌سازی انتشار لیزر Nd:YAG پالسی پرتوان منتشر شده در جو متلاطم با روش Split-Step و بررسی فاز آن با استفاده از چند جمله‌ای‌های زرنیک

جعفر بختیار شوهانی<sup>۱</sup>، مهدی قائدرحمتی<sup>۱</sup>، مجتبی رحیمی<sup>۱</sup>، مسلم جوادیمنش<sup>۱</sup>، جلال جلالی<sup>۱</sup>، هادی نوزری<sup>۱</sup> و ابوالحسن مبشری<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> موسسه دکتر اردشیر حسین‌پور

<sup>۲</sup> پژوهشکده اپتیک و لیزر، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، شاهین شهر، اصفهان

چکیده - تغییرات تصادفی ضریب شکست جو باعث تغییر طول راه نوری می‌شود و در نتیجه بر شدت و فاز جبهه موج عبوری اثر می‌گذارد. الگوریتم‌های مختلفی برای شبیه‌سازی انتشار باریکه لیزر در میان جو وجود دارد. در این مقاله با استفاده از شبیه‌سازی عددی و الگوریتم Split-Step به بررسی نحوه انتشار پالس‌های پرتوان لیزر با نمایه گاوسی می‌پردازیم. صفحات فاز با روش تبدیل فوریه شبیه‌سازی می‌شوند و تغییرات شدت و فاز جبهه موج پالس لیزر بررسی می‌شود. شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهند که در فرایند بازیابی فاز جبهه موج، افزایش تعداد جملات بسط زرنیک منجر به کاهش خطای فاز باقیمانده می‌شود.

کلیدواژه - الگوریتم Split-Step، پالس‌های پرتوان، تلاطم جو، لیزر Nd:YAG.

## Simulation of propagation of high power Nd:YAG pulsed laser in turbulent atmosphere by means of Split-Step method and investigation of its phase by Zernike polynomials.

Jafar Bakhtiar Shohani<sup>1</sup>, Mehdi Ghaedrahmati<sup>1</sup>, Mojtaba Rahimi<sup>1</sup>, Moslem Javadimanesh<sup>1</sup>, Hadi Nozari<sup>1</sup>, Jalal Jalali<sup>1</sup> and Abolhassan Mobasheri<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Institute of Dr. Ardeshir Hosseinpour

<sup>2</sup> Malek-e-Ashtar university of technology, Optics and Laser research center, Shahin shahr, Isfahan

**Abstract-** Random variation of atmosphere refractive index causes changing the optical path. Therefore, it affects the intensity and phase of wavefront passing through the atmosphere. There are different algorithms for simulating the propagation of laser beams through turbulent atmosphere. In this article, propagation of high power pulses of laser with gaussian profile is investigated using numerical simulation and Split-Step method. Phase screens are simulated using Fourier transform and variations of intensity and phase of laser pulses are investigated. Results of simulations show that at wavefront phase retrieval process, increasing the number of terms of Zernike polynomials leads to decreasing the residual phase error.

**Keywords:** Split-Step algorithm, High power pulses, Atmospheric turbulence, Nd:YAG laser.

## ۱. مقدمه

برای بدست آوردن این ضرایب از رابطه چگالی طیفی توان و بر اساس روش تبدیل فوریه استفاده شده است. در این مقاله از چگالی طیفی توان فون-کارمن استفاده شده که رابطه آن بصورت زیر است [۳].

$$\Phi_{\phi}(k) = \frac{0.49 r_0^{-5/3} \exp\left(-\frac{k^2}{k_m^2}\right)}{(k^2 + k_o^2)^{11/6}}, \quad 0 \leq k < \infty \quad (1)$$

که  $k_o = 2\pi / L_0$  و  $k_m = 5.92 / l_0$  و  $r_0$  پارامتر فرید است که قدرت تلاطم جو را نشان می‌دهد. پارامترهای  $l_0$  و  $L_0$  به ترتیب، بیانگر مقیاس درونی و بیرونی تلاطم جو هستند.

در روش *Split-Step* تلاطم جو به صورت صفحات گسسته‌ای در نظر گرفته می‌شود که در طول مسیر انتشار قرار می‌گیرد. این صفحات صرفاً فاز جبهه موج را با توجه به چگالی طیفی توان تلاطم جو بصورت کاتوره‌ای تغییر می‌دهند.

در این روش، بازه انتشار به چند زیربازه شکسته می‌شود و میدان در هر صفحه به عنوان میدان ورودی در صفحه بعد در نظر گرفته می‌شود [۴].

$$E(r_{i+1}) = R\left(\frac{\Delta z_i}{2}, r_i, r_{i+1}\right) \times T(z_i, z_{i+1}) \times R\left(\frac{\Delta z_i}{2}, r_i, r_{i+1}\right) \times E(r_i) \quad (2)$$

در این رابطه،  $T$  عملگر شکست و تغییرات فاز باریکه،  $E$  میدان الکتریکی و  $R$  عملگر انتشار از مکان  $r_i$  به مکان  $r_{i+1}$  است. عملگر  $T$  بصورت زیر تعریف می‌شود،

$$T(r_{i+1}) = \exp(-i\phi(r_{i+1})) \quad (3)$$

فازی که در این رابطه وجود دارد و بیانگر تاثیر تلاطم جو است از رابطه زیر به دست می‌آید،

$$\phi(r_i) = k \int_{z_i}^{z_{i+1}} \delta n(r_{i+1}) dz \quad (4)$$

همچنین  $\delta n$  در این رابطه، تغییرات ضریب شکست جو را نشان می‌دهد.

میدان باریکه گاوسی لیزر به صورت زیر تعریف می‌شود،

$$E(r, z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp(-ikz - \frac{jkr^2}{2R(z)}) \exp\left(\frac{-r^2}{w^2(z)}\right) \quad (5)$$

در این رابطه،  $w_0$  و  $w(z)$  شعاع لکه لیزر در فواصل

تلاطم جو زمین که به صورت زمانی و فضایی تغییر می‌کند همگنی ضریب شکست جو را از بین می‌برد. جریان باد، نوسانات رطوبت و تغییرات دمایی از عوامل اصلی این ناهمگنی محسوب می‌شوند. اگر جبهه موج نور لیزر در این شرایط محیطی در میان جو انتشار یابد، به دلیل تغییرات زمانی و فضایی تلاطم، ابیراهی‌هایی به جبهه موج باریکه لیزر وارد شده و باعث تغییر فاز جبهه موج می‌شوند. برای شناسایی این تغییرات باید ابتدا ابیراهی‌های تحمیل شده به جبهه موج بررسی شوند و نوع و اندازه آن‌ها به دست آید.

یکی از روش‌های شبیه‌سازی انتشار پرتو در جو، روش صفحات فاز تصادفی است که بیشتر برای باریکه‌های پیوسته لیزری استفاده می‌شود [۱]. در این مقاله با ساختن صفحات فاز تصادفی و استفاده از روش *Split-Step* انتشار پالس‌های لیزر در جو شبیه‌سازی شده است. همچنین با استخراج ضرایب زرنیک تغییرات فاز جبهه موج بررسی می‌شود.

## ۲. بررسی نظری

مساله اصلی در بررسی انتشار موج نوری در یک محیط پیوسته که ضریب شکست آن به صورت تصادفی تغییر می‌کند حل معادله موج مربوطه است. با ترکیب معادلات ماکسول به رابطه زیر برای میدان الکتریکی خواهیم رسید [۲].

$$\nabla^2 E + k^2 n^2(r) E = 0 \quad (1)$$

معمولاً در این معادله، از تغییرات زمانی ضریب شکست محیط صرف نظر می‌کنند. در اکثر موارد می‌توان از معادله حالت پایا استفاده کرد که ضریب شکست در این حالت، تنها وابسته به مکان  $(n(r))$  است.

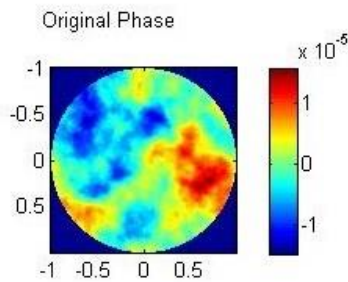
در این مقاله ابتدا صفحات فاز با روش تبدیل فوریه شبیه‌سازی شده است. با استفاده از رابطه زیر می‌توان فاز اپتیکی را بصورت یک سری فوریه نوشت،

$$\phi(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_{nm} \exp(2\pi i(f_{xn} x + f_{ym} y)) \quad (2)$$

که  $f_{xn}$  و  $f_{ym}$  فرکانس‌های فضایی و  $c_{nm}$  ضرایب سری فوریه هستند. این ضرایب در حالت کلی مختلط هستند.

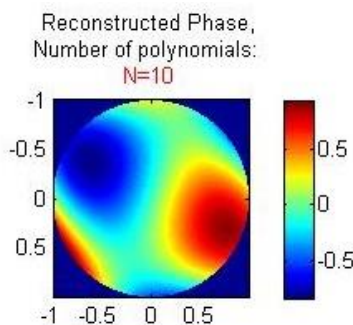
طول مسیر ۵ کیلومتر انجام شده است. با توجه به پهنای پالس لیزر، گستردگی فضایی آن ۳ متر است که بسیار کوچکتر از فاصله ۲۰۰ متری بین دو صفحه فاز متوالی است.

نمونه‌ای از صفحه فاز تولید شده در شکل (۱) نشان داده شده است.



شکل ۱. صفحه فاز تولید شده.

با استفاده از بسط زرنیک می‌توان ضرایب زرنیک را تا مرتبه دلخواه بدست آورد. با در نظر گرفتن ۱۰ جمله اول بسط زرنیک، صفحه فازی نشان داده شده در شکل (۱) بازیابی شده است. نتیجه این بازیابی فاز در شکل (۲) و ضرایب زرنیک مربوطه در جدول (۲) مشاهده می‌شود.



شکل ۲. بازیابی فاز با استفاده از ۱۰ جمله اول زرنیک.

مقایسه شکل‌های (۱) و (۲) نشان می‌دهد که برای شناسایی دقیق تر جبهه موج، جملات بیشتری در بسط زرنیک باید در نظر گرفته شوند. اثر تعداد جملات زرنیک در بازیابی فاز جبهه موج در شکل‌های (۳-الف) تا (۳-ج) نشان داده شده است. تعداد جملات بسط زرنیک در این شکل‌ها به ترتیب ۱۵، ۳۰ و ۶۰ است.

جدول ۲: جملات و ضرایب زرنیک برای فاز شبیه‌سازی شده

$a_i$	$Z_i$
0.2957	$Z_2 = 2r \cos(\theta)$

$z = 0$  و  $z$  و نیز شعاع انحنای جبهه موج نور لیزر در فاصله  $z$  است. شدت باریکه لیزر بصورت زیر است،

$$I(r, z) = I_0 \left( \frac{w_0}{w(z)} \right)^2 \exp\left( \frac{-2r^2}{w^2(z)} \right) \quad (6)$$

برای انجام شبیه‌سازی، فاصله بین صفحات فاز به صورتی در نظر گرفته شده است که بزرگتر از گستردگی فضایی پالس لیزر باشد. از طرفی، فاصله بین صفحات باید به صورتی در نظر گرفته شود که مقدار پارامتر  $r_0$  در محل گیرنده برابر با پارامتر  $r_0$  کل مسیر انتشار باشد. به عبارت دیگر، اثر انتشار از بین صفحات فاز گسسته با انتشار در تلاطم پیوسته جوی یکسان باشد.

برای بدست آوردن فاز جبهه موج، بسط آن بر حسب چندجمله‌ای‌های زرنیک انجام شده است. این جملات را می‌توان بصورت زیر نوشت [۵]،

$$W(r, \theta) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i Z_i(r, \theta) \quad (10)$$

که  $Z_i$  و  $a_i$  به ترتیب، جمله  $i$ ام و ضریب جمله  $i$ ام زرنیک هستند.

پس از شبیه‌سازی انتشار پالس لیزر در جو با در نظر گرفتن ضرایب بسط زرنیک مقدار تلاطم اعمال شده بر پرتو لیزر تحلیل خواهد شد.

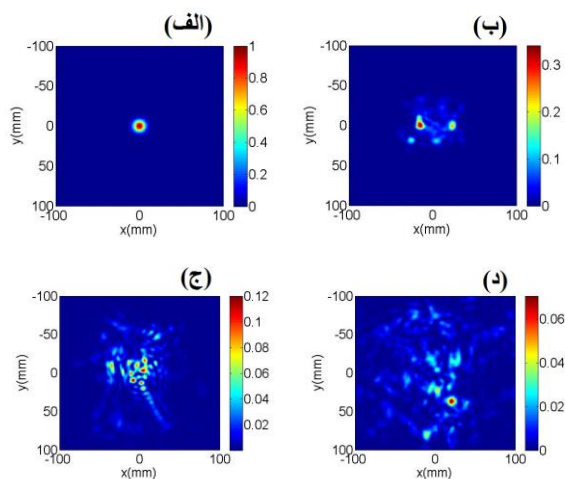
### ۳. شبیه‌سازی و نتایج به دست آمده

پارامترهای لیزر و جو که در این مقاله استفاده شده است در جدول (۱) آمده است،

جدول ۱: پارامترهای مورد استفاده در فرایند شبیه‌سازی

پارامتر	مقدار
$r_0$ (cm)	5
$l_0$ (mm)	1
$L_0$ (m)	0.5
$\lambda$ (nm)	1064
$I_0$ (MW/cm <sup>2</sup> )	200
$\tau$ (ns)	10
$w_0$ (cm)	0.5

شبیه‌سازی با استفاده از ۲۵ صفحه فازی کاتوره‌ای برای



شکل ۴. تحول زمانی توزیع شدت باریکه لیزر در فواصل (الف)  $z=0$ ، (ب)  $z=1000m$ ، (ج)  $z=3000m$ ، (د)  $z=4500m$

#### ۴. نتیجه گیری

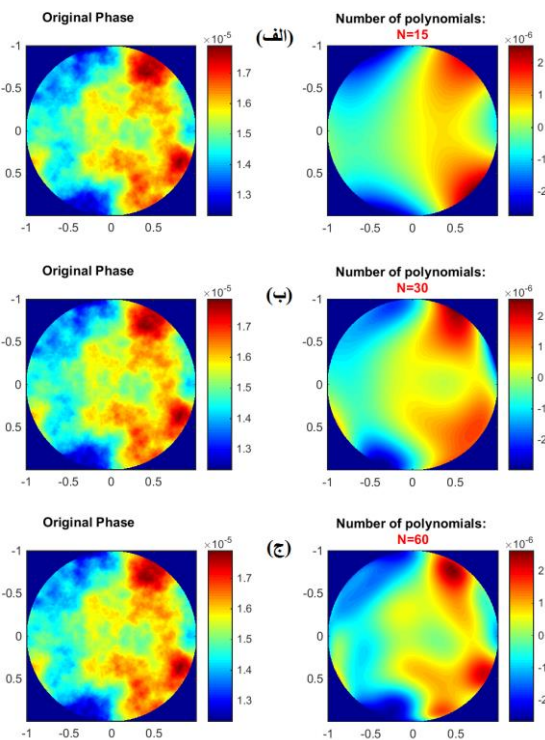
در این مقاله، با استفاده از روش *Split-Step* انتشار پالس‌های لیزر Nd:YAG در تلاطم جوی شبیه‌سازی شد. با انتخاب مناسب فاصله بین صفحات فاز علاوه بر برآورده شدن شرط شبیه‌سازی صحیح، از تاثیر همزمان چند صفحه فاز بر پالس لیزر جلوگیری می‌شود. برای بازیابی فاز جبهه موج از چند جمله‌ای‌های زرنیک استفاده شد که با افزایش تعداد جملات بسط، خطای فاز باقیمانده کاهش می‌یابد. همچنین شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهد که در این کار، اثر تلاطم جوی بر پالس‌های لیزر مشابه اثر آن بر باریکه پیوسته لیزری است.

#### ۵. مراجع

- [۱] H. Yuksel and F. C. Kunter, "Optical propagation in a turbulent atmosphere using the split step method," in SPIE, *Optical Engineering+ Applications*, 2012, pp. 851700-851700-7.
- [۲] M. Born and E. Wolf, *Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*: CUP Archive, 2000.
- [۳] L. C. Andrews and R. L. Phillips, *Laser beam propagation through random media*, vol. 52: SPIE press, Bellingham, WA, 2005.
- [۴] J. D. Schmidt, "Numerical simulation of optical wave propagation with examples in MATLAB," 2010.
- [۵] D. Malacara, *Optical shop testing*, vol. 59: John Wiley & Sons, 2007.

0.5657	$Z_3 = 2r \sin(\theta)$
-0.1389	$Z_4 = \sqrt{3}(2r^2 - 1)$
0.0798	$Z_5 = \sqrt{6}r^2 \sin(2\theta)$
0.2124	$Z_6 = \sqrt{6}r^2 \cos(2\theta)$
0.5795	$Z_7 = 2\sqrt{2} \sin(\theta)(3r^3 - 2r)$
-0.0960	$Z_8 = 2\sqrt{2} \cos(\theta)(3r^3 - 2r)$
-0.5083	$Z_9 = 2\sqrt{2} \sin(3\theta)(r^3)$
0.1012	$Z_{10} = 2\sqrt{2} \cos(3\theta)(r^3)$

همانطور که مشاهده می‌شود با افزایش تعداد جملات، تطابق بین فاز جبهه موج بازیابی شده و فاز جبهه موج اولیه افزایش یافته است.



شکل ۳. فاز جبهه موج بازیابی شده با استفاده از (الف) ۱۵، (ب) ۳۰ و (ج) ۶۰ جمله اول زرنیک.

شکل‌های (الف-۴) تا (د-۴) تحول پالس لیزر در طول مسیر انتشار را نشان می‌دهد. تاثیر تلاطم جو بر توزیع شدت پالس لیزر و کاهش بیشینه این توزیع شدت در این شکل‌ها واضح است. بر اساس این شکل‌ها تلاطم جوی علاوه بر پهن تر کردن پرتو، توزیع شدت را نیز غیریکنواخت می‌کند.