

جایگزینی عرضی در آرایه دو حلقه‌ای فیبر نوری با بی‌نظمی غیر قطری همبسته

دریاکار، نوید^۱؛ گلشنی، مجتبی^۱؛ تراز، مجید^۱؛ بهرامپور، علیرضا^۲

^۱دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران

^۲دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

چکیده-در این مقاله به اثر همبستگی بلند برد بر جایگزینی عرضی نور در آرایه دو حلقه‌ای موجبر نوری می‌پردازیم. بدین منظور معادله تنگ-بست حاکم بر سیستم برای ضرایب جفت شدگی تصادفی از حلقه داخلی (بی‌نظمی غیر قطری) با توان‌های همبستگی مختلف به صورت عددی و با استفاده از نرم افزار متلب حل شده است. نتایج عددی نشان می‌دهد که در توان‌های همبستگی کمتر از یک مقدار مشخصه نرخ مشارکت کوچک و سیستم جایگزیده است، در حالیکه برای توان‌های همبستگی بزرگتر پهنای بسته موج فرودی با انتشار در طول سیستم افزایش می‌یابد.

کلید واژه- جایگزینی، نرخ مشارکت.

Transverse localization in double ring optical waveguide array with off-diagonal correlated disorder

Daryakar, Navid¹; Golshani, Mojtaba¹; Taraz, Majid¹; Bahrapour, Alireza²

¹Department of physics, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran

²Department of physics, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

Abstract-In this paper, we investigate numerically the light transverse localization in double ring waveguide array with correlated off-diagonal disorder. To this end, the tight-binding equation has been solved numerically (with MATLAB) for different values of correlation exponents. Numerical results show that when the correlation exponent is below some characteristic value, participation rate is small and transverse localization is occurred. In contrast, long-range correlation with high values of correlation exponent impedes localization and increases the transverse spreading of the wavepacket.

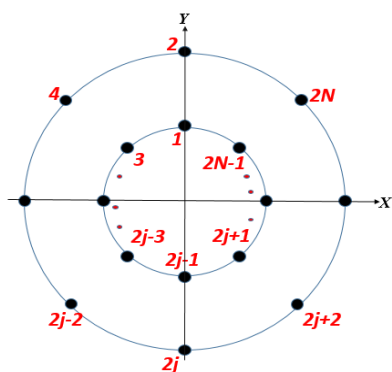
Keywords: Localization, Participation Rate.

مقدمه

در سال ۱۹۵۸ بود که اندرسون مقاله‌ای مبنی بر وجود جایگزیدگی الکترون منتشر کرد و از آن زمان پدیده‌ی جایگزیدگی مورد توجه قرار گرفت. اساس این پدیده تداخل امواج پراکنده شده ناشی از بی‌نظمی است و به همین علت این موضوع به سرعت به سایر طیف‌های موجی نیز راه پیدا کرد. جایگزیدگی یکی از موضوعات جذاب در اپتیک و ماده چگال است که به بررسی نحوه انتشار انرژی در یک محیط دارای بی‌نظمی می‌پردازد [۱]. مطالعه‌ی همه جانبه آرایه‌های موجبری نوری اخیراً باعث اثبات این موضوع شده است که این آرایه‌ها محیط مناسبی برای بررسی انتشار نور می‌باشند [۲]. منشأ جایگزیدگی تداخل امواج پراکنده شده از مسیرهای گوناگون و تغییر ویژه مدهای سیستم از حالات گسترده بلاخ به حالات جایگزیده‌ی نمایشی است [۳]. جایگزیدگی عرضی یک روش متفاوت برای بررسی اثر بی‌نظمی بر انتشار نور است، که در آن سیستم در یک راستا (طولی) یکنواخت، اما در دو جهت عرضی شامل بی‌نظمی است [۴]. در تقریب پیرا محوری، معادله‌ی حاکم بر جایگزیدگی عرضی شبیه معادله موج شرودینگر با یک پتانسیل تصادفی دوبعدی است، و بنابراین نظریه مقیاسی پیش بینی می‌کند که همه مدهای سیستم در هر شدت بی‌نظمی جایگزیده باشند [۵]. با این وجود در سیستم‌های نامنظم دارای همبستگی این پیش بینی نادرست است [۶]. از این رو بررسی اثر همبستگی بر جایگزیدگی عرضی مورد توجه است. آرایه‌های دایروی از موجبرهای نوری دارای کاربردهای گوناگون از جمله کلیدهای نوری مرتبه بالا، قابلیت تقسیم و هدایت توان نوری، کنترل و حذف پاشندگی، و تولید باریکه‌های استوانه‌ای می‌باشند [۷]. این مقاله به بررسی اثر همبستگی بلندبرد بر جایگزیدگی اندرسون در آرایه دوحلقه‌ای فیبر نوری با بی‌نظمی غیرقطری می‌پردازد. نتایج این مقاله می‌تواند در توصیف انتشار نور در آرایه‌های دایروی نامنظم که بی‌نظمی ممکن است به صورت دستی یا ناشی از روش ساخت باشد، کاربرد داشته باشد.

مقدمات تئوری

دو حلقه هم مرکز در نظر بگیرید که بر روی محیط



شکل ۱: آرایه دو حلقه‌ای موجبر نوری.

هرکدام از آنها تعداد مساوی N موجبر یکسان تعبیه شده است (شکل ۱). هر موجبر با دو موجبر در حلقه خود و یک موجبر (در بالا یا پایین) از حلقه دیگر همسایه است. بنابراین، در این سیستم هر موجبر با سه موجبر مجاور خود جفت شده است و یک آرایه دایره‌ای دو حلقه‌ای موجبر جفت شده خواهیم داشت.

با استفاده از نظریه جفت شدگی مدها، معادلات تنگ-بست حاکم بر انتشار دامنه میدان الکتریکی موجبرهای حلقه داخلی و خارجی آرایه، به ترتیب به صورت زیر است:

$$-i \frac{dE_{2j-1}}{dz} = C_{j-1}^{(i)} E_{2j-3} + C_j^{(i)} E_{2j+1} + C_j^{(io)} E_{2j} \quad (1)$$

$$-i \frac{dE_{2j}}{dz} = C_{j-1}^{(o)} E_{2j-2} + C_j^{(o)} E_{2j+2} + C_j^{(io)} E_{2j-1} \quad (2)$$

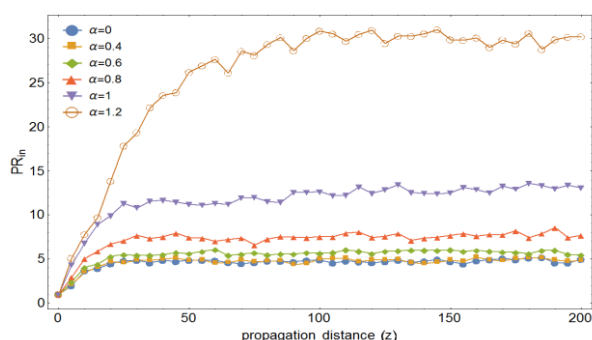
$$(j = 1, 2, 3, \dots, N)$$

در این معادلات با توجه به شکل ۱، $C_j^{(i)}$ و $C_{j-1}^{(i)}$ ، ضریب جفت شدگی بین موجبر $2j-1$ حلقه داخلی با موجبرهای مجاور خود، $C_j^{(o)}$ و $C_{j-1}^{(o)}$ ، ضریب جفت شدگی بین موجبر $2j$ حلقه خارجی با موجبرهای مجاور خود و $C_j^{(io)}$ ضریب جفت شدگی بین موجبرهای بالا و پایین از حلقه دیگر است. لازم به ذکر است که در تقریب جفت‌شدگی مدها، ابعاد، ساختار، ویژگی‌های اپتیکی موجبرها و فاصله بین آنها بر ثابت انتشار و ضریب جفت‌شدگی بین موجبرها تأثیر می‌گذارد. همچنین فرض شده است که موجبرهای حلقه خارجی به صورت تناوبی روی دایره بزرگتر قرار گرفته‌اند، درحالی‌که موجبرهای حلقه داخلی نسبت به سیستم تناوبی به صورت تصادفی جابجا شده‌اند، به گونه‌ای که فاصله‌ی آنها اعداد تصادفی

اولیه تحریک یک موجبر $E_j(z=0) = \delta_{j,j_0}$ با استفاده از نرم افزار متلب به صورت ماتریسی حل شده است. در جایگزیدگی عرضی، موج نوری بصورت آزادانه در راستای طولی منتشر می شود در حالی که در راستای عرضی محدود است.

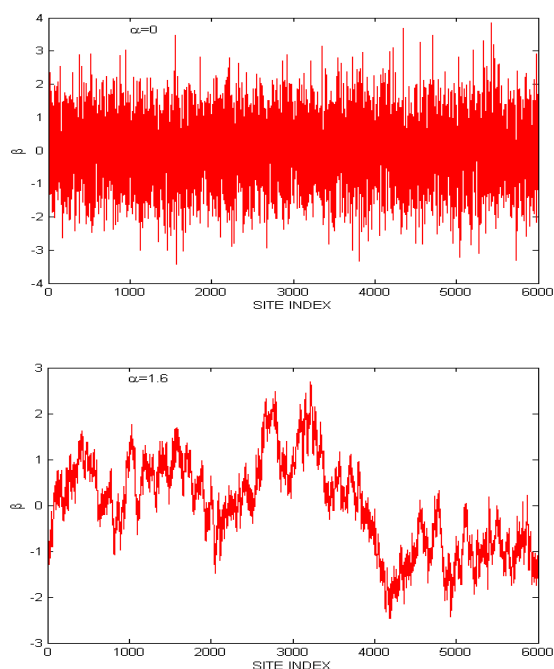
نتایج عددی

نتایج بدست آمده در این قسمت حاصل میانگین گیری از ۱۰۰۰ شبیه سازی آرایه شامل $2N=100$ موجبر با بی نظمی غیرقطری همبسته بلند برد می باشد. به منظور بررسی میزان جایگزیدگی نور در آرایه دو حلقه ای موجبرنوری، در صفحه $z=0$ موجبر شماره $j_0=49$ در حلقه داخلی را تحریک می کنیم. نحوه تغییر نرخ مشارکت برای حلقه داخلی در طول انتشار برای توان های مختلف همبستگی در شکل ۳ نشان داده شده است. با توجه به این شکل واضح است که، در مقادیر بزرگ طول انتشار که نرخ مشارکت به مقدار ثابت خود می رسد، با افزایش توان همبستگی نرخ مشارکت افزایش یافته و با پخش شدن دامنه موج ورودی در حلقه داخلی و خارجی میزان جایگزیدگی کاهش می یابد. شکل ۴ نشان دهنده نحوه تغییر نرخ مشارکت محاسبه شده در انتهای موجبرها برحسب توان همبستگی است. واضح است که نرخ مشارکت برای توان های همبستگی کوچکتر از مقدار مشخصه $\alpha_c \approx 0.9$ بسیار کوچک و نسبتاً ثابت است و سیستم در $\alpha < \alpha_c$ جایگزیده است. همچنین مقدار مشخصه برای هر دو حلقه تقریباً یکسان است، با این تفاوت که برای حلقه خارجی که دارای ضرایب جفت شدگی منظم است، نرخ مشارکت عدد بزرگتری می باشد، و در نتیجه میزان پخش شدگی بیشتر است.



شکل ۳: نرخ مشارکت حلقه داخلی در طول انتشار برای توان های مختلف همبستگی.

همبسته ی بلند برد با چگالی طیفی (تبدیل فوری همبستگی) $S(k) \propto k^{-\alpha}$ است. در این رابطه توان همبستگی α نشان دهنده ی نحوه افت توانی چگالی طیفی است. به منظور تولید دنباله اعداد تصادفی همبسته بلند برد با این ویژگی از معادله (۲) مرجع [۸] استفاده شده است. شکل ۲ دو نمونه از دنباله بلند برد همبسته که با این روش تولید شده است را نشان می دهد.



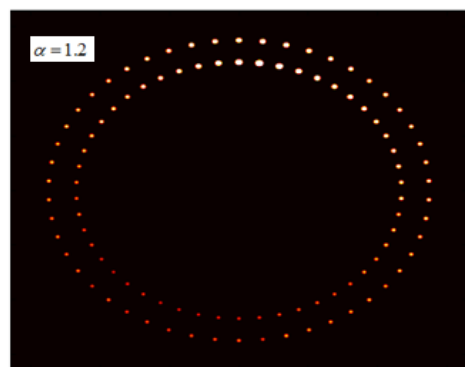
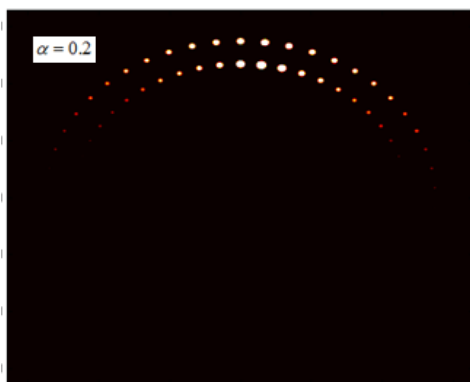
شکل (۲): دنباله بلند برد همبسته برای دو توان همبستگی مختلف

نرخ مشارکت در هر طول انتشار Z معیاری برای اندازه گیری تعداد موجبرهای اشغال شده توسط نور است، و بصورت زیر تعریف می شود:

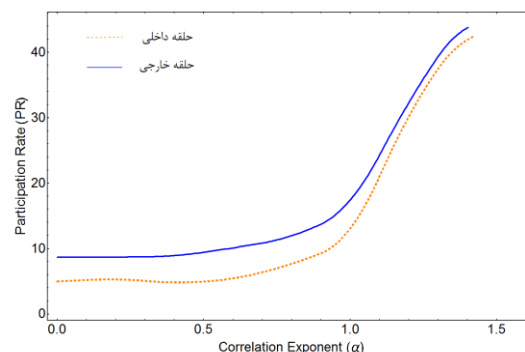
$$P.R. = \left\langle \frac{\left(\sum_{j=1}^N I_j(z) \right)^2}{\sum_{j=1}^N I_j(z)^2} \right\rangle$$

در این رابطه، $\langle \dots \rangle$ نشان دهنده ی میانگین گیری آنسامبلی است. در حالت کاملاً جایگزیده که نور فقط در یکی از موجبرها حضور دارد نرخ مشارکت برابر واحد، و در حالت کاملاً گسترده برابر N می باشد. بنابراین هرچه نرخ مشارکت بزرگتر باشد جایگزیدگی کمتر خواهد بود. در این مقاله شکل ماتریسی دستگاه معادلات ۱ و ۲ با شرط

جایگزیده قرار دارد. اما برای توان‌های همبستگی بزرگتر، با افزایش همبستگی آرایه از رژیم جایگزیده به رژیم پخشی میل می‌کند.



شکل ۵: الگوی شدت متوسط خروجی برای دو توان همبستگی



شکل ۴: نحوه تغییر نرخ مشارکت بر حسب توان همبستگی در انتهای موجرها برای حلقه داخلی و خارجی

شکل ۵ الگوی شدت متوسط خروجی ($z = 200\text{ mm}$) برای دو توان همبستگی $\alpha = 0.2$ و $\alpha = 1.2$ را نشان می‌دهد. با توجه به شکل واضح است که در حالت $\alpha_c < 0.2$ انرژی ورودی با انتشار در طول موجرها تحریک شده باقی می‌ماند و سیستم جایگزیده است، البته در حلقه خارجی باز هم به دلیل منظم بودن موجرها جایگزیدگی کمتر رخ می‌دهد و میزان پخش‌شدگی نور در این حلقه بیشتر می‌باشد. در حالیکه برای توان‌های بزرگتر $\alpha_c > 1.2$ نور با انتشار در طول سیستم پخش می‌گردد و در انتهای طول انتشار، نور تقریباً از همه موجرها خارج می‌شود. جایگزیدگی اندرسون نتیجه مستقیم وجود بی‌نظمی در سیستم و تداخل امواج بازتابی ناشی از آن است. از این‌رو، و از آنجایی که با توجه به شکل ۲، با افزایش توان همبستگی α دنباله اعداد تصادفی همبسته از الگوی خاصی پیروی می‌کند، کاهش جایگزیدگی در سیستم دارای همبستگی بلند برد را می‌توان به وجود این نظم نسبت داد.

نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی انتشار و جایگزیدگی نور در آرایه دو بعدی دو حلقه‌ای موجر نوری با بی‌نظمی غیر قطری حلقه داخلی با همبستگی بلند برد پرداختیم. نتایج مربوط به نرخ مشارکت و الگوی شدت خروجی محاسبه شده برای توان‌های مختلف همبستگی بلند برد نشان می‌دهد که در توان‌های همبستگی کوچکتر از مقدار مشخصه، نرخ مشارکت تقریباً ثابت و کوچک است، و سیستم در رژیم

مراجع

- [1] P.W. Anderson, "Absence of diffusion in Certain Random Lattices" Phys. Rev. **109** (1958) 1492.
- [2] D. N. Christodoulides, F. Lederer, and Y. Silberberg, "Discretizing light behavior in linear and nonlinear waveguide lattices" Nature **424**, 817–823 (2003).
- [3] M. Segev, Y. Silberberg and D.N. Christodoulides, "Anderson localization of light", Nature **7** (2013) 197.
- [4] T. Schwartz, G. Bartal, S. Fishman, and M. Segev, "Transport and Anderson localization in disordered two-dimensional photonic lattices" Nature **446**, 52–55 (2007).
- [5] E. Abrahams et al, "Scaling Theory of Localization: Absence of Quantum Diffusion in Two Dimensions", Phys. Rev. Lett. **42** (1979) 673.
- [6] F. M. Izrailev, A. A. Krokhin and N. M. Makarov, "Anomalous localization in low-dimensional systems with correlated disorder", Physics Report, **512** (2012) 125
- [7] S. Tofiqhi and A. R. Bahrampour, "All-optical controlled switching in centrally coupled circular array of nonlinear optical fibers", Applied Optics **52** (2013) 6131; S. Longhi, "Light transfer control and diffraction management in circular fibre waveguide arrays", J.Phys.B **40** (2007) 4477.
- [8] Francisco A. B. F. de Moura and Marcelo L. Lyra, "Delocalization in the 1D Anderson Model with Long-Range Correlated Disorder", Phys. Rev. Lett. **81** (1998) 3735.