روابط کوانتومی ورودی – خروجی تیغه مغناطودی‌الکتریک متحرک

احسان عموقربان[۱و۲]، علی مهدی‌فر[۱و۲] و مرضیه حسین‌زاده[۱]

[۱]دانشگاه شهرکرد، دانشکده علوم، گروه فیزیک

[۲]دانشگاه شهرکرد، گروه پژوهشی فوتونیک

چکیده – در این مقاله با استفاده از رهیافت پدیده شناختی در کوانتش میدان الکترومغناطیسی در حضور محیط‌های مغناطودی‌الکتریک متحرک، روابط کوانتومی ورودی – خروجی را برای تابش‌های فرودی عمود بر تیغه مغناطودی‌الکتریکی که به موازات سطحش حرکت می‌کند بدست می‌آوریم.

کلید واژه- محیط مغناطودی‌الکتریک متحرک، کوانتش میدان الکترومغناطیسی، روابط کوانتومی ورودی - خروجی

Quantum input-output relations for a magnetodielectric moving slab

Ehsan Amooghorban[1, 2], Ali Mahdifar[1, 2], and Marzye Hoseinzadeh[1]

[1] Department of Physics, Faculty of Science, Shahrekord University

[2] Photonics Research Group, Shahrekord University

Abstract- In this paper, by using the phenomenological approach in quantization of the electromagnetic field in the presence of moving magnetodielectric media, we obtain the quantum input–output relations for perpendicular incident radiations to a magnetodielectric slab which is moving parallel to its surface.

Keywords: Moving magnetodielectric media, electromagnetic field quantization, quantum input-output relations.

۱- مقدمه

در الکترودینامیک کلاسیک مطالعات متعددی در رابطه با اثر حرکت محیط بر انتشار امواج انجام شده است. مینکوفسکی در سال ۱۹۰۸ به مطالعه امواج الکترومغناطیسی در حضور محیط‌های متحرک پرداخت و معادلات ساختمندی که به معادلات مینکوفسکی معروف هستند را از دید ناظر در چارچوب آزمایشگاه بدست آورد[۱]. پائولی و سامرفیلد تغییر بسامد موج بازتاب شده از محیط نامتناهی متحرک را محاسبه کردند[۲و۳]. شیوزاوا و همکارانش تیغه‌ای که در دو وضعیت عمود و موازی با سطح خارجی‌اش حرکت می‌کند را درنظر گرفتند و اثر پراکندگی محیط متحرک را بر موج الکترومغناطیسی فرودی بر آن بررسی کردند[۴]. اخیرا الکترودینامیک محیط‌های متحرک نیز بسیار مورد توجه واقع شده است. محیط‌های مزبور از یک طرف یک منبع بالقوه برای تولید مواد با ضریب شکست منفی هستند[۵] و از طرف دیگر همانند یک میدان گرانشی موثر رفتار می‌کنند [۶]. به عبارت دیگر الکترودینامیک محیط‌های متحرک مشابه اپتیکی پدیده‌های نجومی را در آزمایشگاه فراهم می‌کنند. تاکنون مسئله اثر حرکت محیط بر امواج الکترومغناطیسی بیشتر به صورت کلاسیکی بررسی شده است. به منظور بررسی اثرات کوانتومی محیط متحرک بر انتشار امواج الکترومغناطیسی لازم است ابتدا کوانتش امواج الکترومغناطیس در حضور محیط متحرک انجام شود. تاکنون دو روش پدیده‌شناختی و لاگرانژی برای کوانتش امواج الکترومغناطیس در حضور محیط‌های

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

متحرک ارائه شده است[۷-۸]. با توجه به این که اثرات پراکندگی ناشی از محیط متحرک بر حالت‌های کوانتومی فرودی را می‌توان برحسب روابط ورودی-خروجی بیان کرد، از این‌رو در این مقاله، با استفاده از رهیافت پدیده‌شناختی روابط کوانتومی ورودی-خروجی را برای تیغه مغناطودی‌الکتریکی که در راستای سطح بیرونی‌اش حرکت می‌کند را بدست می‌آوریم.

۲- روابط پایه

در این بخش به بررسی کوانتش میدان الکترومغناطیسی به روش پدیده‌شناختی در حضور یک محیط مغناطودی‌الکتریک متحرک نامتناهی می‌پردازیم. به‌منظور ساده‌سازی محاسبات، یک محیط غیرجاذب، همگن و همسانگرد در نظر می‌گیریم که با سرعت یکنواخت $\mathbf{v}=v_y\hat{\mathbf{y}}$ نسبت به چارچوب آزمایشگاه و عمود بر راستای انتشار امواج الکترومغناطیس در حال حرکت است. در این‌جا چارچوب ساکن نسبت به محیط را به صورت چارچوب متحرک تعریف می‌کنیم. معادلات ماکسول حاکم بر میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در چارچوب آزمایشگاه و چارچوب متحرک شکل ریاضی مشابهی دارند ولی در روابط ساختمندی متفاوتی صدق می‌کنند[۹]. در مرجع [۷] با بهرگیری از روابط ساخت‌مندی مینکوفسکی و معرفی تانسور گذردهی الکتریکی موثر $\overline{\overline{\varepsilon}}_{eff}$ و تانسور تراوایی مغناطیسی موثر $\overline{\overline{\mu}}_{eff}$ نشان داده شده است که بردارهای میدان الکتریکی و مغناطیسی به ترتیب در چارچوب آزمایشگاه در روابط ساختمندی جدید $\mathbf{D}=\varepsilon_0\overline{\overline{\varepsilon}}_{eff}\cdot\mathbf{E}$ و $\mathbf{B}=\mu_0\overline{\overline{\mu}}_{eff}\cdot\mathbf{H}$ صدق می‌کنند. مشاهده می کنیم که این روابط شکل ریاضی مشابهی با روابط ساختمندی در چارچوب متحرک دارند ولی اگر محیط متحرک همگن و همسانگرد و غیرمغناطیسی باشد از دید ناظر آزمایشگاه ناهمگن، ناهمسانگرد و مغناطیسی است. در اینجا $\overline{\overline{\varepsilon}}_{eff}$ به صورت زیر نوشته می‌شود

$$\overline{\overline{\varepsilon}}_{eff}=\varepsilon\begin{pmatrix}\dfrac{\alpha^2n^2-m^2}{\alpha n^2} & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & \dfrac{ck_zm}{\omega\alpha n^2} & \dfrac{\alpha^2n^2-m^2}{\alpha n^2}\end{pmatrix}, \quad (۱)$$

که $\alpha=\left(1-\beta^2\right)/\left(1-n^2\beta^2\right)$، $m=\beta\left(1-n^2\beta^2\right)^{-1}\left(n^2-1\right)$، $n=\sqrt{}$ و $\beta=v/c$ است. بطور مشابه تانسور تراوایی مغناطیسی موثر $\overline{\overline{\mu}}_{eff}$ از جایگذاری ε با μ در رابطه بالا بدست می‌آید. اکنون با معرفی این تانسورهای موثر می‌توان کوانتش میدان های الکترومغناطیس در حضور محیط‌های متحرک را مشابه محیط‌های ساکن انجام داد. بر این اساس، بردارهای قطبش نوفه و مغناطش نوفه که وابسته به ویژگی‌های اتلافی محیط هستند را به صورت دستی به معادلات ساختمندی جدید اضافه می‌کنیم. سپس با استفاده از پیمانه‌ی کولن، معادله موج را برحسب پتانسیل برداری و تانسورهای موثر محیط بدست می‌آوریم. پاسخ معادله‌ی موج بر حسب تانسور گرین به‌صورت زیر بیان می‌شود

$$\hat{\mathbf{A}}(z,\omega)=-\mu_0\int dz'\,\mathbf{G}(z,z',\omega)\cdot\hat{\mathbf{j}}_N(z',\omega). \quad (۲)$$

در این‌جا، چگالی جریان $\hat{\mathbf{j}}_N(z,\omega)$ به صورت تابعی از میدان‌های بوزونی $\hat{\mathbf{f}}_e(z,\omega)$ و $\hat{\mathbf{f}}_m(z,\omega)$ که بیانگر برانگیختگی‌های میدان الکترومغناطیسی و ماده هستند به شکل زیر تعریف می‌شوند

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{j}}_N(z,\omega)&=\omega\sqrt{\frac{\hbar\varepsilon_0}{\pi S}\overline{\overline{\varepsilon}}^{I}_{eff}(\omega)}\cdot\hat{\mathbf{f}}_e(z,\omega)\\&+\nabla\times\sqrt{\frac{-\hbar}{\pi\mu_0 S}\overline{\overline{\kappa}}^{I}_{eff}(\omega)}\cdot\hat{\mathbf{f}}_m(z,\omega),\end{aligned} \quad (۳)$$

که در آن $\overline{\overline{\kappa}}_{eff}(\omega)=\overline{\overline{\mu}}^{-1}_{eff}(\omega)$ بوده و S بیانگر مساحت ناحیه‌ی کوانتش در صفحه‌ی عمود بر انتشار است. در اینجا فرض می‌کنیم امواج الکترومغناطیسی با دو قطبش خطی عمود بر هم و در جهت محور z ها منتشر می‌شوند. با انجام محاسبات طولانی تانسور گرین محیط متحرک نامتناهی به‌صورت زیر بدست می‌آید

$$\frac{\mathbf{G}(z,z',\omega)}{e^{ik|z-z'|}}=\begin{pmatrix}\dfrac{-i\mu}{2k} & 0 & 0\\ 0 & \dfrac{-i\mu_{eff\,xx}}{2k} & \dfrac{im}{2\alpha\varepsilon\omega/c}\\ 0 & \dfrac{im}{2\alpha\varepsilon\omega/c} & \dfrac{i\left(k-n^2\alpha^2\right)}{2\alpha\varepsilon k}\end{pmatrix} \quad (۴)$$

که در آن $k=n\omega/c=\sqrt{\dfrac{\alpha^2n^2-m^2}{\alpha}}\,\omega/c$ است.

اکنون با جایگذاری روابط (۳) و (۴) در رابطه‌ی (۲) مولفه‌های پتانسیل برداری به‌صوت زیر بدست می‌آیند

$$\hat{A}_x(z,\omega)=\sqrt{\frac{\hbar\xi}{4\pi\varepsilon_0 c\omega S}}\frac{\mu_{eff\,yy}}{n}\{[e^{i\beta\omega z/c}\hat{a}_{x+}(z,\omega)+e^{-i\beta\omega z/c}\hat{a}_{x-}(z,\omega)+h.c.\},\qquad(۵)$$

$$\hat{A}_y(z,\omega)=\sqrt{\frac{\hbar\xi'}{4\pi\varepsilon_0 c\omega S}}\frac{\mu_{eff\,xx}}{n}\{[e^{i\beta\omega z/c}\hat{a}_{y+}(z,\omega)+e^{-i\beta\omega z/c}\hat{a}_{y-}(z,\omega)+h.c.\},$$

که $\hat{a}_{\pm x}(z,\omega)$ و $\hat{a}_{\pm y}(z,\omega)$ به ترتیب عملگرهای نابودی متناظر با مدهایی هستند که در راستای x و y قطبیده شده‌اند و برحسب عملگرهای بوزونی سامانه مزبور به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$\hat{a}_{x\pm}(z,\omega)=i\sqrt{2\gamma\,\omega/c}\,e^{\mp\gamma z\omega/c}\int_{-\infty}^{\pm z}dz'e^{-inz'\omega/c}\times\hat{f}_{ex}(\pm z',\omega)$$

$$\hat{a}_{y\pm}(z,\omega)=i\sqrt{2\gamma\,\omega/c}e^{\mp\gamma z\omega/c}\int_{-\infty}^{\pm z}dz'e^{-inz'\omega/c}\times\frac{\sqrt{E}\,\hat{f}_{e\perp}(\pm z',\omega)\pm in\sqrt{-\kappa^{I}_{eff\,xx}}\,\hat{f}_{mx}(\pm z',\omega)}{\sqrt{|E|-|n|^2\,\kappa^{I}_{eff\,xx}}}.\qquad(۶)$$

در این‌جا β و γ به‌ترتیب متناظر با قسمت حقیقی و موهومی ضرایب شکست n هستند. پارامترهای $\xi(\omega)$ و $\xi'(\omega)$ برحسب پارامترهای اپتیکی سامانه به‌صورت $\xi(\omega)=\frac{\varepsilon^{I}_{eff\,xx}}{2\gamma}$ و $\xi'(\omega)=\frac{|E|-|n|^2\,\kappa^{I}_{eff\,xx}}{2\gamma}$ تعریف می‌شوند. به علاوه، عملگر بوزونی جدید $\hat{f}_{e\perp}(z,\omega)$ به‌صورت زیر نوشته می‌شود

$$\hat{f}_{e\perp}(z,\omega)=\frac{mn\left(-e_{32}\,\hat{f}_{ey}(z,\omega)-e_{33}\,\hat{f}_{ez}(z,\omega)\right)}{\varepsilon\alpha\mu_{eff\,xx}\sqrt{E}}\qquad(۷)$$

که $E=\left|\frac{mn}{\varepsilon\alpha\mu_{eff\,xx}}\right|^2\left(|e_{32}|^2+|e_{33}|^2\right)$ است. به سادگی می‌توان نشان داد که عملگر بوزونی جدید در روابط جابجایی زیر صدق می‌کند

$$\left[\hat{f}_{\lambda\perp}(z,\omega),\hat{f}^{\dagger}_{\lambda'\perp}(z',\omega')\right]=\delta(z-z')\delta(\omega-\omega')\delta_{\lambda\lambda'},\qquad(۸)$$
$$\left[\hat{f}_{\lambda\perp}(z,\omega),\hat{f}_{\lambda'\perp}(z',\omega')\right]=۰,$$

که $\lambda=\lambda'=e,m$ است.

با استفاده از روابط (۶) و (۸) می‌توان نشان داد که عملگرهای نابودی $\hat{a}_{\pm x}(z,\omega)$ و $\hat{a}_{\pm y}(z,\omega)$ در روابط جابجایی زیر صدق می‌کنند

$$\left[\hat{a}_{\sigma\pm}(z,\omega),\hat{a}^{\dagger}_{\sigma'\pm}(z',\omega')\right]=\delta(\omega-\omega')\delta(z-z')\delta_{\sigma\sigma'},\qquad(۹)$$
$$\left[\hat{a}_{\sigma\pm}(z,\omega),\hat{a}_{\sigma'\pm}(z',\omega')\right]=0,$$

که در آن $\sigma,\sigma'=x,y$ است.

۳- روابط ورودی - خروجی

در این بخش روش کوانتش ارائه شده در بخش قبل را برای تیغه مغناطودی‌الکتریک متحرکی با ضخامت l که در خلاء قرار دارد بکار می‌بریم. در این‌جا عملگرهای نابودی $\hat{a}^{(1)}_{\sigma\pm}(z,\omega)$، $\hat{a}^{(2)}_{\sigma\pm}(z,\omega)$ و $\hat{a}^{(3)}_{\sigma\pm}(z,\omega)$ به‌ترتیب متناظر با مدهای تابشی در نواحی $-\infty\le z\le -l/2$، $-l/2\le z\le l/2$ و $l/2\le z\le +\infty$ هستند. فرض می‌کنیم که لبه‌های خارجی تیغه در $z_1=-l/2$ و $z_2=l/2$ است. با توجه به رابطه (۶) عملگرهای نابودی در مکان $l/2$ برحسب عملگرهای نابودی در مکان $-l/2$ به‌صورت زیر نوشته می‌شوند

$$\begin{pmatrix}\hat{a}^{(2)}_{\sigma+}(l/2,\omega)\\ \hat{a}^{(2)}_{\sigma-}(l/2,\omega)\end{pmatrix}=R_\sigma\begin{pmatrix}\hat{a}^{(2)}_{\sigma+}(-l/2,\omega)\\ \hat{a}^{(2)}_{\sigma-}(-l/2,\omega)\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}d^{(1)}_{\sigma+}\\ d^{(1)}_{\sigma-}\end{pmatrix},\qquad(۱۰)$$

که R_σ بیانگر یک ماتریس قطری ۲×۲ است که درایه‌های آن برای قطبش‌های $\sigma=x$ و $\sigma=y$ به صورت $R_{\sigma,11}=1/R_{\sigma,22}=e^{-\gamma_2\omega l/c}$ تعریف می‌شوند. در این‌جا عملگر $d^{(1)}_{\sigma\pm}$ به صورت زیر تعریف می‌شود

$$d^{(1)}_{\sigma\pm}=e^{\mp\gamma_2\omega l/2c}\int_{-l/2}^{l/2}dz'D^{(j)}_{\sigma\pm}(z',\omega)e^{\pm\gamma_2\omega z'/c}\qquad(۱۱)$$

که $D_{x\pm}(z,\omega)=\pm i\sqrt{۲\gamma\,\omega/c}e^{\mp i\beta\omega z/c}\,\hat{f}_{ex}(z,\omega)$ و

$$D_{y\pm}(z,\omega)=\frac{\pm i\sqrt{۲\gamma\,\omega/c}\left(\sqrt{E}\,\hat{f}_{e\perp}(\pm z',\omega)\pm in\sqrt{-\kappa^{I}_{eff\,xx}}\,\hat{f}_{mx}(\pm z',\omega)\right)}{\sqrt{|E|-|n|^{۲}\,\kappa^{I}_{eff\,xx}}}$$

است. با اعمال شرایط مرزی روی مولفه‌های مماسی میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی، عملگرهای نابودی $\hat{a}^{(j+1)}_{\sigma\pm}(z_j,\omega)$ بر حسب عملگرهای نابودی $\hat{a}^{(j)}_{\sigma\pm}(z_j,\omega)$ می‌نویسیم. مولفه‌های میدان الکتریکی و

میدان مغناطیسی به ترتیب از مشتق زمانی و تاو روابط (۵) بدست می‌آیند. بنابراین داریم

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_{\sigma+}^{(j+1)}\left(z_j,\omega\right) \\ \hat{a}_{\sigma-}^{(j+1)}\left(z_j,\omega\right) \end{pmatrix} = S_\sigma^{(j)} \begin{pmatrix} \hat{a}_{\sigma+}^{(j)}\left(z_j,\omega\right) \\ \hat{a}_{\sigma-}^{(j)}\left(z_j,\omega\right) \end{pmatrix}. \qquad (۱۲)$$

که $j=1,2$ است. اکنون با ترکیب روابط (۱۲) و (۱۰) و مرتب کردن رابطه مزبور به گونه‌ای که عملگرهای نابودی متناظر با مدهای خروجی برحسب عملگرهای نابودی مدهای ورودی بیان شوند، رابطه‌ی کوانتومی ورودی – خروجی را برای تیغه مغناطودی‌الکتریک متحرک بدست می‌آوریم. این رابطه به صورت زیر نوشته می‌شود

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_{\sigma-}^{(1)}\left(-l/2,\omega\right) \\ \hat{a}_{\sigma+}^{(3)}\left(l/2,\omega\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_\sigma & T_\sigma \\ T_\sigma & R_\sigma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_{\sigma+}^{(1)}\left(-l/2,\omega\right) \\ \hat{a}_{\sigma-}^{(3)}\left(l/2,\omega\right) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{F}_{\sigma-}^{(1)}\left(\omega\right) \\ \hat{F}_{\sigma+}^{(1)}\left(\omega\right) \end{pmatrix}. \qquad (۱۳)$$

در اینجا $\hat{F}_{\sigma\pm}^{(1)}\left(\omega\right)$ بیانگر ویژگی‌های اتلافی تیغه است و ماتریس جذب محیط نامیده می‌شود. به دلیل کمبود فضا از ذکر جزییات رابطه مزبور خودداری می‌کنیم. ضرایب R_σ و T_σ اثرات عبور و بازتاب مدهای فرودی بر تیغه‌ی مغناطودی‌الکتریک متحرک را بیان می‌کنند و به‌صورت زیر نوشته می شوند

$$R_\sigma = \frac{\left(e^{2in_2\omega l/c}-1\right)\left(n_2^2-\xi_\sigma^2\right)e^{-i\omega l/c}}{\left(\xi_\sigma+n_2\right)^2-\left(\xi_\sigma-n_2\right)^2 e^{2in_2\omega l/c}}, \qquad (۱۴)$$

$$T_\sigma = \frac{4n_2\xi_\sigma e^{-i\omega l/c}e^{in_2\omega l/c}}{\left(\xi_\sigma+n_2\right)^2-\left(\xi_\sigma-n_2\right)^2 e^{2in_2\omega l/c}}.$$

پارامتر ξ_σ برای قطبش‌های x و y به ترتیب برابر با $\mu_{eff\,yy,2}$ و $\mu_{eff\,xx2}$ است. مقدار چشم‌داشتی عملگرهای نوفه بر حسب ضرایب بازتاب و عبور به صورت زیر نوشته می‌شوند

(۱۵)

$$\langle F|\hat{F}_{\sigma\pm}^\dagger(\omega)|F\rangle = \langle F|\hat{F}_{\sigma\pm}|F\rangle = 0,$$

$$\langle F|\hat{F}_{\sigma\pm}^\dagger(\omega)\hat{F}_{\sigma\pm}(\omega')|F\rangle = n(\omega,T)(1-|R_\sigma|^2-|T_\sigma|^2)\delta(\omega-\omega'),$$

که در آن $n(\omega,T)=[\exp(\hbar\omega/k_BT)-۱]^{-۱}$ بیانگر میانگین تعداد فوتون‌های گرمایی است. به سادگی می‌توان نشان داد که عملگرهای مدهای ورودی و خروجی در روابط جابجایی زیر صدق می‌کنند

(۱۶)

$$\left[\hat{a}_{\sigma-}^{(1)}(z,\omega),\hat{a}_{\sigma'-}^{(1)\dagger}(z',\omega')\right] = \left[\hat{a}_{\sigma+}^{(3)}(z,\omega),\hat{a}_{\sigma'+}^{(3)\dagger}(z',\omega')\right] = \delta(\omega-\omega')\delta(z-z')\delta_{\sigma\sigma'},$$

$$\left[\hat{a}_{\sigma-}^{(1)}(z,\omega),\hat{a}_{\sigma'+}^{(3)\dagger}(z',\omega')\right] = \left[\hat{a}_{\sigma+}^{(3)}(z,\omega),\hat{a}_{\sigma'-}^{(1)\dagger}(z',\omega')\right] = 0.$$

روابط ورودی–خروجی (۱۶) در حالت حدی محیط همسانگرد ساکن و یا محیط ناهمسانگرد ساکن با درایه‌های $\varepsilon_{yz}=\mu_{yz}=0$، در تطابق کامل با نتایج بدست آمده در مراجع [۱۰-۱۲] است.

۴- نتیجه گیری

در این مقاله با به کاربردن رهیافت پدیده شناختی، امواج الکترومغناطیسی در حضور محیط‌های مغناطودی‌الکتریک متحرک نامتناهی کوانتیده شد. به‌عنوان هدف اصلی در بررسی اثرات پراکندگی تیغه متحرک بر حالت‌های کوانتومی فرودی، روابط کوانتومی ورودی – خروجی برای وضعیت خاصی که تیغه‌ی مغناطودی‌الکتریک عمود بر تابش‌های فرودی و به موازات سطح بیرونی‌اش حرکت می‌کند بدست آمد.

سپاسگزاری

نویسندگان، از معاونت تحصیلات تکمیلی دانشگاه شهرکرد برای حمایت‌های انجام شده قدردانی می‌نمایند.

مراجع

[1] H. Minkowski, *Nachr. Ges. Wiss*. Gotingen **1**, (1908) 53.

[2] W. Pauli, *Theory of Relativity* (Pergamon, New York, 1958).

[3] A. Sommerfeld, *Optik*, 2nd ed. (Akademische, Leipzig, 1959).

[4] T. K. Shiozawa, K. Hazawa, and N. Kumagai, J. Appl. Phys. **38**, (1967) 4459.

[5] T. M. Grzegorczyk and Jin. Au. Kong, Phys. Rev. B **74**, (2006) 033102.

[6] U. Leonhardt, and P. Piwnicki, Phys. Rev. Lett. **84**, (2000) 822.

[7] R. Matloob, Phys. Rev. A **71**, (2005) 062105.

[8] S. A. R. Horsly, Phys. Rev. A **86**, (2012) 063822.

[9] H. T. Chen, *Theory of Electromagnetic Waves* (McGraw-Hill, New York, 1983).

[10] R. Matloob and G. Pooseh, Optics. Communications. **181**, (2000) 109.

[11] Y. Dong and X. Zhang, J. Opt. **13** (2011) 03540.

[۱۲] ا .عموقربان، ع .مهدی فر و م .حسین زاده " *روابط کوانتومی ورودی-خروجی برای متامواد مغناطودی الکتریک چندلایه ای جاذب و ناهمسانگرد*"، مجله پژوهشی فیزیک ایران، به زودی منتشر می شود.