



## تحلیل ضریب غیرخطیت در فیبر کریستال فوتونی با استفاده از روش ضریب شکست موثر تمام برداری

مریم کریمی

پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، سازمان انرژی اتمی، انتهای خیابان کارگر شمالی، تهران

چکیده - در این مقاله ضریب غیرخطیت در فیبر کریستال فوتونی با ساختار شش گوش با استفاده از روش ضریب شکست موثر برداری به صورت عددی تعیین شد. مقدار سطح مقطع موثر با دو روش دقیق تحلیلی و تقریب پترمن II محاسبه شد. ضریب شکست غیرخطی فیبر در یک طول موج ثابت برای مقادیر مختلف اندازه حفره و فاصله بین حفره‌ها محاسبه و برای دو روش با هم مقایسه شد.

کلیدواژه- فیبر کریستال فوتونی، ضریب شکست موثر تمام برداری، ضریب شکست غیر خطی.

کد PACS - ۴۲/۸۱-i

## Nonlinear Coefficient Analysis of Photonic Crystal Fiber Using Fully Vectorial Effective Index Method

Maryam Karimi<sup>1</sup>

Plasma Physics and Nuclear Fusion Research School, AEOI, P.O. Box 14399-51113, Tehran, Iran,

[mykarimi@aeoi.org.ir](mailto:mykarimi@aeoi.org.ir)

Abstract- In this paper the nonlinear coefficient of the photonic crystal fiber with hexagonal structure is determined numerically using fully Vectorial effective index method. The effective area of the fundamental mode of PCF calculated with the exact analytical relation and Petermann II approximation. The nonlinear refractive index of the fiber is calculated for different hole sizes and hole spaces at a specified wavelength.

Keywords: Photonic crystal fiber, Fully Vectorial Effective Index method, nonlinear coefficient,

PACS No: 42.81-i

## ۱- مقدمه

در فیبرهای نوری پرتو از یک منطقه کوچک محدود عبور می‌کند، بنابراین شدت نوری در این افزاره می‌تواند بالا باشد؛ همچنین معمولاً پرتو مسافت قابل توجهی در فیبر منتشر می‌شود. به همین دلیل مطالعه اثرات غیرخطی در انواع فیبرهای نوری از اولویت تحقیق و پژوهش در این زمینه است. این اثرات می‌تواند به عنوان عامل محدود کننده یا بازدارند در انتقال داده‌های مخابراتی باشد. همچنین از اثرات غیرخطی برای طراحی و ساخت انواع ادوات نوری مانند انواع نوسانگرهای پارامتری نوری، سوئیچ‌های الکتریکی، تقویت کننده‌های رامان و بریلوئن، منحرف‌کننده موجبر، نوسانگرهای ریز حلقه [۱]، لیزرهای قفل مد استفاده می‌کنند [۲]. با ترکیب پاشش سرعت گروه و مدولاسیون خودفاز، می‌توان پالس سولیتونی ایجاد کرد که بدون تغییر شکل در محیط انتشار یابد [۳].

فیبرهای کریستال فوتونی به دلیل ویژگی‌های خاص مانند قابلیت تنظیم مشخصات اصلی فیبر، از قبیل پاشندگی، گشودگی عددی، ضریب غیرخطیت و همچنین قابلیت کنترل قطبش در این نوع فیبرها برای ساخت انواع ادوات نوری مبتنی بر فیبرهای کریستال فوتونی مناسب هستند [۴]. در این مقاله با استفاده روش ضریب شکست موثر برداری سطح مقطع موثر با روش تحلیلی دقیق و تقریب پترن II محاسبه و سپس ضریب غیر خطیت برای مقادیر مختلف اندازه حفره و فاصله بین حفره‌ها محاسبه شد.

برای  $\ell = 1$ ، ضریب شکست غلاف برای مد پایه به- دست می‌آید. در این عبارت،  $n_a$ ، ضریب شکست هوا، شعاع حفره هوا و مقدار  $b = \Lambda \sqrt{\sqrt{3}/2\pi}$  شعاع دایره خارجی سلول واحد برای شبکه شش گوش و  $b = \Lambda / \sqrt{\pi}$  برای شبکه چهار گوش است [۵]. با داشتن ضریب شکست غلاف و اعمال شرایط مرزی در معادله برداری ماکسول، ضریب شکست موثر انتشار مدهای مختلف در فیبر کریستال فوتونی به صورت زیر به دست می‌آید [۵ و ۶]:

$$\left[ \frac{J'_\ell(U_{eff})}{U_{eff} J_\ell(U_{eff})} + \frac{K'_\ell(W_{eff})}{W_{eff} K_\ell(W_{eff})} \right] \quad (2)$$

$$\left[ \frac{n_{cl}^2 J'_\ell(U_{eff})}{U_{eff} J_\ell(U_{eff})} + \frac{n_a^2 K'_\ell(W_{eff})}{W_{eff} K_\ell(W_{eff})} \right] = \left[ \frac{1}{U_{eff}^2} + \frac{1}{W_{eff}^2} \right] \left( \frac{\beta_{eff}}{k_0} \right)^2$$

که در آن  $U_{eff} = k_0 \rho_c (n_{co}^2 - n_{eff}^2)^{0.5}$  و  $W_{eff} = k_0 \rho_c (n_{eff}^2 - n_a^2)^{0.5}$  شعاع مغزی است که رابطه تصحیح شده در روش ضریب شکست موثر برداری از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\rho_c}{\Lambda} = C1 \left/ \left\{ 1 + \exp \left[ \left( \frac{d}{\Lambda} - C_3 \right) / C_2 \right] \right\} \right. \quad (3)$$

مقدار ضریب شکست شیشه در هر طول موجی از رابطه سلمیر به دست می‌آید [۴].

$$n_s^2 = 1 + \sum_{i=1}^3 \frac{[SA_i + x(GA_i - SA_i)] \lambda_0^2}{\lambda_0^2 - [SL_i + x(GL_i - SL_i)]^2} \quad (4)$$

مقدار  $x$  کسر مولی  $GeO_2$  و  $SA_i$ ،  $GA_i$ ،  $SL_i$  و  $GL_i$  ضرایب معادله سلمیر هستند که از مرجع [۴] جایگزاری می‌شوند. پارامتر غیرخطیت در فیبر با رابطه زیر به دست می‌آید [۳]:

$$\gamma = \frac{n_2 \omega_0}{c A_{eff}} = \frac{2\pi n_2}{\lambda_0 A_{eff}} (W^{-1} m^{-1}) \quad (5)$$

که در آن  $\lambda_0$ ، طول موج پرتو انتشاری و  $n_2$  ضریب شکست غیرخطی مرتبه دو است که با رابطه  $n_2 = \frac{1}{c n_0^2 \epsilon_0} \frac{3}{4} Re(\chi^3)$  تعیین می‌شود [۳]. مقدار ضریب  $n_2$  به نوع ماده و طول موج وابسته است. مقدار عددی  $n_2$  در شیشه BK7، برابر  $2.497 \times 10^{-20} m^2/W$  است [۷]. سطح مقطع مدی موثر با رابطه  $A_{eff} = \pi \omega_{PCF}^2$  تعیین می-

در تعیین مشخصات فیبر کریستال فوتونی با روش تمام برداری، ضرایب شکست غلاف و مغزی از معادلات انتشار تمام برداری محاسبه می‌شود. با حل معادلات ماکسول ضریب شکست غلاف از رابطه زیر به دست می‌آید [۵ و ۶]:

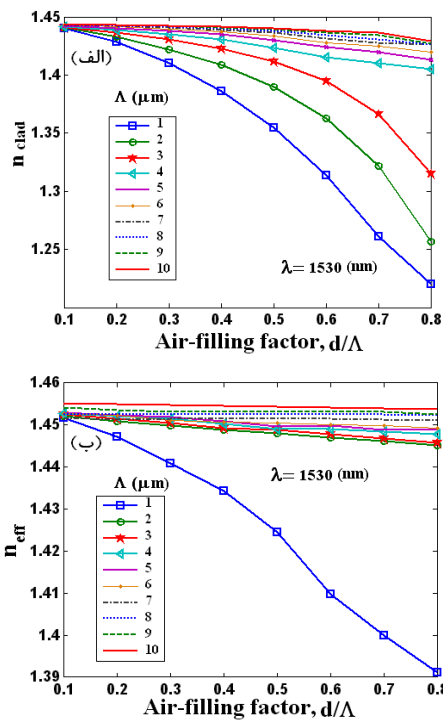
## ۲- روش ضریب شکست موثر برداری در تعیین غیرخطیت فیبر کریستال فوتونی

در تعیین مشخصات فیبر کریستال فوتونی با روش تمام برداری، ضرایب شکست غلاف و مغزی از معادلات انتشار تمام برداری محاسبه می‌شود. با حل معادلات ماکسول ضریب شکست غلاف از رابطه زیر به دست می‌آید [۵ و ۶]:

$$\left[ \frac{P'_\ell(U)}{U P_\ell(U)} + \frac{I'_\ell(W)}{W P_\ell(W)} \right] \quad (1)$$

$\times \left[ \frac{n_s^2 P'_\ell(U)}{U P_\ell(U)} + \frac{n_a^2 I'_\ell(W)}{W I_\ell(W)} \right] = \left[ \frac{1}{U^2} + \frac{1}{W^2} \right] \left( \frac{\beta}{k_0} \right)^2$  که در آن  $P_\ell(U) = J_\ell(U) Y_\ell(u) - Y_\ell(U) J_\ell(u)$  و  $I, J$  و  $Y$  توابع بسل هستند. با جایگزاری مقادیر  $W = k_0 a \sqrt{n_{cl}^2 - n_a^2}$  و  $U = k_0 a \sqrt{n_s^2 - n_{cl}^2}$

طول موج پرتو عبوری  $\lambda_0$ ، ۱۵۳۰ nm، در نظر گرفته شده است. با جایگزاری مقادیر  $n_{cl}$  در رابطه (۲)، مقادیر ضریب شکست موثر برای مد پایه انتشاری به دست می‌آید. نتایج محاسبات عددی برای ضریب شکست موثر غلاف و مغزی برای مقادیر مختلف  $d$  و  $\Lambda$  به ترتیب در شکل (۱ الف و ب) نشان داده شده است. همان‌طور که از این شکل مشاهده می‌شود، با افزایش کسر پر شدگی هوا ضرایب شکست غلاف و مغزی کاهش می‌یابد. همچنین برای مقدار معین  $d/\Lambda$ ، ضریب شکست برای  $\Lambda$  های کوچکتر مقدار کمتری دارد. در این مقاله ساختار حفره‌ها شش گوش فرض شده و  $b = \Lambda\sqrt{3}/2\pi$  است.



شکل ۱: تغییرات ضریب شکست مد اصلی الف- غلاف ب- مغزی بر حسب کسر پر شدگی هوا برای مقادیر مختلف  $\Lambda$ .

سطح مقطع مدی موثر با رابطه دقیق (۶) و تقریب پترمن رابطه (۸) با استفاده از مقادیر ضریب شکست موثر غلاف و مغزی به دست می‌آید که نتایج آن به ترتیب در شکل (۲ الف و ب) نشان داده شده است. همان‌طور که از این شکل مشاهده می‌شود با افزایش  $d/\Lambda$  برای هر مقدار معین  $\Lambda$ ، سطح مقطع موثر روند نزولی دارد. این روند نزولی با استفاده از تقریب پترمن رابطه (۸)، سرعت بیشتری دارد. نتایج ضریب غیرخطی در فیبر کریستال فوتونی با استفاده از رابطه دقیق (۶) و تقریب پترمن II، به ترتیب در شکل (۳ الف و ب) نمایش داده شده است.

شود که در آن  $\omega_{PCF}$ ، سائز نقطه‌ای<sup>۱</sup> یا شعاع میدان مدی است. چندین تقریب برای سائز نقطه‌ای تعریف می‌شود که از آن به روابط پترمن<sup>۲</sup> I و II [۸]، و رابطه مارکوس<sup>۳</sup> می‌توان اشاره کرد [۹]. رابطه مارکوس یک رابطه تجربی است و برای  $2/5 < V < 1/5$ ، معتبر است. در این مقاله از دو تقریب برای محاسبه سائز نقطه‌ای استفاده خواهد شد. حل تحلیلی دقیق شعاع میدان مدی، برای مد LP<sub>01</sub> از رابطه زیر به دست می‌آید [۴]:

$$\omega_{\text{eff}} = \rho_c J_0(U_{\text{eff}}) \frac{V_{\text{eff}} K_1(W_{\text{eff}})}{U_{\text{eff}} K_0(W_{\text{eff}})} \quad (۶)$$

در رابطه (۶)،  $J$  و  $K$  به ترتیب توابع بسل مرتبه اول و دوم هستند. در تقریب پترمن II، سائز نقطه‌ای با تقریب مد گوسی محاسبه می‌شود، که مشابه آن در فیبر کریستال فوتونی با رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\omega_1 = \rho_c \left[ \frac{2 \int_0^\infty E^2(r) r^3 dr}{\int_0^\infty E^2(r) r dr} \right]^{1/2} \quad (۷)$$

با توجه به شکل میدان برای مد پایه در فیبر کریستال فوتونی، سائز نقطه‌ای از تقریب زیر به دست می‌آید [۱۰]:

$$\omega_2 = \sqrt{2} \rho_c \left[ \frac{I_1 + I_3}{I_2 + I_4} \right]^{1/2} \quad (۸)$$

که در آن،  $I_1$ ،  $I_2$ ،  $I_3$  و  $I_4$  از رابطه زیر محاسبه می‌شوند [۱۰]:

$$I_1 = \frac{J_1(U_{\text{eff}})^2 + J_2(U_{\text{eff}})^2}{6J_0^2(U_{\text{eff}})},$$

$$I_2 = \frac{J_1(U_{\text{eff}})^2 + J_0(U_{\text{eff}})J_2(U_{\text{eff}})}{2J_0^2(U_{\text{eff}})},$$

$$I_3 = \frac{K_2(W_{\text{eff}})^2 + K_1(W_{\text{eff}})^2}{6K_0^2(W_{\text{eff}})},$$

$$I_4 = \frac{K_0(W_{\text{eff}})K_2(W_{\text{eff}}) + K_1(W_{\text{eff}})^2}{2K_0^2(W_{\text{eff}})},$$

### ۳- نتایج شبیه سازی عددی در PCF

با تعیین ضریب شکست سیلیکا در هر طول موج از رابطه (۴) و قرار دادن نتیجه در رابطه (۱) ضریب شکست موثر غلاف به دست می‌آید. در این مقاله کسر مولی  $x=0$  و

<sup>۱</sup> Spot Size

<sup>۲</sup> Petermann

<sup>۳</sup> Marcuse

#### ۴- نتیجه‌گیری

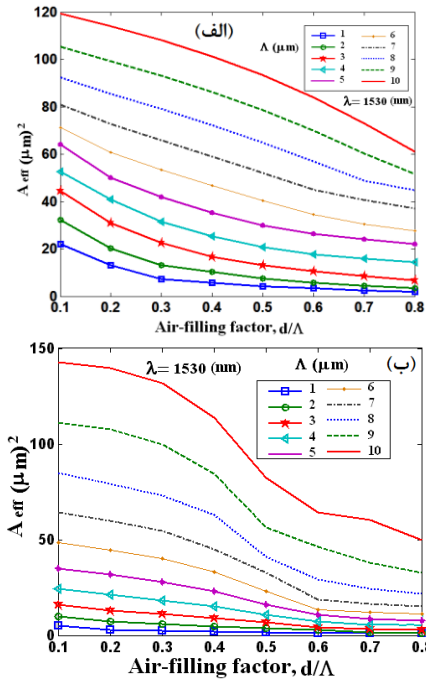
با افزایش کسر پر شدگی هوا در فیبر کریستال فوتونی اختلاف بین ضریب شکست موثر مغزی و غلاف افزایش می‌یابد که خود باعث کاهش سطح موثر مدی و افزایش ضریب غیرخطی محیط فیبر می‌شود. بنابراین در صورتی که هدف از طراحی فیبر کریستال فوتونی استفاده از اثرات غیرخطی در محیط فیبر باشد باید میزان کسر پر شدگی هوا را افزایش داد. به عبارت دیگر ضریب غیرخطی در فیبر حفره‌دار با حفره‌های بزرگتر بیشتر است. در مقایسه رابطه تحلیلی دقیق با تقریب پترن II برای محاسبه شعاع میدان مدی و در نتیجه سطح موثر مدی و ضریب غیرخطی در فیبر کریستال فوتونی، هر دو روش روند تغییرات یکسانی را نمایش می‌دهند. در روش تحلیلی دقیق اختلاف بین سطح مدی موثر برای  $\Lambda$  های مختلف در هر مقدار معین  $d/\Lambda$  تقریباً یکسان است، اما در تقریب پترن با افزایش فاصله بین حفره‌ها اختلاف سطح مدی بین بطور آشکار افزایش می‌یابد این امر موجب می‌شود که ضریب غیرخطی برای  $\Lambda$  های مختلف بخصوص برای مقادیر بزرگ  $\Lambda$ ، اختلاف بسیار کمی را با هم نشان دهد.

#### مراجع

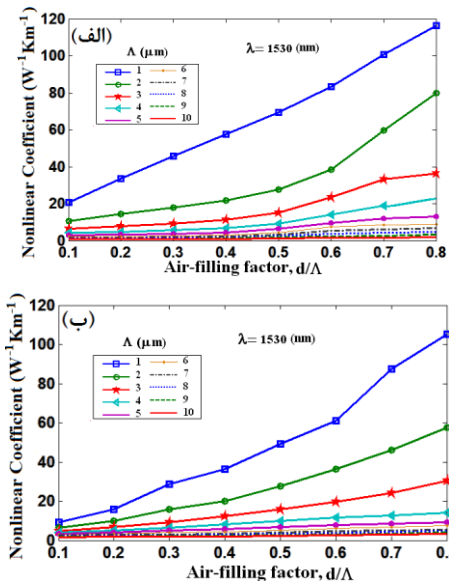
[۱] گزارش "آثار غیرخطی در فیبرهای نوری پلیمری"، مریم کریمی، مرکز

تحقیقات مخابرات، زمستان ۱۳۸۲.

- [2] K. Yamanouchi, G. Gerber, A. D. Bandrauk, "Progress in Ultrafast Intense Laser Science", Springer Heidelberg Dordrecht London New York, 2010.
- [3] G. P. Agrawal, "Nonlinear Fiber Optics", Academic Press, Printed in United States of American, 2007.
- [4] M. Karimi and F. E. Seraji, Effects of geometry on amplification property of erbium doped holey fiber amplifiers using scalar effective index method, Progress In Electromagnetics Research B., Vol. 19 385-403, 2010.
- [5] M. Karimi, "Optimization of core size in erbium doped holey fiber amplifiers", Optik Vol. 125, pp. 2780-2783, 2014.
- [6] Y. F. Li, C. Y. Wang, M. L. Hu, A fully vectorial effective index method for photonic crystal fibers: application to dispersion calculation, Optics Communications, 238 (2004) 29-33.
- [7] S. K. Tripathy, J. S. N. Achary, N. Muduli, and G. Palai, "Nonlinear Rectangular Photonic Crystal Fiber (PCF) for Optical Communication Exclusively Super Continuum Generation", J Laser Opt Photonics, Vol. 2, 10472, 2015.
- [8] G. S. Kliros, K. C. Gota and T. P. Pikouli, "Analytical Evaluation of Splice and Bending Losses of Photonic Crystal Fibers based on Empirical Relations", 2011 3rd International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT), 2011.
- [9] D. Marcuse, "Loss analysis of single mode fiber splices, The bell system technical journal, Vol. 56, pp. 703-7018, 1977.
- [10] G. S. Kliros, J. Konstantinidis, C. Thraskias, "Prediction of Macrobending and Splice Losses for Photonic Crystal Fibers based on the Effective Index Method", J. Wseas Transactions on Commun. Vol. 5, pp. 1314-1321, 2006.



شکل ۲: سطح مقطع مدی موثر الف- رابطه (۶) ب- تقریب پترن II. همان‌طور که از شکل (۳) مشاهده می‌شود برای هر مقدار  $\Lambda$  با افزایش  $d/\Lambda$ ، ضریب غیرخطی افزایش می‌یابد.



شکل ۳: ضریب غیرخطی در فیبر کریستال فوتونی با ساختار شش گوش الف- رابطه (۶) ب- تقریب پترن II.

با افزایش مقدار  $d$  در هر  $\Lambda$  ثابت، درصد هوای پر شده در غلاف فیبر افزایش یافته و اختلاف بین ضریب شکست موثر غلاف و مغزی بیشتر می‌شود که این مورد به‌وضوح در شکل (۱) نمایان است. این امر به نوبه خود باعث کاهش سطح مقطع مدی موثر و در نتیجه افزایش ضریب غیر خطی می‌شود.